Baccalauréat ES 2006

L'intégrale de septembre 2005 à juin 2006

Durée : 4 heures

Baccalauréat ES France septembre 2005

Exercice 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Une enquête menée pour le compte d'une entreprise a permis d'établir le nombre d'acheteurs d'un produit X selon le montant de son prix de vente. Les résultats de l'enquête sont résumés dans le tableau ci-dessous dans lequel :

- x_i désigne le prix de vente unitaire (en euros) du produit X ;
- y_i le nombre d'acheteurs en milliers.

x_i	1	1,50	2	3	4
y_i	3,75	2,8	2	1	0,5

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan (unités graphiques : 4 cm pour 1 euro en abscisse et 2 cm pour 1 000 acheteurs en ordonnée).

2. On recherche un ajustement affine de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

a. Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
Les calculs seront faits à la calculatrice et les valeurs cherchées seront arrondies au centième ; on ne demande aucune justification.

b. Tracer cette droite dans le même repère que précédemment.

c. Utiliser cet ajustement pour estimer le nombre d'acheteurs potentiels pour un produit vendu 2,50 euros.

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Parmi les stands de jeux d'une fête de village, les organisateurs ont installé une machine qui lance automatiquement une bille d'acier lorsque le joueur actionne un bouton.
Cette bille roule sur un plan comportant une cible circulaire évidée en son centre.
Lorsque la bille atteint la cible, soit elle est avalée, soit elle reste sur la cible.
Lorsque la bille n'atteint pas la cible elle revient à son point de départ.
Dans la suite de l'exercice, on notera :

- C l'évènement « la cible est atteinte » ;
- B l'évènement « la bille est avalée ».

Une étude préliminaire a démontré que :

- la probabilité d'atteindre la cible lors d'un lancer est égale à 0,3 ;
- lorsque la cible a été atteinte, la probabilité que la bille soit avalée est égale à 0,2.

1. Traduire la situation aléatoire ci-dessus par un arbre de probabilité.

2. On actionne le bouton.

a. Calculer la probabilité P_1 que la bille soit avalée.

b. Calculer la probabilité P_2 qu'elle reste sur la cible.

Une partie se déroule selon la règle ci-dessous. Pour jouer, on paie 0,50 euro et on actionne le bouton qui lance la bille :

- si la bille est avalée, on gagne un lot d'une valeur de g euros ;
- si la bille reste sur la cible sans être avalée, on est remboursé ;
- si la bille rate la cible, on perd la mise.

3. Déterminer complètement la loi de probabilité de gain d'un joueur : on recopiera et on complétera le tableau ci-dessous ; aucune justification n'est demandée.

gain	$-0,50$	0	$g-0,50$
probabilité			

4. **a.** Montrer que l'espérance de gain d'un joueur en fonction de g est :

$$\mathrm{E} = 0,06g - 0,38.$$

b. On prévoit qu'un grand nombre de parties seront jouées. Pour quelles valeurs de g les organisateurs peuvent-ils espérer un bénéfice ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Mademoiselle Z travaille dans une société spécialisée dans la vente par téléphone. Chaque jour, elle doit appeler une liste de clients pour leur proposer un produit particulier. Après avoir observé un grand nombre d'appels de Mademoiselle Z, on peut faire l'hypothèse suivante :

– si un client contacté répond favorablement (situation A), cela donne de l'assurance à Mademoiselle Z et elle arrive à convaincre le client suivant une fois sur deux ;

– si le client contacté ne répond pas favorablement (situation B), Mademoiselle Z se décourage et n'arrive à convaincre le client suivant qu'une fois sur cinq.

1. **a.** Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

2. Ce lundi, Mademoiselle Z est en forme et elle a convaincu le premier client d'acheter le produit proposé. La matrice ligne décrivant l'état initial au premier appel est donc $P_0 = (1\ ;\ 0)$. Donner la matrice ligne P_1 exprimant l'état probabiliste au deuxième appel.

3. On donne la matrice $M^5 = \begin{pmatrix} 0{,}287\,45 & 0{,}712\,55 \\ 0{,}285\,02 & 0{,}714\,98 \end{pmatrix}$

a. Calculer le produit P_0M^5. En déduire la probabilité que Mademoiselle Z convainque son sixième client ce lundi.

b. Quelle aurait été la probabilité que Mademoiselle Z convainque son sixième client si elle n'avait pas convaincu le premier ?

4. Déterminer l'état stable du système. Comment peut-on l'interpréter ?

EXERCICE 3 **8 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE A

L'objet de cet exercice est l'étude de deux fonctions intervenant dans un modèle économique. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ donnée en **ANNEXE (à rendre avec la copie)** est la représentation graphique, dans un repère orthogonal du plan, de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,7x+2,1}.$$

De même, la courbe $\left(\mathscr{C}_g\right)$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 5] par :

$$g(x) = 0,5x + 0,7.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle [0 ; 5].

1. On appelle h la fonction définie par $h(x) = f(x) - g(x)$.

- **a.** Calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle [0 ; 5].
- **b.** Étudier le signe de $h'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 5]. En déduire que la fonction h est strictement monotone sur cet intervalle.
- **c.** Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle [0 ; 5] et donner à l'aide d'une calculatrice une valeur approchée de α à 10^{-3} près (on ne demande pas de justification sur la méthode d'obtention de cette valeur).
- **d.** Déduire de l'étude précédente les valeurs arrondies à 10^{-2} des coordonnées du point d'intersection F de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ et $\left(\mathscr{C}_g\right)$.

2. Dans la suite du problème, on prendra $\alpha = 2,17$ et $f(\alpha) = g(\alpha) = 1,79$.

- **a.** Soient les points C(0 ; $f(\alpha)$) et E(α ; 0). Donner une valeur arrondie à 10^{-2} de l'aire du rectangle OCFE exprimée en unités d'aire.
- **b.** Interpréter graphiquement le nombre $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$.
- **c.** Calculer $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$ en fonction de α et en donner la valeur arrondie à 10^{-2}.

PARTIE B

La fonction f définie dans la **PARTIE A** représente la fonction de demande d'un produit ; elle met en correspondance le prix $f(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à acheter les consommateurs à ce prix.

La fonction g définie dans la **PARTIE A** est la fonction d'offre de ce produit ; elle met en correspondance le prix $g(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à vendre à ce prix les producteurs.

On appelle prix d'équilibre du marché le prix pour lequel la quantité demandée par les consommateurs est égale à celle offerte par les producteurs. On note p_0 le prix d'équilibre et q_0 la quantité échangée sur le marché à ce prix. Dans la situation étudiée on a donc : $f\left(q_0\right) = g\left(q_0\right)$.

1. Déduire des résultats donnés dans la **PARTIE A** les valeurs de q_0 et de p_0.

2. Tous les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher (au-dessus du prix p_0) réalisent une économie. Le montant économisé par les consommateurs, appelé surplus des consommateurs, vaut par définition $\displaystyle\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0$.
Il s'exprime ici en milliers d'euros.

- **a.** Sur le graphique de la feuille **ANNEXE (à rendre avec la copie)** :
  - indiquer les valeurs q_0 et p_0 sur les axes de coordonnées ;
  - hachurer le domaine dont l'aire s'écrit :

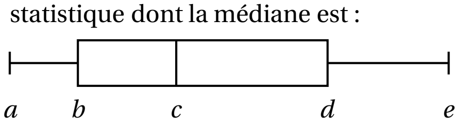
$$\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0.$$

- **b.** Calculer, en milliers d'euros, le surplus des consommateurs.

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte. On demande de cocher cette réponse.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enl ve aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. La courbe représentative de la fonction logarithme népérien admet pour tangente au point d'abscisse 1, la droite d'équation :	☐ $y = x + 1$ ☐ $y = x - 1$ ☐ $y = x + \mathrm{e}$
2. La représentation graphique de la fonction exponentielle admet pour asymptote :	☐ la droite d'équation $y = x$ ☐ l'axe des abscisses ☐ l'axe des ordonnées
3. La fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2x} + \ln(2x+4)$ est une primitive sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ de la fonction g définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ par :	☐ $g(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{2}{x+2}$ ☐ $g(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{1}{x+2}$ ☐ $g(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{1}{2x+4}$
4. L'intégrale $\int_{-1}^{1} x^3\,\mathrm{d}x$ est égale à :	☐ $-0,5$ ☐ 0 ☐ 0,5
5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $f(x) = \frac{-2x^3 + 3x - 1}{(2x-1)^3}$ est égale à :	☐ 1 ☐ -1 ☐ $-\frac{1}{4}$
6. Le diagramme en boîte ci-dessous résume une série statistique dont la médiane est : 	☐ $\frac{1}{2}(a+e)$ ☐ $\frac{1}{2}(b+d)$ ☐ c
7. La droite des moindres carrés associée à une série statistique à deux variables passe par le point moyen du nuage :	☐ jamais ☐ dans certains cas seulement ☐ toujours
8. Selon l'INSEE les prix à la consommation ont augmenté de 8,9 % du 1er janvier 1998 au 31 décembre 2003. Si le taux d'évolution des prix d'une année à la suivante était fixe de 1998 à 2003, et égal à t %, la valeur de t arrondie à 10^{-2} qui donnerait la même augmentation des prix à la fin de l'année 2003, serait égale à :	☐ 1,48 % ☐ 1,72 % ☐ 1,43 %

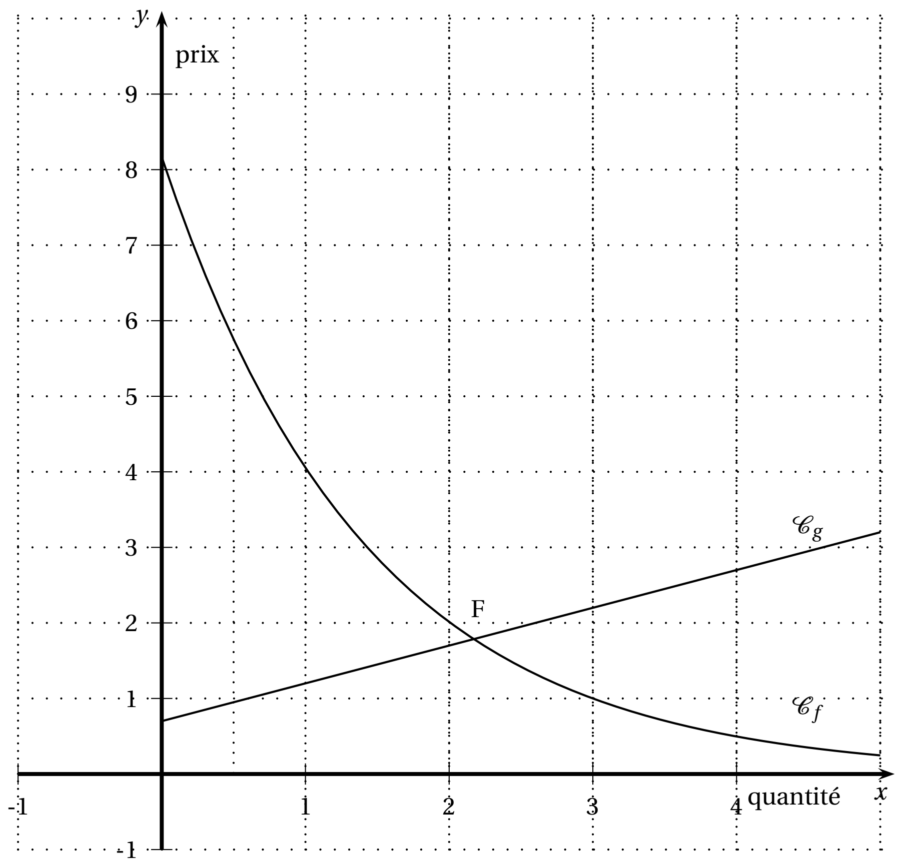
ANNEXE

Exercice 3

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Figure à compléter



Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2005

EXERCICE 1

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 3x - 2 - 2x\ln x$.

1. On donne ci-dessous le tableau de variations de f. Recopier ce tableau sur la copie.
   - **a.** Justifier le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles $\left]0~;~\sqrt{\text{e}}\right[$ et $\left]\sqrt{\text{e}}~;~+\infty\right[$.
   - **b.** Calculer la valeur exacte de $f\left(\sqrt{\text{e}}\right)$.

x	0		$\sqrt{\text{e}}$		
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ -2	$\nearrow$	$f\left(\sqrt{\text{e}}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

2. À l'aide de ce tableau de variations, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$. Si ces solutions existent, donner pour chacune d'elles la valeur décimale approchée arrondie au dixième (aucune justification n'est demandée).
3. Indiquer, en justifiant la réponse à l'aide du tableau de variations, si chacune des affirmations suivantes est **vraie** ou **fausse** :
   - **a.** La courbe représentative de f admet dans le plan muni d'un repère orthonormal, une asymptote verticale d'équation $x = 0$.
   - **b.** Toute primitive de f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0~;~\sqrt{\text{e}}\right[$

EXERCICE 2 **5 points**

(pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité)

Lors d'un examen, Julien doit répondre à un Q.C.M.

À chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Pour chaque question, soit il connaît la réponse et répond de façon exacte, soit il ne la connaît pas et, dans ce cas, bien qu'il ait la possibilité de ne pas répondre, il préfère tenter sa chance et répond au hasard il a alors une chance sur trois que sa réponse soit exacte.

On suppose, de plus, que la probabilité que Julien connaisse la réponse à une question donnée est égale à $\frac{1}{2}$.

On note C l'évènement « Julien connaît la réponse »,

E l'évènement « la réponse est exacte ».

Rappel de notation : pour un évènement A donné, $p(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A et $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. **a.** Julien répond à une question du Q.C.M.
   Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
   - **b.** Démontrer que : $p(\text{E}) = \frac{2}{3}$.

c. Calculer la probabilité que Julien connaisse la réponse à la question sachant que sa réponse est exacte.

2. Le Q.C.M. est composé de trois questions indépendantes. Il est noté sur 3 points. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0. Soit X la note obtenue par Julien à ce Q.C.M.«

   a. Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra s'aider d'un arbre. Les résultats seront donnés sous forme de fractions.

   b. Quelle est la probabilité que Julien ait au moins 1,5 point à ce Q.C.M. ?

   c. En supposant que tous les élèves se comportent comme Julien, quelle moyenne, arrondie au centième, peut-on attendre à ce Q.C.M. ?

EXERCICE 2 **5 points**

(pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité)

Au 1er janvier 2000, la population d'une ville se répartit également entre locataires et propriétaires. La population globale ne varie pas mais, chaque année, pour raisons familiales ou professionnelles, 10 % des propriétaires deviennent locataires tandis que 20 % des locataires deviennent propriétaires.

1. On désigne par p_n la probabilité qu'un habitant de la ville choisi au hasard, soit propriétaire au 1er janvier de l'année 2000+n (n entier supérieur ou égal à 0), et par l_n, la probabilité qu'il soit locataire.
   La matrice $P_0 = (0,5 \quad 0,5)$ traduit l'état probabiliste initial et la matrice $P_n = \begin{pmatrix} p_n & l_n \end{pmatrix}$ (avec, pour tout n de $\mathbb{N}$, $p_n + l_n = 1$) l'état probabiliste après n années.

   a. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste et en déduire que ce graphe a pour matrice de transition $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$.

   b. Calculer l'état probabiliste P_1.

   c. Déterminer l'état stable du graphe. Que peut-on en conclure pour la population de cette ville ?

2. À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times \mathrm{M}$, démontrer que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,7p_n + 0,2$.

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = p_n - \dfrac{2}{3}$.

   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,7.

   b. Exprimer u_n en fonction de n et démontrer que $p_n = -\dfrac{1}{6} \times 0,7^n + \dfrac{2}{3}$.

   c. Calculer la limite de la suite (p_n) et retrouver le résultat de la question 1. c.

EXERCICE 3 **5 points**

(commun à tous les candidats)

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée en annexe 1, est la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à cette courbe au point de coordonnées (0 ; 2). On appelle α la valeur de la variable x pour laquelle f admet un maximum noté M : $M = f(\alpha)$ (la valeur de α n'est pas demandée).

On précise que $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ sont des nombres entiers.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

1. f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x sur l'intervalle $[-6 ; 2]$.

2. Soit g la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;2[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ et g' sa fonction dérivée.

   a. En utilisant notamment des résultats obtenus par lecture graphique de la courbe $(\mathscr{C})$, dresser le tableau de variations de g et déterminer la limite de g en 2.

   b. Déterminer $g'(0)$.

Partie B

Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, F' désigne la dérivée de F sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer à l'aide du graphique $F'(-1)$ et $F'(2)$.
2. On admet qu'il est possible de trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout réel x, $F(x) = \left(ax^2 + bx - 1\right)\mathrm{e}^x$.

   a. Exprimer $F'(x)$ en fonction de x et de a et b.

   b. En utilisant les résultats trouvés à la question 1 de la **partie B**, démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $F(x) = \left(-x^2 + 3x - 1\right)\mathrm{e}^x$.

   c. Calculer $F(2) - F(-1)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

EXERCICE 4 **5 points**

(commun à tous les candidats)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de personnes âgées de plus de 85 ans, en France métropolitaine, de 1950 à 2000.

On note X_i l'année. L'indice i varie de 1 â 11. Par commodité on pose $x_i = X_i - 1950$.

y_i désigne, en milliers, le nombre de personnes âgées de 85 ans ou plus, au 1er janvier de l'année X_i.

X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1079	1267

Source : Insee, bilan démographique. Champ : France métropolitaine.

1. Estimation à l'aide d'un graphique semi-logarithmique

   a. Compléter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le repère semi-logarithmique fourni en annexe 2.

   b. Construire sur ce graphique la droite passant par les points $\mathrm{M}_1(0\ ;\ 201)$ et $\mathrm{M}_{11}(50\ ;\ 1267)$ et justifier que l'ajustement du nuage à l'aide de cette droite est satisfaisant.

   c. En supposant que cet ajustement affine reste pertinent, déterminer graphiquement à partir de quelle année le nombre de personnes âgées de plus de 85 ans dépassera 2 millions.

2. La forme du nuage obtenu avec la représentation logarithmique invite à chercher un ajustement exponentiel. On pose $z = \ln y$.

   a. Compléter la dernière ligne du tableau fourni en annexe. Arrondir les résultats au millième.

   b. En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au millième.

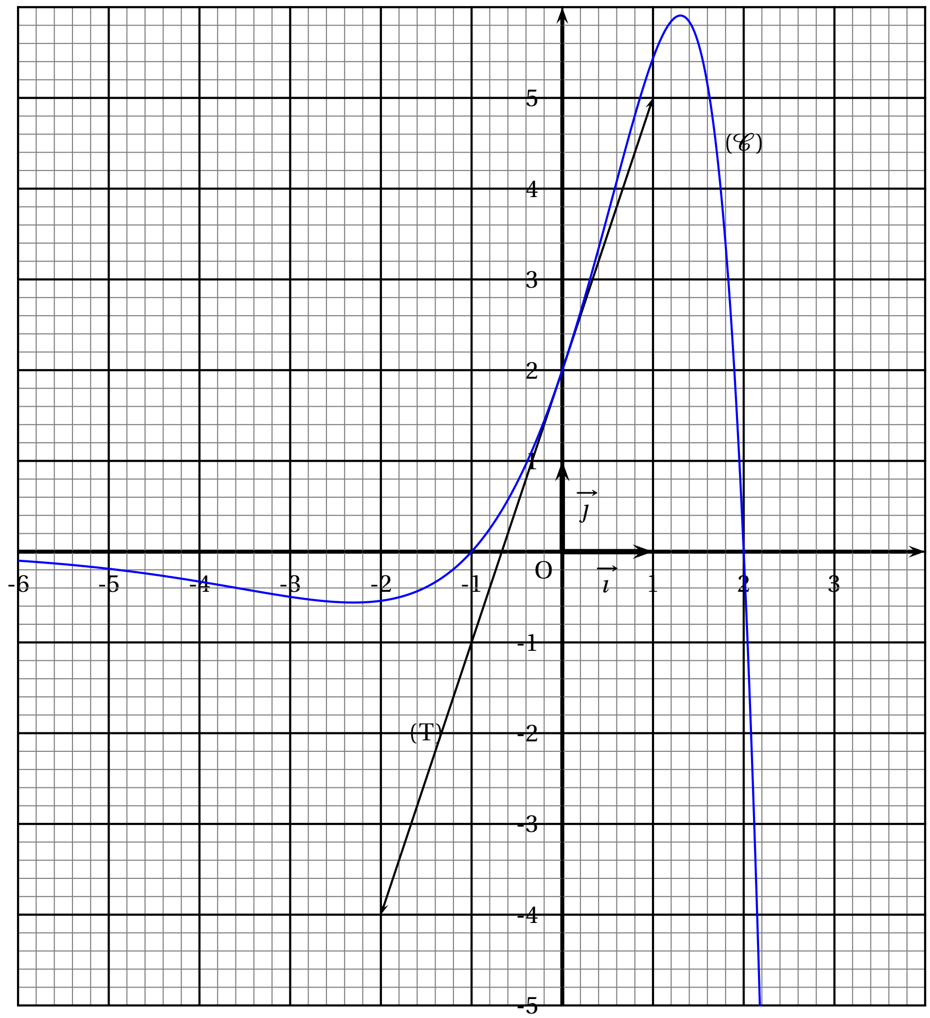
   c. En déduire une modélisation de y en fonction de x sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$. (Le réel A sera arrondi à l'unité et le réel B au millième)

3. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;70]$ par : $f(x) = 200\mathrm{e}^{0,037x}$ modélise de façon satisfaisante l'évolution de cette population.

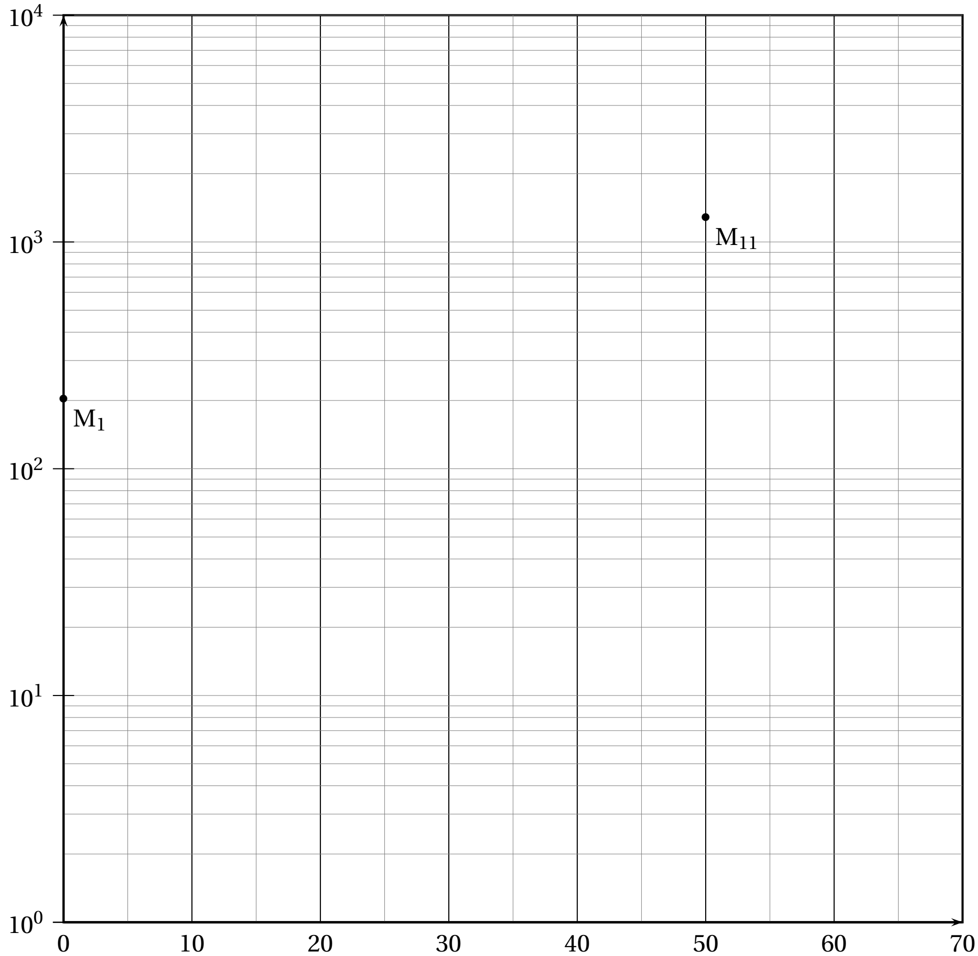
a. Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 2\,000$ et interpréter ce résultat.

b. Calculer la valeur décimale approchée arrondie au millième de
$\dfrac{1}{50}\displaystyle\int_0^{50} f(x)\,\mathrm{d}x$.
Que représente ce résultat pour la population étudiée ?

Annexe 1 – Exercice 3 (à remettre avec la copie)



Annexe 2 – Exercice 4 (à remettre avec la copie)



X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1 079	1 267
$z_i = \ln y_i$											

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾ novembre 2005

EXERCICE 1 **6 points**

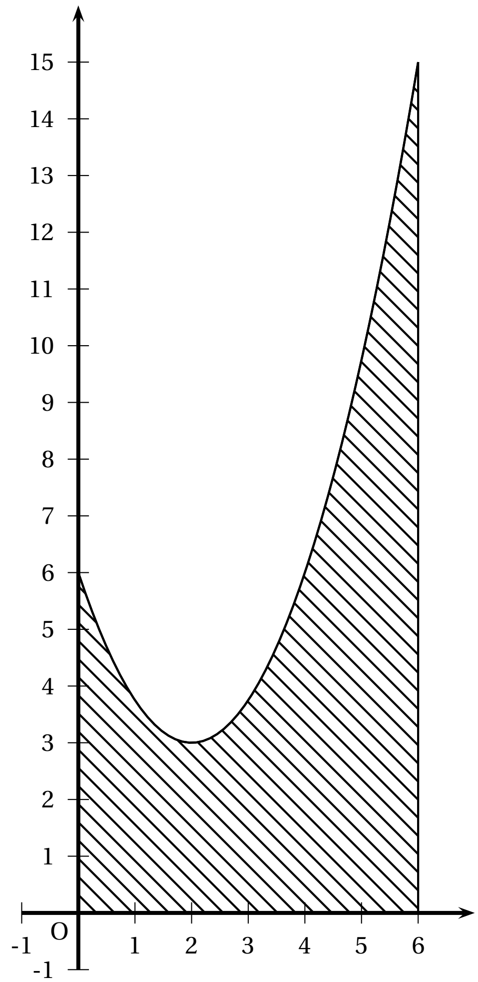
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$$

La courbe $(\mathscr{C}_f)$ ci-contre est représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan d'origine O.

La partie hachurée ci-contre est limitée par la courbe $(\mathscr{C}_f)$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonn ées et la droite d' équation $x = 6$.



1. Calculer, en unités d'aire, l'aire S de la partie hachurée.
2. On considère un point M appartenant à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'abscisse x avec $x \in [0~;~6]$.

   La parallè le à l'axe des ordonn ées passant par M coupe l'axe des abscisses en un point H.

   La parallè le à l'axe des abscisses passant par M coupe l'axe des ordonn ées en un point K.

   On appelle $R(x)$ l'aire, en unit és d'aire, du rectangle OHMK.

   Prouver que, pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 6], $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.
3. On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de x de l'intervalle [0 ; 6] telles que l'aire $R(x)$ du rectangle OHMK soit égale à l'aire hachur ée S.

   a. Montrer que le problème pr éc édent revient à résoudre l' équation $g(x) = 0$ où g est la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$$g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36.$$

b. Étudier les variations de g sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ et dresser le tableau de variation de g. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ une solution unique α.

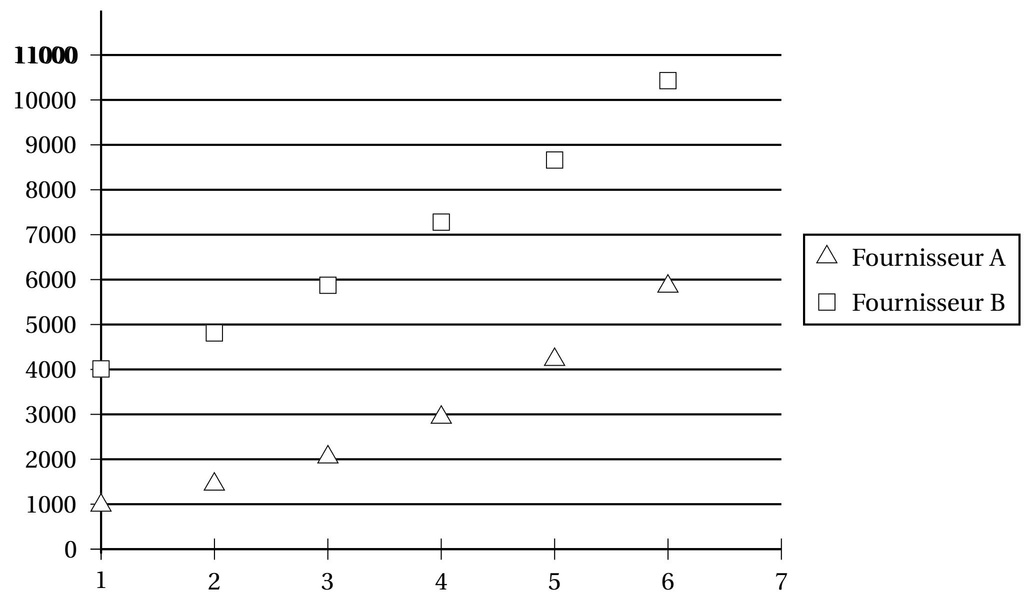
Donner une valeur approchée de α au centième.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de sp écialit é

Dans une ville, deux fournisseurs d'accès au r éseau internet sont en concurrence. Pour étudier l'évolution du nombre d'abonnés à ces deux fournisseurs A et B, on a reporté dans le tableau suivant, à la fin de chaque année, le nombre total d'abonnés d éclaré par chacun des deux fournisseurs.

Ann ée	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'ann ée	1	2	3	4	5	6
Nombre total y_i d'abonnés par le fournisseur A	975	1443	2049	2930	4220	5850
Nombre total t_i d'abonnés par le fournisseur B	4012	4813	5872	7281	8664	10432



1. Recopier les deux dernières lignes du tableau suivant en les complétant.

On détaillera chacun des quatre calculs et on arrondira les résultats à l'entier le plus proche.

	Augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage **annuel moyen** d'augmentation du nombre d'abonn és entre 1999 et 2004
Fournisseur A	...	500 %	...%
Fournisseur B	6 420	...%	...%

2. **a.** L'allure du nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $Y_i = \ln(y_i)$.

Écrire une équation de la droite (d) d'ajustement de Y en x par la méthode des moindres carrés.

Les calculs seront faits avec la calculatrice (sans justification) et les résultats finaux seront arrondis au millième.

b. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur A en 2006.

3. L'allure du nuage de points associ é à la s érie statistique $(x_i\ ;\ t_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel.

En posant $T_i = \ln(t_i)$, on obtient, par la méthode des moindre carrés, une équation de la droite (Δ) d'ajustement de T en x sous la forme : $T = 0,193x + 8,102$ (ce r ésultat est admis).

En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur B en 2006.

4. En supposant que les ajustements pr éc édents restent pertinents, pr éciser l'ann ée à partir de laquelle le nombre d'abonn és au fournisseur A d épassera le nombre d'abonn és au fournisseur B.

Justifier.

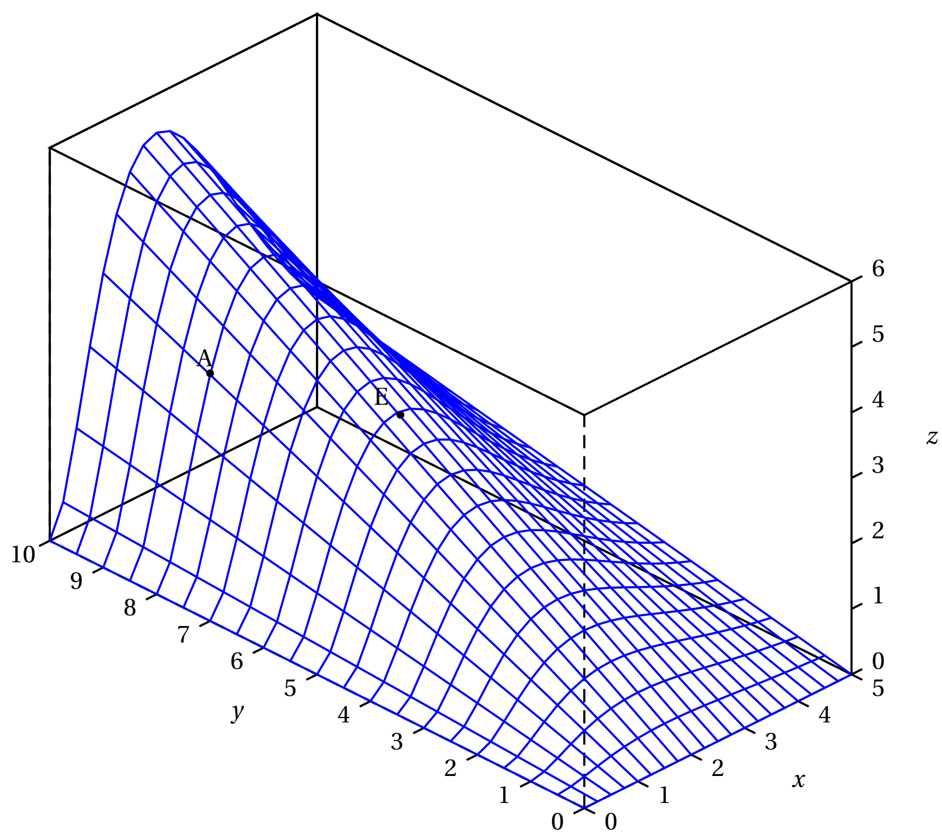
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialit é

Le b én éfice B d'une entreprise dépend à la fois des investissements et de la production.

On appelle x le montant des investissements en millions d'euros et y la quantité produite en milliers d'unités. On admet que le bénéfice B de cette entreprise, exprimé en millions d'euros, est modélisé par la fonction B définie par $B(x\ ;\ y) = x^2 y\mathrm{e}^{-x}$.

Voici une vue de la surface (S) d' équation $z = x^2 y\mathrm{e}^{-x}$, avec x élément de l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ et y élément de l'intervalle $[0\ ;\ 10]$, dans un repère orthogonal de l'espace.



1. Déterminer par lecture graphique le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un b én éfice maximal quand x appartient à l'intervalle [0 ; 5] et y appartient à l'intervalle [0 ; 10]. Calculer la valeur correspondante de ce bénéfice.

2. **a.** Sur la figure ci-dessus, on a placé le point A appartenant à la surface (S), ayant pour abscisse $x_A = 1$ et pour ordonnée $y_A = 8$. Calculer la troisième coordonnée z_A du point A.

b. Sur la figure ci-dessus, on a placé le point E appartenant à la surface (S), ayant pour abscisse $x_E = 2$ et pour troisième coordonnée $z_E = z_A$. Calculer la valeur exacte y_E de l'ordonnée du point E.

3. Quelle est la nature de l'intersection de la surface (S) avec le plan d'équation $x = 1$? Justifier.
Tracer cette intersection dans un plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, y appartenant à l'intervalle [0 ; 10]. Déterminer, à l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros.

4. D éterminer une équation de la courbe d'intersection de la surface (S) avec le plan d'équation $y = 10$. Expliquer alors comment retrouver le résultat de la question 1.

EXERCICE 3 **9 points**

Commun à tous les candidats

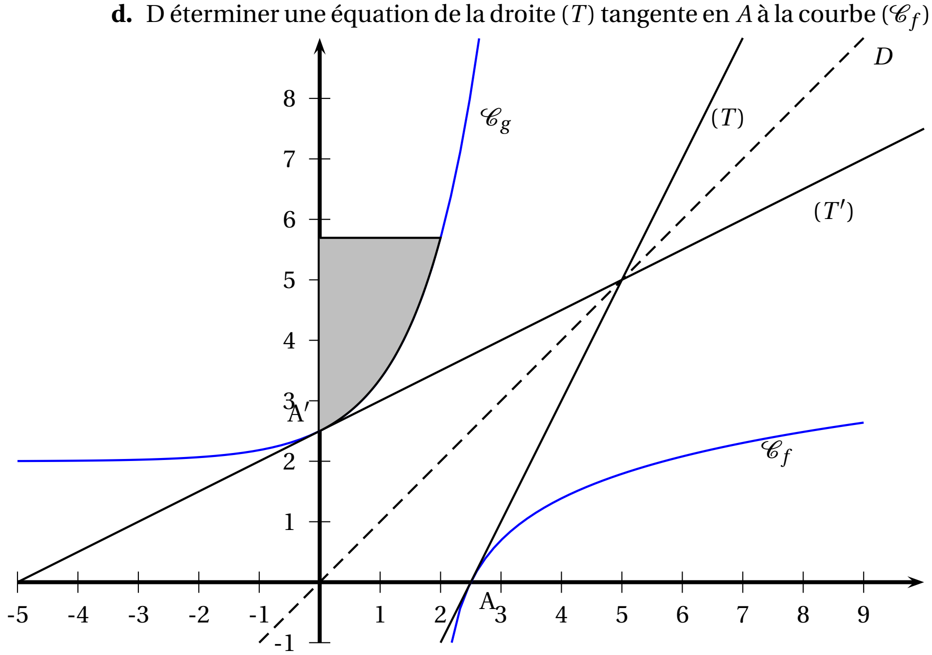
On considè re la fonction f définie sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ par : $f(x) = \ln(2x-4)$.
On appelle $(\mathscr{C}_f)$ la courbe tracée ci-dessous, représentative de f dans un repère orthonormal.

1. **a.** D éterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C}_f)$?

b. Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

c. La courbe $(\mathscr{C}_f)$ coupe l'axe des abscisses au point A. Quelles sont les coordonn ées exactes de A ?

d. D éterminer une équation de la droite (T) tangente en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$.



2. Sur la figure ci-dessus, on a trac é la courbe $(\mathscr{C}_f)$, le point A, la droite (T) et la droite (D) d' équation $y = x$. Par la sym étrie axiale d'axe (D), la courbe $(\mathscr{C}_f)$ se transforme en une courbe $(\mathcal{C}_g)$ repr ésentative d'une fonction g définie dans $\mathbb{R}$. On admet que, pour tout x réel, $g(x)$ s'écrit sous la forme $g(x) = a + b\mathrm{e}^x$ où a et b sont deux nombres réels. La courbe $(\mathcal{C}_g)$ ainsi construite passe par le point A' image de A par la sym étrie d'axe (D). De plus, la courbe $(\mathcal{C}_g)$ admet au point A' une tangente (T') qui est l'image de la droite (T) par la sym étrie d'axe (D).

a. Donner, sans justification, le coefficient directeur de la droite (T').

b. Calculer a et b en justifiant soigneusement les calculs.

c. Calculer l'ordonnée exacte du point E appartenant à $(\mathcal{C}_g)$ et ayant pour abscisse 2.

d. Quelles sont les coordonnées du point E' image de E par la symétrie d'axe (D) ?

3. **a.** Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^2 \left(2 + \frac{1}{2}\mathrm{e}^x\right)\,\mathrm{d}x$.

b. En déduire l'aire $\mathcal{A}$, en unités d'aire, du domaine hachuré défini par la courbe $(\mathcal{C}_g)$, l'axe des ordonnées et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par E. On demande la valeur exacte du résultat.

c. Expliquer comment on peut en déduire, sans faire de calculs, la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\frac{5}{2}}^{2+\frac{1}{2}\mathrm{e}^2} f(x)\mathrm{d}x$.

Exercice 1 **4 points**

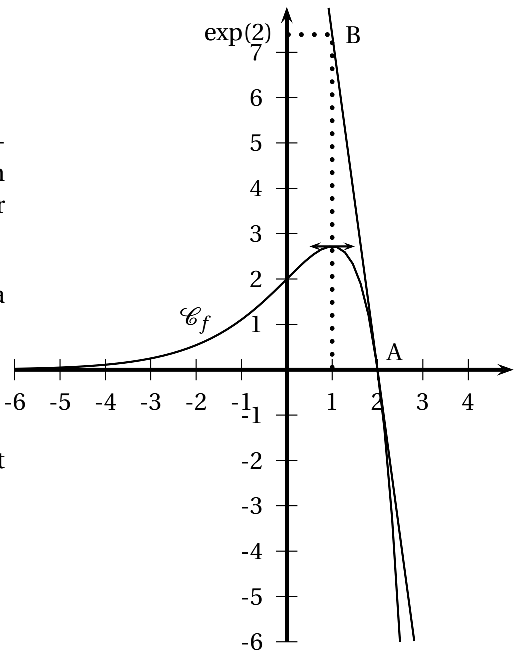
Commun à tous les candidats

La courbe ci-contre $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{5}{2}\right]$.

On note f' sa fonction dérivée et F la primitive de f qui vérifie : $F(1) = 2\text{e}$.

On précise :

- $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ et pour tout $x < 0,\ f(x) > 0$.
- La tangente à la courbe au point A$(2\,;\,0)$ passe par le point B $\left(1\,;\,\text{e}^2\right)$.
- $F(-3) = \dfrac{6}{\text{e}^3}$.



Pour chacune des huit affirmations, précisez sur votre copie si elle est vraie ou fausse (aucune justification n'est demandée et il n'est pas nécessaire de recopier l'énoncé).

Barème : À chaque question est attribué 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif il est ramené à zéro.*

Affirmation 1 Pour tout $x \in]-\infty\,;\,2],\ f'(x) \geqslant 0$.	**Affirmation 5** $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\,\text{d}x = -2$
Affirmation 2 Le nombre dérivé en 2 de la fonction f est égal à e^2.	**Affirmation 6** La fonction $\dfrac{1}{f}$ est définie sur $]-\infty\,;\,2]$.
Affirmation 3 La fonction F présente un maximum en 2.	**Affirmation 7** La limite de la fonction $\dfrac{1}{f}$ en $-\infty$ est $+\infty$.
Affirmation 4 L'aire de la partie du plan comprise entre $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=-3$ et $x=1$ est égale (en unité d'aire) à $\dfrac{2\text{e}^4-6}{\text{e}^3}$	**Affirmation 8** La courbe représentative de la fonction $\dfrac{1}{f}$ présente une asymptote d'équation $x=2$.

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour passer le temps, Chloé et Margaux inventent un jeu avec leur paquet de 32 cartes à jouer et un paquet de bonbons.

On rappelle que, dans un jeu de 32 cartes, on trouve quatre couleurs (pique, trèfle, cour, carreau) et, dans chaque couleur, on a une série de 8 cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as).

Margaux propose la règle suivante :

- On tire une carte, on regarde si c'est un roi. Sans remettre la carte dans le paquet, on tire une seconde carte et on regarde si c'est un roi.
- Si, sur les deux cartes, on a tiré exactement un roi, on gagne 10 bonbons ; si on a tiré deux rois, on gagne 20 bonbons ; sinon, on a perdu !

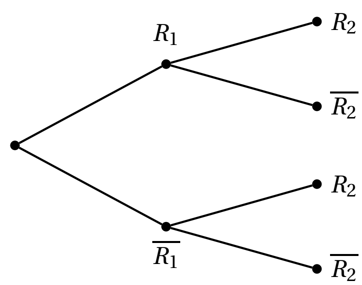
On note :

R_1 l'évènement « tirer un roi au premier tirage » et $\overline{R_1}$ son évènement contraire,
R_2 l'évènement « tirer un roi au deuxième tirage » et $\overline{R_2}$ son évènement contraire.

1. Justifier les valeurs des probabilités suivantes :

$$P(R_1) = \frac{1}{8} \qquad P_{R_1}(R_2) = \frac{3}{31} \qquad P_{\overline{R_1}}(R_2) = \frac{4}{31}.$$

2. On traduit le jeu par un arbre pondéré. Reproduire l'arbre ci-dessous en inscrivant les probabilités, en écriture fractionnaire sur chaque branche.



Dans ce qui suit, les probabilités seront données sous forme décimale arrondie au millième.

3. Calculer la probabilité des évènements :
A « tirer un roi au premier tirage et au deuxième tirage » ;
B « tirer un roi à un seul des deux tirages »

4. On s'intéresse au nombre X de bonbons gagnés après deux tirages.
Recopier et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de X.

Nombre de bonbons x_i	0	10	20
$P(X = x_i)$		0,226	

5. Calculer l'espérance mathématique E de cette loi, arrondie au dixième.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pendant la saison estivale, deux sociétés de transport maritime ont l'exclusivité de l'acheminement des touristes entre deux îles du Pacifique. On admet que le nombre de touristes transportés pendant chaque saison est stable.
La société « Alizés » a établi une enquête statistique sur les années 2001 à 2005 afin de prévoir l'évolution de la capacité d'accueil de ses navires.
L'analyse des résultats a conduit au modèle suivant : d'une année sur l'autre, la société « Alizés », notée A, conserve 80 % de sa clientèle et récupère 15 % des clients de la société concurrente, notée B.

Pour tout entier naturel n, on note pour la saison $(2005 + n)$:

- a_n la probabilité qu'un touriste ait choisi la société Alizés (A),
- b_n la probabilité qu'un touriste ait choisi l'autre société de transport (B),
- $P_n = (a_n \ \ b_n)$, la matrice traduisant l'état probabiliste, avec $a_n + b_n = 1$.

Les résultats pour les probabilités seront arrondies à 10^{-4}.

1. **a.** Modéliser le changement de situation par un graphe probabiliste de sommets nommés A et B.

b. On note M la matrice de transition de ce graphe. Recopier et compléter sur la copie la matrice suivante : $M = \begin{pmatrix} 0,8 & \dots \\ 0,15 & \dots \end{pmatrix}$

c. En 2005, la société « Alizés » a transporté 45 % des touristes. On a donc $a_0 = 0,45$.

i. Calculer la probabilité qu'un touriste choisisse la société « Alizés » en 2006.

ii. Déterminer la matrice P_2 et interpréter ces résultats.

d. Soit $P = (a \ \ b)$ avec a et b deux réels positifs tels que $a + b = 1$.

i. Déterminer a et b tels que $P = P \times M$.

ii. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n$.

iii. Interpréter ce résultat.

e. On admet qu'en 2015, la probabilité qu'un touriste choisisse la société A est $\dfrac{3}{7}$. On interroge quatre touristes choisis au hasard ; les choix des touristes sont indépendants les uns des autres.
Determiner la probabilité qu'au moins un des quatre touristes choisisse la société « Alizés » pour ses vacances en 2015.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

L'objectif de cet exercice est de démontrer la propriété algébrique fondamentale de la fonction logarithme népérien notée In.

Propriété fondamentale :

Pour tous réels strictement positifs a et b, $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Rappels

On rappelle les résultats de cours suivants, auxquels le candidat fera clairement référence pour justifier chacune de ses affirmations au cours des étapes de la démonstration (on pourra en rappeler le numéro).

Théorème 1 : Sur un intervalle I, deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.

Théorème 2 : Soit u une fonction définie, dérivable et strictement positive sur un intervalle I, la fonction composée définie par $x \mapsto \ln[u(x)]$ est dérivable sur I, de fonction dérivée $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

Théorème 3 : La somme f de deux fonctions dérivables u et v sur un même intervalle I est dérivable sur I et $f' = u' + v'$.

Définition $\ln 1 = 0$.

Énoncé de l'exercice

Soit a un réel constant strictement positif.

On considère les fonctions f et g, de la variable x, définies sur 0 ; $+\infty$[par :

$$f(x) = \ln(ax) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln a + \ln x.$$

Partie 1
Dans le cas où $a = 2$, donner les fonctions dérivées de $f\ :\ x \mapsto \ln(2x)$ et $g\ :\ x \mapsto \ln 2 + \ln x$.

Partie 2 : démonstration de la propriété

a. Calculer et comparer les dérivées de f et de g dans le cas général où a est un réel constant strictement positif.

b. Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe un réel k tel que, pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = g(x) + k$?

c. En posant $x = 1$, déterminer la valeur de k.

d. Justifier la propriété fondamentale de la fonction ln énoncée en début d'exercice.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

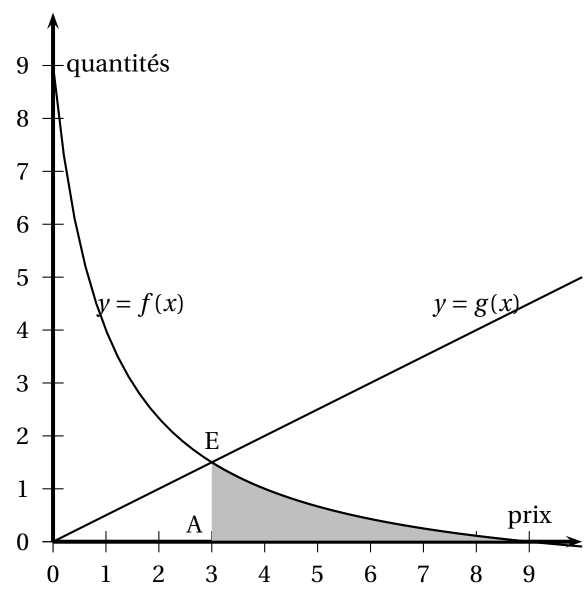
Partie 1
Soient les fonctions f et g définies sur $[0\ ;\ 9]$ par

$$f(x) = \frac{10}{1+x} - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{2}.$$

1. Résoudre algébriquement l'équation : $f(x) = g(x)$.

2. Calculer l'intégrale : $\mathrm{I} = \displaystyle\int_3^9 f(x)\,\mathrm{d}x$; on donnera la valeur exacte de I.

Partie 2
Un produit conditionné en boite est mis sur le marché. On désigne par x le prix d'une boîte de ce produit en dizaines d'euros.
On admet que la quantité achetée par les consommateurs, en fonction du prix x appliqué sur le marché, est donnée par $f(x)$ en centaines de boîtes.
On admet que la quantité proposée sur le marché par les producteurs, en fonction du prix de vente x auquel les producteurs sont disposés à vendre, est donnée par $g(x)$ en centaines de boîtes.
Sur le graphique ci-contre, sont tracées dans un repère orthonormal les courbes représentatives des fonctions f et g.



1. On pourra utiliser le graphique pour conjecturer les réponses aux questions suivantes, puis on les justifiera algébriquement.

a. Combien de boîtes seront achetées par les consommateurs si le prix de vente est de 40 euros la boite ?

b. Lorsque l'offre est égale à la demande, le marché a atteint son équilibre. Donner le prix d'équilibre, en euros, et le nombre de boîtes correspondant.

2. **a.** D'après le graphique, les producteurs étaient disposés à vendre les boîtes à un prix inférieur au prix d'équilibre. On appelle surplus des producteurs le gain réalisé en vendant les boîtes au prix d'équilibre. Ce gain est donné en milliers d'euros par l'aire du triangle OAE (1 unité d'aire = 1 millier d'euros). Calculer ce surplus en euros.

b. Le surplus des consommateurs est l'économie réalisée par les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. Ce surplus est donné, en milliers d'euros, par l'aire de la partie grisée du plan sur le graphique ($3 \leqslant x \leqslant 9$). Préciser quelle intégrale permet de calculer ce surplus et en donner l'arrondi à l'euro.

Baccalauréat ES Amérique du Nord 31 mai 2006

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. On demande d'indiquer la réponse exacte en cochant sans justification la grille réponse jointe en annexe. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 point *; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à* 0.

Questions		Réponses		
Q1	Si $a \in]0 ; 1[$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x$ est égale à :	0	$+\infty$	$-\infty$
Q2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto x\mathrm{e}^{x^2}$ est :	$x \mapsto \mathrm{e}^{x^2}$	$x \mapsto 2\mathrm{e}^{x^2}$	$x \mapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$
Q3	La dérivée sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto x\ln x$ est :	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$x \mapsto \ln x$	$x \mapsto \ln x + 1$
Q4	$\mathrm{e}^{-2\ln 5}$ est égal à :	$\dfrac{1}{25}$	-25	$\dfrac{5}{2}$
Q5	L'équation $\mathrm{e}^x = \dfrac{16}{\mathrm{e}^x}$ admet sur $\mathbb{R}$	Aucune solution	Une solution	Deux solutions
Q6	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,2) - 5 \geqslant 0$ est :	$\left[\frac{5}{\ln 0,2} ; 0\right[$	$\left]-\infty ; \frac{5}{\ln 0,2}\right]$	$\left[\frac{5}{\ln 0,2} ; +\infty\right[$

Dans les questions 7, 8, 9 et 10, A et B sont deux évènements d'un univers tels que $P(\mathrm{A}) = 0,4$, $P(\mathrm{B}) = 0,3$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,2$.

Q7	$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) =$	0,1	0,5	0,7
Q8	$P\left(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}\right) =$	0,1	0,2	0,4
Q9	$P\left(\overline{\mathrm{A} \cap \mathrm{B}}\right) =$	0,3	0,5	0,8
Q10	$P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) =$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{4}$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

Tous les résultats de cet exercice seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Un site touristique dont le billet d'entrée coûte 4 € propose deux possibilités de visite, une visite à pied sans frais supplémentaire ou une visite en car avec frais supplémentaires de 3 € par personne.

Une buvette est installée sur le site. On y vend un seul type de boisson au prix de 2 € l'unité.

On suppose qu'à la buvette un touriste achète au plus une boisson.
Un touriste visite le site. On a établi que :

- la probabilité pour qu'il visite à pied est 0,3 ;
- la probabilité qu'il visite à pied et achète une boisson est 0,18 ;
- la probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite en car est 0,8.

On note :

- C l'évènement : « le touriste visite en car » ;
- l'évènement : « le touriste achète une boisson ».

1. Donner $p\left(\overline{\text{C}} \cap \text{B}\right)$ et $p\left(\overline{\text{C}}\right)$.

2. Le touriste visite à pied. Quelle est la probabilité qu'il achète une boisson ?

3. **a.** Montrer que $p(\text{B}) = 0,74$.

b. En déduire la recette moyenne prévisible de la buvette lors d'une journée où 1 000 touristes sont attendus sur le site.

4. On appelle d la dépense (entrée, transport éventuel, boisson éventuelle) associée à la visite du touriste.

a. Quelles sont les valeurs possibles de d ?

b. Établir la loi de probabilité de d. On présentera le résultat dans un tableau.

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats suivant l'enseignement de spécialité

Dans une entreprise, lors d'un mouvement social, le personnel est amené à se prononcer chaque jour sur l'opportunité ou non du déclenchement d'une grève.
Le premier jour, 15 % du personnel souhaite le déclenchement d'une grève. À partir de ce jour-là :

- parmi ceux qui souhaitent (e déclenchement d'une grève un certain jour, 35 % changent d'avis le lendemain.
- parmi ceux qui ne souhaitent pas le déclenchement d'une grève un certain jour, 33 % changent d'avis le lendemain.

On note :

- g_n la probabilité qu'un membre du personnel souhaite le déclenchement d'une grève le jour n,
- t_n la probabilité qu'un membre du personnel ne souhaite pas le déclenchement d'une grève le jour n,
- $P_n = \left(g_n \quad t_n\right)$, la matrice qui traduit l'état probabiliste au n-ième jour.

1. Déterminer l'état initial P_1.

2. **a.** Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.

b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.

3. Calculer le pourcentage de personnes favorables à la grève le 3$^{\text{er}}$ jour.

4. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable (on rappelle que $x + y = 1$).

a. Montrer que x et y vérifient l'équation $x = 0,65x + 0,33y$.

b. Déterminer x et y (on arrondira les résultats à 10^{-3} près).

c. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité près sauf indication contraire.

Une machine est achetée 3 000 euros.

Le prix de revente y, exprimé en euros, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3 000	2 400	1 920	1 536	1 229	983

A Ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 200 euros sur l'axe des ordonnées.
2. Calculer le pourcentage de dépréciation du prix de revente après les trois premières années d'utilisation.
3. Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés. Donner une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter la droite dans le repère précédent.

B Ajustement non affine

On pose $z = \ln(y)$ et on admet qu'une équation de la droite de régression de z en x est donnée par : $z = -0,22x + 8,01$.

1. Déterminer une expression de y en fonction de x de la forme $y = A^x \times B$ où A est un réel arrondi au centième près et B est un réel arrondi à l'unité près.
2. En admettant que $y = 0,80^x \times 3\ 011$, déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 500 euros.

C Comparaison des ajustements

Après 6 années d'utilisation le prix de revente d'une machine est de 780 euros. Des deux ajustements précédents, quel est celui qui semble le mieux estimer le prix de revente après 6 années d'utilisation ? On argumentera la réponse.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit une fonction r définie sur $[0\ ;\ 12]$ par $r(x) = (900x)\mathrm{e}^{-0,1(x-2)}$.

A Étude d'une fonction f

1. On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ 12]$ par $f(x) = \ln[r(x)]$.
   Démontrer que $f(x) = \ln(900) + \ln x - 0,1(x-2)$.
2. On note f la fonction dérivée de f ; démontrer que $f'(x) = \dfrac{10-x}{10x}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]0\ ;12]$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ 12]$.
4. On désigne par r' la fonction dérivée de r ; exprimer f' en fonction de r' et de r puis justifier que $r'(x)$ et $f'(x)$ ont le même signe pour tout x de $]0\ ;\ 12]$.
5. En déduire les variations de r sur $]0\ ;\ 12]$.
6. Déterminer pour quelle valeur x_0 la fonction r atteint un maximum et calculer x_0 arrondi à l'unité près.

B Calcul de la valeur moyenne

1. Démontrer que la fonction R définie par $R(x) = -9\,000(x+10)\mathrm{e}^{-0,1(x-2)}$ est une primitive de la fonction r sur $[0\,;\,12]$.

2. Calculer la valeur moyenne r_m de la fonction r sur $[0\,;\,12]$ définie par

$$r_m = \frac{1}{12}\int_0^{12} r(x)\,\mathrm{d}x.$$

On donnera d'abord la valeur exacte et ensuite une valeur arrondie à 10^{-2} près.

Annexe- Document réponse à rendre avec la copie

Exercice 1 : questionnaire à choix multiples

Questions		Réponses		
Q1	Si $a \in]0\ ;\ 1[$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x$ est égale à :	0	$+\infty$	$-\infty$
		☐	☐	☐
Q2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto x\text{e}^{x^2}$ est :	$x \mapsto \text{e}^{x^2}$	$x \mapsto 2\text{e}^{x^2}$	$x \mapsto \dfrac{1}{2}\text{e}^{x^2}$
		☐	☐	☐
Q3	La dérivée sur $]0\ ;\ +\infty[$ de la fonction $x \longmapsto x\ln x$ est :	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$x \mapsto \ln x$	$x \mapsto \ln x + 1$
		☐	☐	☐
Q4	$\text{e}^{-2\ln 5}$ est égal à :	$\dfrac{1}{25}$	-25	$\dfrac{5}{2}$
		☐	☐	☐
Q5	L'équation $\text{e}^x = \dfrac{16}{\text{e}^x}$ admet sur $\mathbb{R}$	Aucune solution	Une solution	Deux solutions
		☐	☐	☐
Q6	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,2) - 5 \geqslant 0$ est :	$\left[\frac{5}{\ln 0,2}\ ;\ 0\right[$	$\left]-\infty\ ;\ \frac{5}{\ln 0,2}\right]$	$\left[\frac{5}{\ln 0,2}\ ;\ +\infty\right[$
		☐	☐	☐

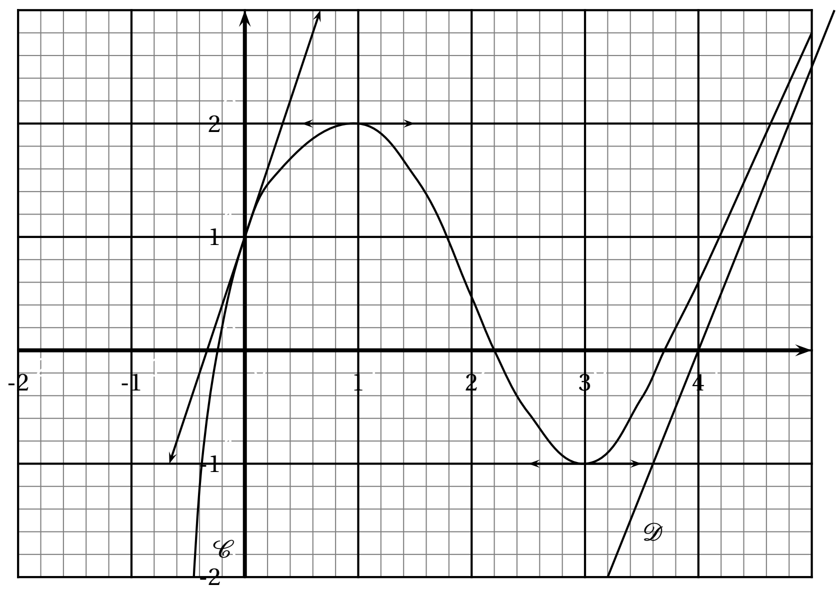
Dans les questions 7, 8, 9 et 10, A et B sont deux évènements d'un univers tels que $P(\text{A}) = 0,4$, $P(\text{B}) = 0,3$ et $P(\text{AC} \cap \text{B}) = 0,2$.

Q7	$P(\text{A} \cup \text{B}) =$	0,1	0,5	0,7
		☐	☐	☐
Q8	$P\left(\text{A} \cap \overline{\text{B}}\right) =$	0,1	0,2	0,4
		☐	☐	☐
Q9	$P\left(\overline{\text{A} \cap \text{B}}\right) =$	0,3	0,5	0,8
		☐	☐	☐
Q10	$P_{\text{A}}(\text{B}) =$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{4}$
		☐	☐	☐

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie et dérivable sur $]-1\ ;\ +\infty[$. On sait que la fonction f est croissante sur $]-1\ ;\ 1]$ et sur $[3\ ;\ +\infty[$ et que la droite $\mathscr{D}$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.



I. Étude graphique de la fonction f

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix. Une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse retire* 0,25 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point.*

1. Une asymptote à $\mathscr{C}$ est la droite d'équation :

- $y=-1$
- $x=1$
- $x=-1$

2. La droite $\mathscr{D}$ a pour équation :

- $y=\dfrac{5}{2}x-10$
- $y=\dfrac{5}{2}x-9$
- $y=3x-10$

3. Le nombre dérivé de f en 0 est :

- 1
- 3
- -3

4. Le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ sur $]-1\ ;\ +\infty[$ est :

- 2
- 1
- 3

II. Étude d ?une fonction g

On note g la fonction définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par $g(x)=\exp[f(x)]$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$, puis $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$.
2. Étudier les variations de g sur $]-1\ ;\ +\infty[$ et en dresser le tableau de variations.
3. Déterminer $g'(1)$ et $g'(0)$.
4. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, l'ensemble des solutions sur $]-1\ ;\ +\infty[$ de l'inéquation $g(x) \leqslant \mathrm{e}^2$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

La question 6 peut être traitée indépendamment des 5 autres.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

Un pépiniériste conditionne un mélange de 400 bulbes de fleurs composé de trois variétés :

- 100 bulbes d'Anémones
- 180 bulbes de Bégonias
- 120 bulbes de Crocus.

On conviendra qu'un bulbe germe s'il donne naissance à une plante qui fleurit.
Après avoir planté tous les bulbes et observé leur floraison, on constate que :
83 % des bulbes germent.
50 % des bulbes d'Anémones germent.
90 % des bulbes de Bégonias germent.
On note les évènements suivants :

- A : « le bulbe planté est un bulbe d'Anémone. »
- B : « le bulbe planté est un bulbe de Bégonias. »
- C : « le bulbe planté est un bulbe de Crocus. »
- G : « le bulbe planté germe. »

1. Donner les probabilités conditionnelles $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{G})$, $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{G})$ et la probabilité $P(\mathrm{G})$.
2. Quelle est la probabilité qu'un bulbe planté soit un bulbe d'Anémone qui germe ?
3. Quelle est la probabilité que le bulbe planté soit un bulbe qui germe ou soit un bulbe de Bégonias ?
4. **a.** Calculer la probabilité conditionnelle $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{G})$.
   b. Que peut-on en déduire ?
5. On considère un bulbe ayant germé. Quelle est la probabilité que ce soit un bulbe de Crocus ?
6. On considère à présent que le pépiniériste dispose d'un très grand nombre de bulbes et que la probabilité qu'un bulbe germe est de 0,83. II prélève au hasard successivement trois bulbes de ce stock. Quelle est la probabilité qu'au moins un des trois bulbes choisis germe ?

Remarques :

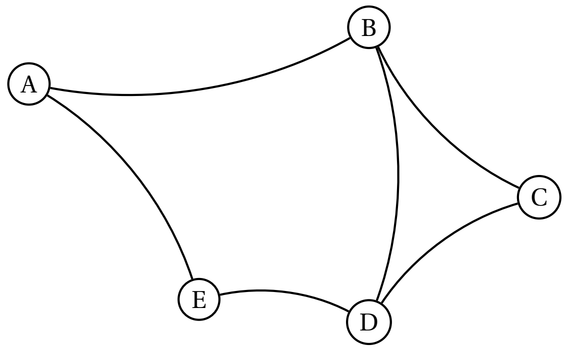
1. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.
2. On rappelle la formule des probabilités totales : si $\mathrm{A}_1 1$, A_2, $\ldots \mathrm{A}_n$, forment une partition de l'univers, alors la probabilité d'un évènement quelconque E est donnée par : $p(\mathrm{E}) = p(\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{E}) + p(\mathrm{A}_2 \cap \mathrm{E}) + \ldots + p(\mathrm{A}_n \cap \mathrm{E})$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Dans un parc, il y a cinq bancs reliés entre eux par des allées.
   On modélise les bancs par les sommets A, B, C, D, E et les allées par les arêtes du graphe G ci-dessous :

Graphe G

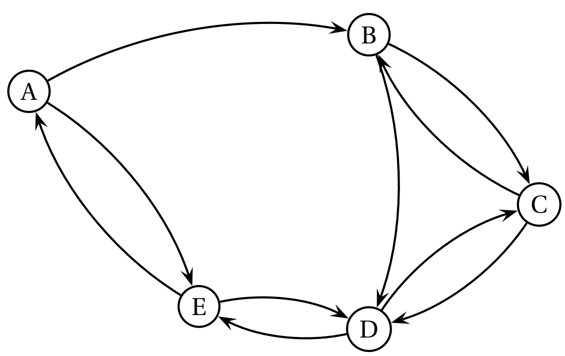


a. On désire peindre les bancs de façon que deux bancs reliés par une allée soient toujours de couleurs différentes.
Donner un encadrement du nombre minimal de couleurs nécessaires et justifier.
Déterminer ce nombre.

b. Est-il possible de parcourir toutes les allées de ce parc sans passer deux fois par la même allée ?

2. Une exposition est organisée dans le parc. La fréquentation devenant trop importante, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les bancs B et C pourra se faire de B vers C et de C vers B, alors que la circulation dans l'allée située entre les bancs A et B ne pourra se faire que de A vers B. Le graphe G′ ci-dessous modélise cette nouvelle situation :

Graphe G′



a. Donner la matrice M associée au graphe G′. (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

b. On donne $M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$

Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ?
Les donner tous.

c. Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A.
Quel est ce cycle ?
En est-il de même pour le sommet B ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats
Sauf indication contraire, on arrondira les résultats à 10^{-2} *près.*
Le taux de pénétration du téléphone mobile dans la population française indique le pourcentage de personnes équipées d'un téléphone mobile par rapport à la population totale.
Le tableau ci-dessous donne, entre 1998 et 2004, l'évolution de la population française et du taux de pénétration.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Population française en millions	60,05	60,32	60,67	61,04	61,43	61,80	62,18
Taux de pénétration y_i	18,7	34,2	48,9	60,6	62,8	67,5	71,6

(*Source : site de l'INSEE*)

1. **a.** Calculer le nombre, en millions, de personnes équipées d'un téléphone mobile en 1999 et en 2004.

   b. Entre ces deux années quel est le pourcentage d'augmentation du taux de pénétration ?

2. Placer dans un repère orthogonal le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$: les unités graphiques sont de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 10 % sur l'axe des ordonnées.

3. L'allure du nuage suggère de chercher un ajustement de y en x de la forme : $y = a\ln(x) + b$ où a et b sont des réels. On pose pour cela $z = \ln(x)$.

   a. Recopier et compléter le tableau :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	0						
Taux de pénétration y_i	18,7	34,2	48,9	60,6	62,8	67,5	71,6

   b. En déterminant avec la calculatrice une équation de la droite de régression de y en z, obtenue par la méthode des moindres carrés, donner la valeur approchée décimale à 10^{-2} près par défaut des coefficients a et b.

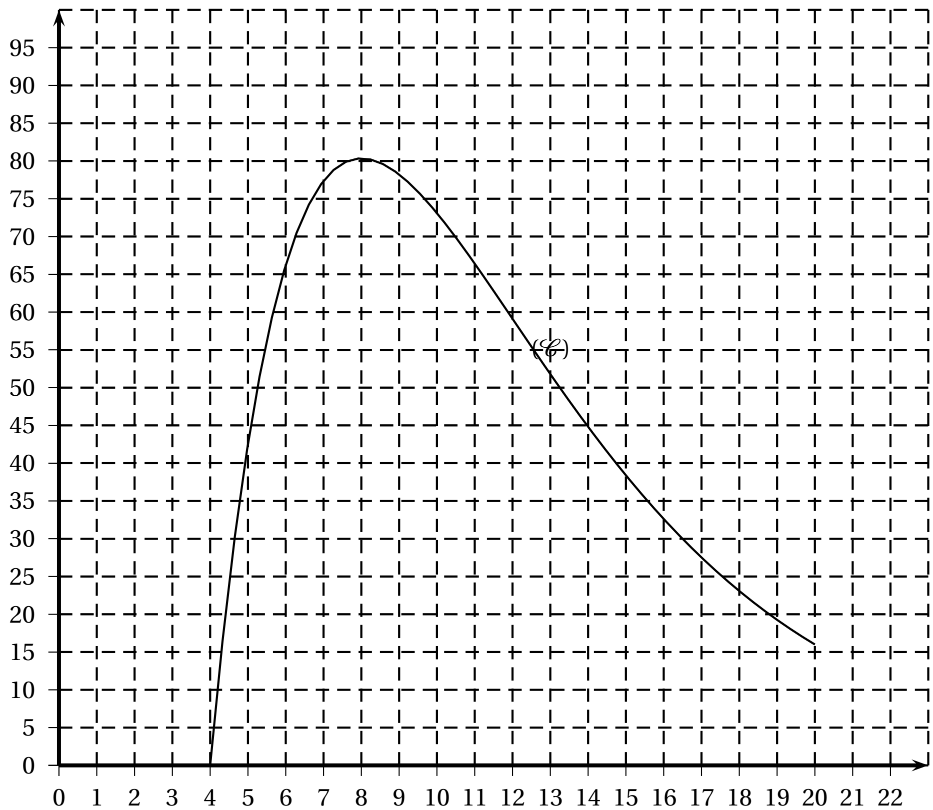
4. En admettant que cet ajustement reste fiable à moyen terme :

   a. Déterminer le taux de pénétration en 2006 que l'on peut alors envisager.

   b. À partir de quelle année peut-on penser que le taux de pénétration dépassera 85 % ?

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4\,;\,20]$ par $f(x) = (x-4)\mathrm{e}^{-0,25x+5}$.
La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente cette fonction dans un repère orthogonal.



Partie A :

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[4\,;\,20]$, $f'(x) = (-0,25x+2)\text{e}^{-0,25x+5}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[4\,;\,20]$.
3. **a.** Montrer que la fonction F définie par $F(x) = -4x\text{e}^{-0,25x+5}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[4\,;\,20]$.

   b. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_4^{20} f(x)\,\text{d}x$.

Partie B :

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration.
Le prix de revient d'une centrale est de 400 €.
On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est donné par $N = \text{e}^{-0,25x+5}$, où x est le prix de vente d'une centrale exprimé en centaines d'euros.

1. Montrer que la fonction f de la partie A donne le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaines d'euros.
2. À quel prix l'entreprise doit-elle vendre une centrale pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice maximal à l'euro près ? Donner un interprétation graphique de ces résultats.
3. Calculer le bénéfice moyen réalisé pour $x \in [4\ ;\ 20]$. On donnera le résultat à l'euro près.

Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2006

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le conservatoire du littoral créé en 1976 acquiert des terrains sur le littoral français (métropole, Antilles-Guyane). Voici les superficies en milliers d'hectares du patrimoine cumulé depuis sa création :

Année	1976	1981	1986	1991	1996	2001
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Superficie y_i (en milliers d'hectares)	2	16	28	38	50	65

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de la superficie possédée par le conservatoire du littoral entre 1991 et 2001. On donnera le résultat arrondi à l'unité.
2. Représenter le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal :
   – Sur l'axe des abscisses, on prendra 2 cm pour unité ;
   – Sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 5 milliers d'hectares.
3. *Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*
   Le nuage de points permet de penser qu'un ajustement affine est justifié.
   a. Donner une équation de la droite de régression D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au dixième)
   b. Représenter cette droite dans le repère précédent.
4. Avec cet ajustement, calculer l'estimation de la superficie du patrimoine possédé par le conservatoire du littoral en 2006 (en milliers d'hectares).
5. **a.** Le conservatoire du littoral a pour objectif de posséder une superficie de 200 milliers d'hectares. En quelle année ce chiffre sera-t-il atteint en utilisant cet ajustement ?
   b. Sachant que 200 milliers d'hectares représentent 22 % de bande côtière française, quelle est la superficie totale, en hectares de la bande côtière française.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Tous les résultats seront arrondis au millième si nécessaire

Dans une auto-école, il y a deux filières possibles : l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC) et la filière traditionnelle.

Afin d'inciter les candidats à préparer l'examen du permis de conduire avec la filière « apprentissage anticipé de la conduite » (AAC), une auto-école fournit les résultats suivants aux futurs candidats :

– Il y a 40 % des candidats qui choisissent la formule AAC ;
– Un candidat préparant son permis la filière AAC obtient son permis lors de la première présentation dans 79 % des cas ;
– Un candidat préparant son permis avec la filière traditionnelle obtient son permis lors de la première présentation dans 49 % des cas.

On interroge au hasard un candidat **après l'obtention du résultat** de sa première-présentation.
On note A l'évènement : « le candidat a préparé son examen avec la filière AAC ».
On note S l'évènement : « le candidat a obtenu son permis de conduire ».

1. Traduire les données par un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité de l'évènement : « le candidat a obtenu le permis lors de la première présentation et il l'a préparé avec la filière AAC ».
   b. Calculer la probabilité d'obtenir le permis de conduire lors de la première présentation.
3. Le candidat interrogé a échoué lors de la première présentation. Quelle est la probabilité qu'il ait préparé l'examen avec la filière AAC ?
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois candidats après l'obtention du résultat de leur première présentation.
   Calculer la probabilité d'interroger au moins un candidat ayant échoué.
5. Cette auto-école pratique les tarifs suivants :
   – 1 200 € le forfait 20 heures avec la filière AAC ;
   – 1 050 € le forfait 20 heures avec la filière traditionnelle.

   Sachant que le nombre d'inscrits est de 200 candidats pour l'année, quel est le chiffre d'affaires annuel de cette auto-école pour l'année 2006 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les élèves ayant suivi la spécialité mathématique

Un jardinier doit décorer un jardin privatif en répartissant 10 variétés de fleurs notées V_1 à V_{10} dans différents parterres. Certaines de ces variétés ne peuvent pas être plantées ensemble pour des raisons diverses (tailles, couleurs, conditions climatiques, ...) et ces incompatibilités sont résumées dans le tableau ci-dessous (une croix indique qu'il y a incompatibilité entre deux variétés).

Fleur	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
V_1			×			×				×
V_2			×	×	×			×		
V_3	×	×		×		×				
V_4		×	×		×			×	×	
V_5		×		×			×	×		
V_6	×		×				×			
V_7					×	×				
V_8		×		×	×					
V_9				×						×
V_{10}	×								×	

1. Représenter par son graphe G la situation
2. a. Trouver un sous-graphe complet d'ordre 4 et le dessiner.
   b. Que peut-on en déduire pour la coloration du graphe G ?
   Quel est le nombre minimum de parterres que le jardinier doit décorer ?
3. a. Classer les sommets de G par ordre de degré décroissant.
   b. En déduire un encadrement de C, nombre chromatique de G.
4. a. Procéder à la coloration du graphe G.
   b. Que peut-on en déduire pour le nombre C ? Justifier avec soin.
   c. Proposer un ensemble de parterres avec une répartition adaptée des variétés de fleurs.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix

Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Question	Réponse
1. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que la fonction exponentielle admet pour asymptote la droite d'équation $y=0$?	• $\lim\limits_{x\to+\infty} \text{e}^x = +\infty$ • $\lim\limits_{x\to-\infty} \text{e}^x = 0$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x} = +\infty$
2. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que l'inéquation $\ln(2x+1) \geqslant \ln(x+3)$ admet l'intervalle $[2\ ;\ +\infty[$ comme ensemble de solution ?	• la fonction ln est positive sur $[1\ ;\ +\infty[$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ • la fonction ln est croissante sur $]0\ ;\ +\infty[$
3. Parmi les propositions suivantes quelle est celle qui permet d'affirmer qu'une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto (x+1)\text{e}^x$ est la fonction $g : x \mapsto x\,\text{e}^x$?	• pour tout réel x, $f'(x) = g(x)$ • pour tout réel x, $g'(x) = f(x)$ • pour tout réel x, $g(x) = f'(x)+k$, k réel quelconque.
4. L'équation $2\text{e}^{2x}-3\text{e}^x+1=0$ admet pour ensemble solution	• $\left\{\dfrac{1}{2}\ ;\ 1\right\}$ • $\left\{0\ ;\ \ln\dfrac{1}{2}\right\}$ • $\{0\ ;\ \ln 2\}$
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,	• $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = 1$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = +\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = 0$
6. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3x + 4$. Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :	• $y = -x+2$ • $y = x+2$ • $y = -x-2$
7. La valeur moyenne sur $[1\ ;\ 3]$ de la fonction f définie par : $f(x) = x^2+2x$ est :	• $\dfrac{50}{3}$ • $\dfrac{25}{3}$ • 6
8. $\exp(\ln x) = x$ pour tout x appartenant à	• $\mathbb{R}$ • $]0\ ;\ +\infty[$ • $[0\ ;\ +\infty[$

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une nouvelle console de jeux est mise sur le marché. Soit x le prix unitaire en centaines d'euros de cette console. La fonction d'offre des fournisseurs (en milliers de console) est la fonction f définie sur $]0~;~6]$ par

$$f(x) = 0,7\mathrm{e}^{0,5x+2}$$

où $f(x)$ est la quantité proposée par les fournisseurs pour un prix unitaire de x.
La fonction de demande des consommateurs (en milliers de console) est la fonction g définie sur $]0~;~6]$ par

$$g(x) = 10\ln\left(\frac{20}{x}\right)$$

où $g(x)$ est la quantité demandée par les consommateurs pour un prix unitaire de x.

1. Les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ des fonctions f et g sont tracées dans le repère $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ orthogonal fourni en annexe.

a. Identifier les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sur la feuille annexe. Expliquez votre choix.

b. Que représente le point A d'un point de vue économique ? Lire ses coordonnées $\left(x_0~;~y_0\right)$ sur le graphique.

2. Pour déterminer les coordonnées de A de façon précise, on est amené à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
On pose, pour tout x appartenant à $]0~;~6]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.

a. Montrer que $h'(x) = 0,35\mathrm{e}^{0,5x+2} + \dfrac{10}{x}$.

b. Étudier le signe de la dérivée h' et en déduire le sens de variations de h.

c. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 sur l'intervalle $[2~;~3]$.
Déterminer alors la valeur arrondie au dixième de x_0 à l'aide de la calculatrice.

d. En déduire le prix unitaire d'équilibre de cette console en euros et le nombre de consoles disponibles à ce prix (arrondir à la centaine).

La question 3 *est indépendante de la question* 2.

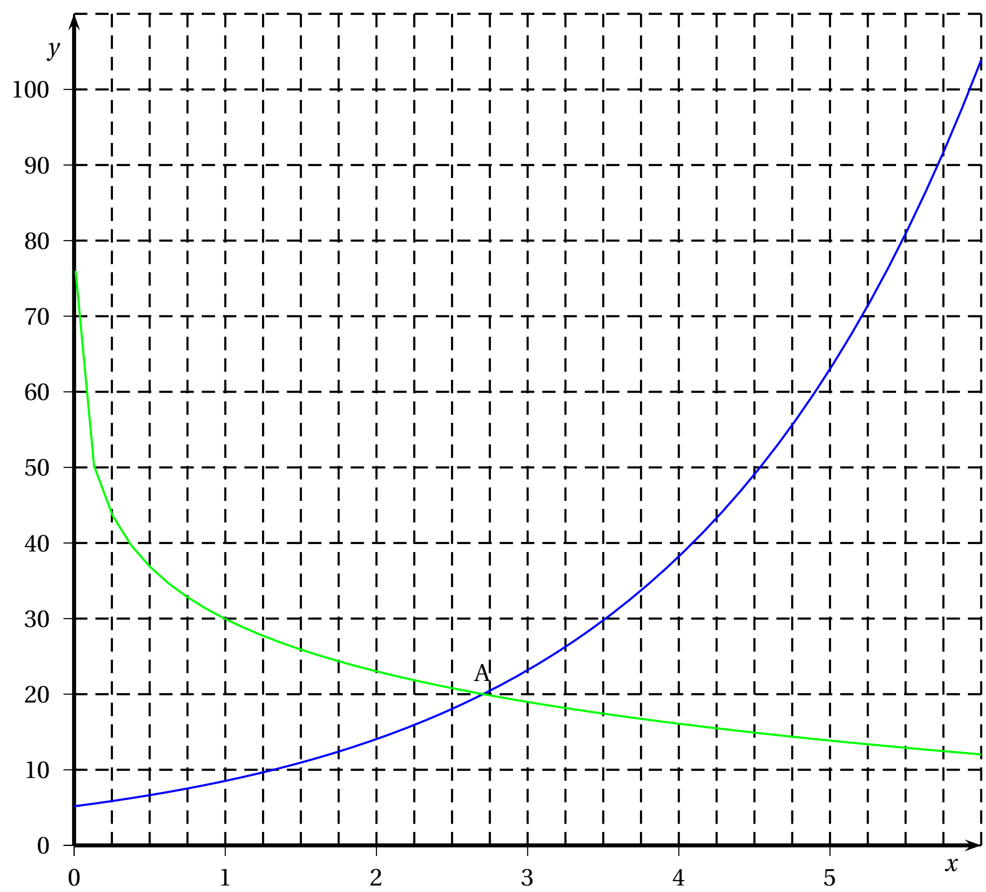
3. Surplus des fournisseurs
On prendra dans cette question $x_0 = 2,7$ et $y_0 = 20$.

a. Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle $]0~;~6]$.

b. On appelle surplus des fournisseurs le nombre $S = x_0 y_0 - \displaystyle\int_0^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
Ce nombre représente une aire.
Représenter cette aire sur le graphique de la feuille annexe.
Calculer S.

Annexe à agrafer avec la copie

Exercice 4



Sujet du bac TES Asie

Exercice 1 3 points Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x} - 1$$

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée est la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On note F la primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 0$.
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte $0,5$ *point. Une mauvaise réponse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

a. $f(\ln(2)) = -3$.

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$.

c. Pour tout nombre réel x, on a $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}$.

d. $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x > 1$.

e. La fonction F est croissante sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$.

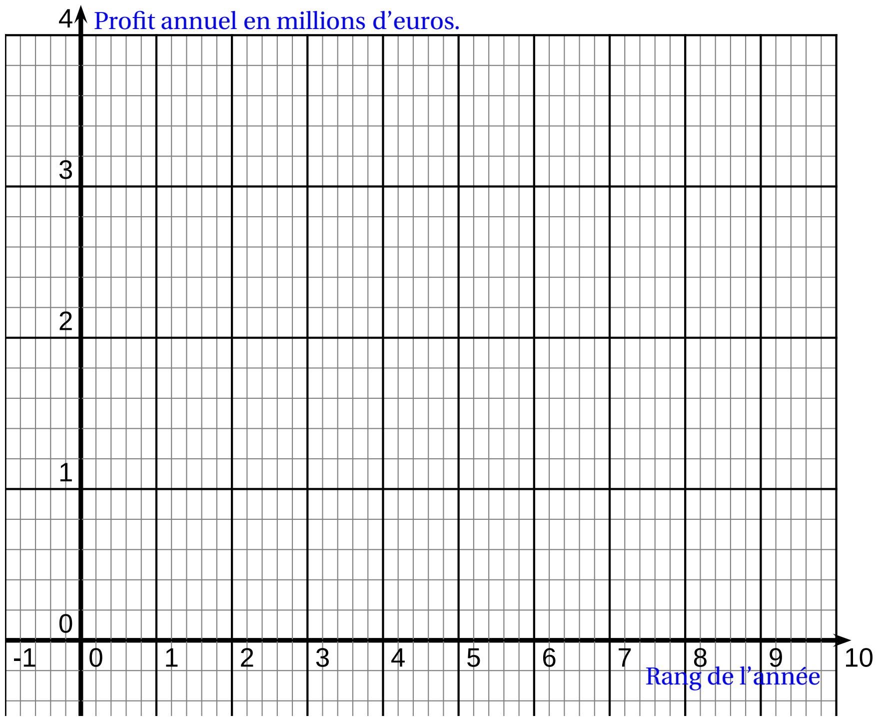
f. Pour tout nombre réel x, on a $F(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x} - x$.

Exercice 2 5 points (pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité)

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel d'une entreprise de l'année 1999 à l'année 2005.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel en millions d'euros (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3,00	3,20

1. Construire le nuage de points associé à la série $(x_i\,;\,y_i)$ dans le repère orthogonal représenté ci-dessous.



2. La forme du nuage suggère un ajustement logarithmique. On décide donc d'étudier la série $(x_i\ ;\ z_i)$, où $z_i = \mathrm{e}^{y_i}$. Recopier et compléter le tableau ci-dessous par les valeurs décimales arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \mathrm{e}^{y_i}$	3,53			13,74	17,12	20,09	24,53

3. Donner l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les résultats obtenus à la calculatrice seront arrondis au centième (avec ces arrondis, on obtient une équation de la forme $z = ax$).

4. En déduire que la courbe d'équation $y = \ln(x) + 1{,}23$ approche le nuage de points.

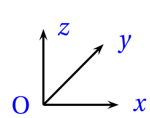
5. On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.

a. Calculer le profit annuel, exprimé en millions d'euros, attendu pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

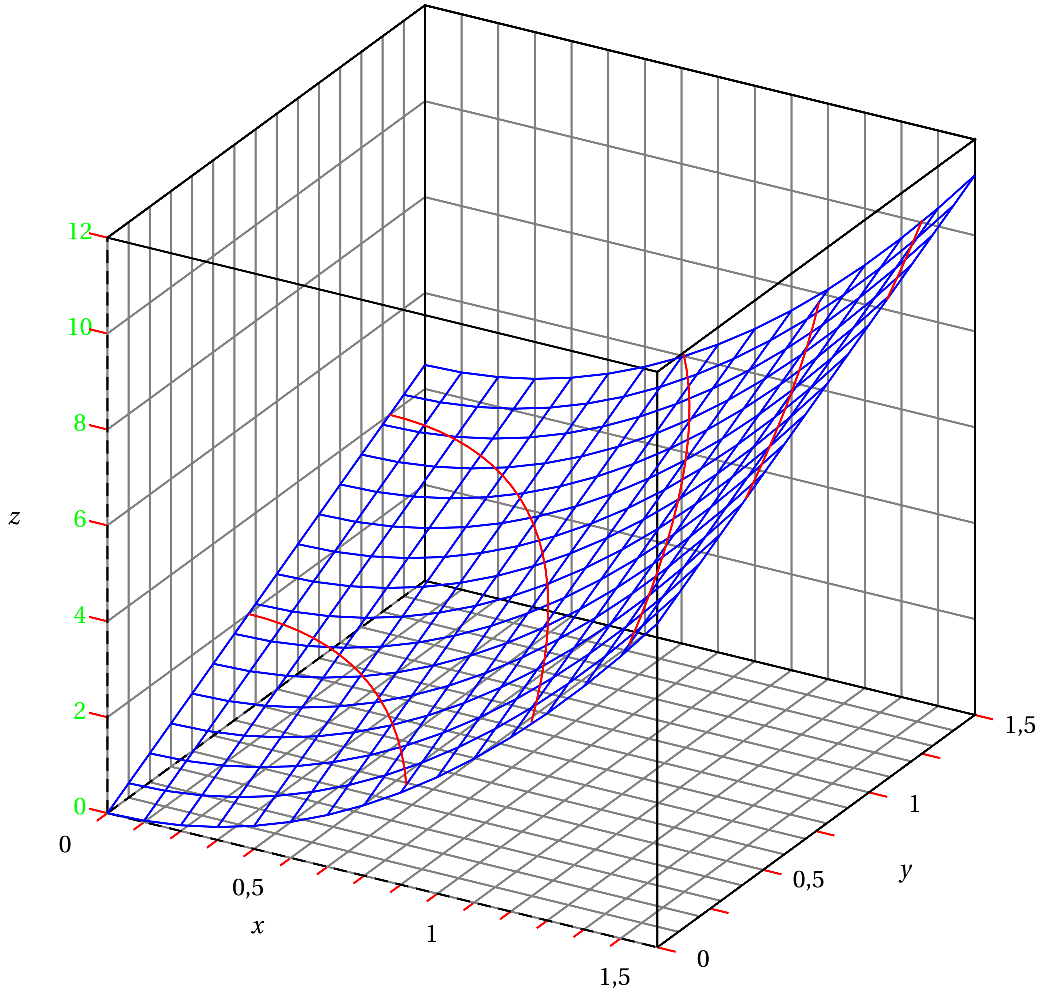
b. Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (c'est à dire celui de l'année 1999) aura au moins triplé.

Exercice 2 **5 points** **(pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité)**

L'espace est rapporté à un repère orthogonal.



On a représenté ci-dessous la surface (S) d'équation $z = 3(x^2 + y)$, avec x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 1{,}5]$, et y appartenant à l'intervalle $[0;1{,}5]$.



Partie A - Exploitation du graphique.

On considère le plan (P) d'équation $z = 6$.

1. Sur la figure donnée, placer le point A de coordonnées $(1\,;1\,;6)$.
2. Surlignez en couleur la partie visible de l'intersection de la surface (S) et du plan (P) sur la figure donnée.

Partie B - Recherche d'un coût minimum.

Une entreprise fabrique des unités centrales pour ordinateurs dont les composants sont essentiellement des cartes mères et des microprocesseurs.

On appelle x le nombre (exprimé en milliers) de microprocesseurs produits chaque mois et y le nombre (exprimé en milliers) de cartes mères produites chaque mois.

Le coût mensuel de production, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x\,;\,y) = 3\left(x^2 + y\right)$$

On se propose de trouver les quantités de microprocesseurs et de cartes mères que l'entreprise doit produire par mois pour minimiser ce coût.

1. La production mensuelle totale est de deux milliers de composants. On a donc $x + y = 2$.

   Exprimer $C(x; y)$ en fonction de la seule variable x. On note f la fonction ainsi obtenue.

   Vérifier que $f(x) = 3x^2 - 3x + 6$.

2. Montrer que sur l'intervalle $[0~;~1,5]$, la fonction f admet un minimum atteint pour $x = 0,5$.
3. Quelles quantités de microprocesseurs et de cartes mères, l'entreprise doit-elle produire chaque mois pour minimiser le coût mensuel de production ? Quel est ce coût ?
4. Placer sur la figure donnée le point K correspondant au coût minimum.

Exercice 3 **5 points** **Commun à tous les candidats**

Une roue de loterie comporte trois secteurs notés A, b et C.

On lance la roue, elle tourne puis s'arrête devant un repère fixe.

Le mécanisme est conçu de telle sorte que, à l'arrêt de la roue, le repère fixe se trouve toujours devant l'un des trois secteurs, qui est alors déclaré « secteurs repéré ».

On note p_1 la probabilité que le secteur A soit repéré. On donne $p_1 = 0,2$.

On note p_2 la probabilité que le secteur B soit repéré. On donne $p_2 = 0,3$.

1. Calculer la probabilité, notée p_3, que le secteur C soit repéré.

   Une partie consiste à lancer la route de fois successivement. On s'intéresse aux couples de secteurs repérés obtenus à la suite des deux lancers successifs.

   On admet que les lancers de roues successifs sont indépendants.
2. Justifier que la probabilité d'obtenir le couple de secteurs repérés (A, B) est égale à $0,06$.
3. Compléter le tableau suivant par les probabilités d'obtenir les différents couples de secteurs repérés possibles. Certaines probabilités sont déjà indiquées, ainsi la probabilité de tenir le couple (C,C) est égale à $0,25$.

Secteur repéré au premier lancer	A	B	C
A	0,04		
B	0,06		
C			0,25

4. Montrer que la probabilité de tenir un couple de secteurs repérés ne comportant pas le secteur C est égale à $0,25$.
5. De l'argent est mis en jeu dans cette partie. Le gain dépend du nombre de secteurs C repérés :
   - obtenir deux fois le secteur C fait gagner huit euros ;
   - obtenir exactement une fois le secteur C fait gagner un euro ;
   - d'obtenir aucun secteur C fait perdre dix euros.

   a. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant :

Gain (en euros)	-10	1	8
Probabilité			0,25

   b. Calculer le cas moyen que l'on peut espérer à ce jeu. Interpréter ce résultat.

Exercice 4 **7 points** **Commun à tous les candidats**

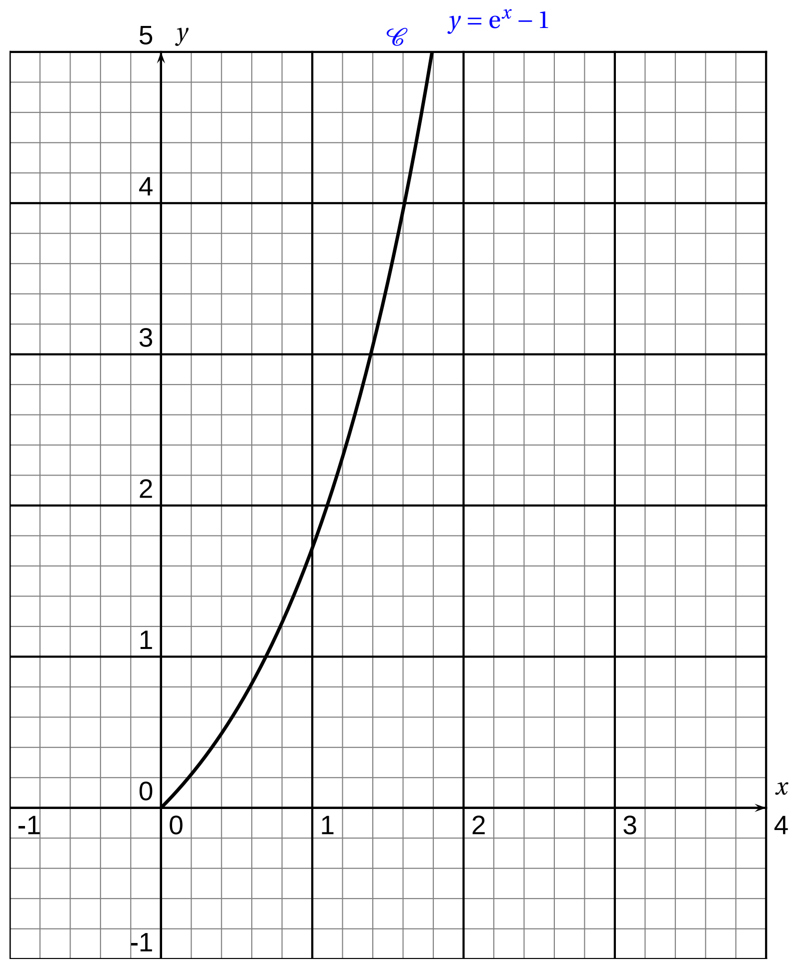
On considère les fonctions f et g définition intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \text{e}^x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{\text{e}^x + 1}$$

Les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Le plan est rapporté un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. La fonction f est représentée par la courbe $\mathscr{C}$ figurant ci-dessous.



a. Donner une équation de la tangente T cette courbe au point O origine du repère.

b. Tracer la droite T dans le repère donné

2. étude de la fonction g

a. Calculer $g(0)$.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.

c. Étudier les variations de la fonction gestion sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

d. Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère donné.

3. La lecture graphique montre que l'équation $f(x) = g(x)$ admet dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$ unique solution, notée m.

a. Faire figurer sur le graphique le point de coordonnées $(m~;~f(m))$.

b. Prouver, par le calcul, que $m = \ln(2)$.

4. On considère le nombre suivant :

$$\mathscr{A} = \int_0^{\ln(2)} g(x)\,\mathrm{d}x$$

a. Sur le graphique précédent, hachurer le domaine dont l'aire, en en unités d'aires, est égale à $\mathscr{A}$.

b. Soit la fonction véritable G définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$G(x) = 3x - 3\ln\left(\mathrm{e}^{x} + 1\right)$$

Montrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

c. Calculer $\mathscr{A}$.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2006

EXERCICE 1 **3 points**
Commun à tous les candidats

Questionnaire à choix multiples
Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. On demanda d'indiquer la ppnse exacte en cochant sans justification la grille réponse jointe en annexe à rendre avec la copie. Une bonne réponse rapporté 0,5 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée est* 0.

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5		-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4	$\searrow$	-4.5

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.

1. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$, l'équation $f(x) = -2$
   - admet une seule solution
   - admet deux solutions
   - admet quatre solutions.
2. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$ la courbe $\mathscr{C}$:
   - admet une seule asymptote la droite d'équation $x = -5$
   - admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $x = -4,5$ et $y = -5$
   - admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $y = -4,5$ et $x = -5$.
3. On sait que $f'(2) = 0$. L'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est :
   - $y = 4$
   - $y = 4(x-2)$
   - $x = 4$.
4. On sait que l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(1\ ;\ 2)$ est $y = 3x - 1$. On a :
   - $f(2) = 1$
   - $f'(1) = -1$
   - $f'(1) = 3$.
5. Sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$, la fonction g définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$
   - est croissante
   - est décroissante
   - n'est pas monotone.
6. On pose $h(x) = \ln\left[f(x) + 5\right]$. Alors la fonction h :
   - est décroissante sur $]2\ ;\ +\infty[$;
   - est positive sur $]2\ ;\ +\infty[$
   - n'est pas définie sur $]2\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

Les résultats seront arrondis â 10^{-3} près.

Un musée très fréquenté propose à la vente trois sortes de billets :

- au prix de 5 €un billet pour visiter uniquement le fonds permanent des collections ;
- au prix de 3 €un billet pour visiter uniquement une exposition temporaire ;
- au prix de 6 €un billet pour visiter le fonds permanent et l'exposition temporaire.

On sait que :

- 85 % des visiteurs visitent le fonds permanent
- 35 % des visiteurs visitent l'exposition temporaire.

Un visiteur se présente à l'entrée du musée et achète un billet On considère les évènements suivants : F : « Le visiteur achète un billet à 5 € » E : « Le visiteur achète un billet à 3 € » M : « Le visiteur achète un billet à 6 € ».

1. **a.** Établir que $p(\text{M}) = 0,2$; $p(\text{F}) = 0,65$ et $p(\text{E}) = 0,15$.

   b. Calculer le prix de vente moyen d'un billet.

   Le musée propose à la vente un catalogue sur l'exposition temporaire.
   On sait que :
   - 35 % des personnes qui ne visitent que l'exposition temporaire achètent le catalogue.
   - 25 % des personnes qui visitent le fonds permanent et l'exposition temporaire achètent le catalogue.
   - 97 % des visiteurs du seul fonds permanent n'achètent pas le catalogue.

   On considère l'évènement C : « Le visiteur achète le catalogue »
2. Démontrer que $p(\text{C}) = 0,122$ (on pourra s'aider d'un arbre).
3. Un visiteur a acheté le catalogue. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas visité l'exposition temporaire ?
4. Quelle est la probabilité que, parmi trois visiteurs du musée venus indépendamment les uns des autres, au moins un n'ait pas acheté le catalogue ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats suivant l'enseignement de spécialité

Les questions 1. et 2. peuvent être traitées de façon indépendante.

1. Dans une région, on considère trois types de temps : beau, variable, pluvieux.
   On sait que :
   - S'il fait beau un jour donné, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est $\dfrac{1}{3}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\dfrac{1}{6}$
   - Si le temps est variable, la probabilité qu'il soit variable le lendemain est $\dfrac{1}{4}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\dfrac{1}{2}$
   - S'il pleut, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est $\dfrac{1}{4}$ et la probabilité qu'il fasse beau est $\dfrac{1}{2}$

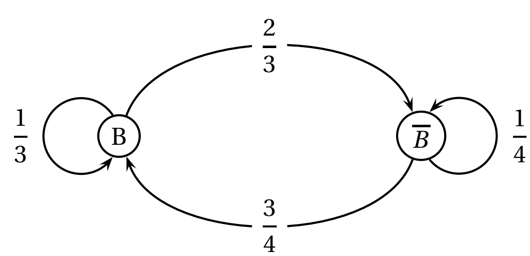
   On note
   - B : « le temps est beau » ;
   - V : « le temps est variable » ;
   - P : « le temps est pluvieux ».

   a. Représenter la situation par un graphe probabiliste.

b. Donner la matrice de transition de ce graphe. Les sommets B, V, P seront rangés dans cet ordre.

c. Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste dans n jours est défini par la matrice ligne $P_n = \left(b_n\ v_n\ p_n\right)$ où b_n désigne la probabilité qu'il fasse beau dans n jours, v_n la probabilité que le temps soit variable dans n jours et p_n la probabilité qu'il pleuve dans n jours.
Aujourd'hui il fait beau, on a donc $P_0(1\ 0\ 0)$ matrice ligne décrivant l'état initial.
Déterminer la probabilité de chaque type de temps dans 2 jours.

2. Dans une autre région, on note B : « il fait beau » $\overline{\text{B}}$: « il ne fait pas beau ».
Les variations du temps sont représentées par le graphe suivant :



a. Donner la matrice de transition T de ce graphe.

b. Soit $Q = (x\ y)$ avec $x + y = 1$.
Déterminer x et y tels que $Q = QT$ et interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 1 - x + 2\ln x.$$

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique de f dans un repère orthogonal (unites : 2 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Calculer la limite de f en 0.

2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.
Dresser le tableau des variations de f.

3. **a.** Calculer $f(1)$.

b. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[3\,;\,4]$ une solution unique α puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α.

c. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

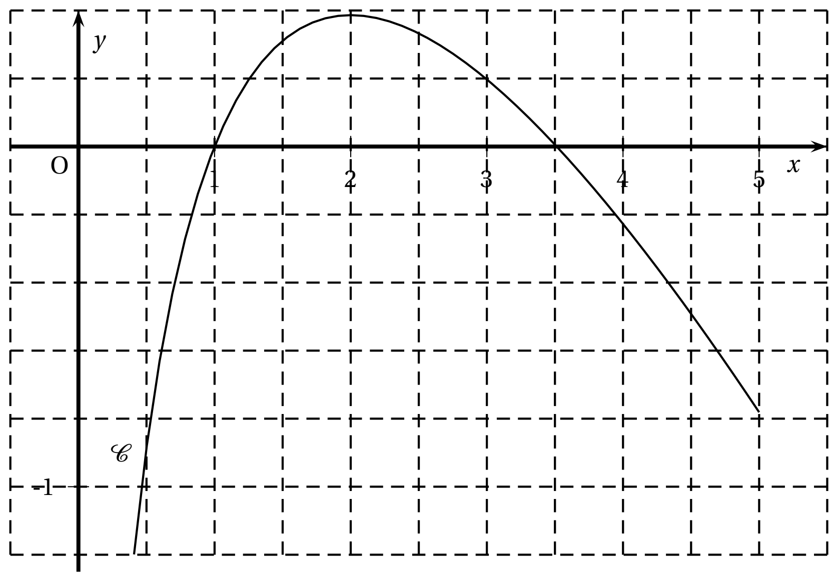
4. On appelle g la fonction définie sur $]0\,;\,5]$ par

$$g(x) = x\left(-\frac{1}{2}x + 2\ln x - 1\right).$$

a. Montrer que g est une primitive de f sur $]0\,;\,5]$.

b. Sur le graphique ci-dessous, on considère le domaine limité par l'axe des abscisses et la partie de la courbe $\mathscr{C}$ située au-dessus de cet axe. Montrer que l'aire de ce domaine est égale en unités d'aire, à $g(\alpha) - g(1)$.

c. Calculer une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2. *On utilisera la valeur approchée de* α *trouvée au* 3. b.



Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près

Le tableau ci-dessous donne le PIB de la Chine. en milliards de dollars, entre 1982 et 2002.

Année	1982	1986	1990	1994	1998	2002
Rang x_i de l'année	0	4	8	12	16	20
PIB y_i	280	300	384	546	945	1232

(*Le Monde du* 26/01/2004

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 1 cm pour deux années sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 100 milliards de dollars sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. Tracer cette droite sur le graphique.

c. Avec cet ajustement, estimer graphiquement et par le calcul le PIB de la Chine en 2004. Commenter le résultat obtenu.

3. On envisage dans celte question un ajustement exponentiel.
En posant $z = \ln y$ on obtient une droite d'ajustement de z en x d'équation $z = 0,08x + 5,46$.

a. On se propose de déterminer alors y en fonction de x sous la forme $y = \alpha \mathrm{e}^{\beta x}$ où α et β sont deux réels.
Montrer que $y = 235,10\mathrm{e}^{0,08x}$.

b. Tracer sur le graphique la courbe d'équation $y = 235,10\mathrm{e}^{0,08x}$, pour $x \in [0\ ;\ 24]$.

c. Avec cet ajustement, estimer graphiquement et par le calcul, le PIB de la Chine en 2004.

4. Le PIB de la Chine pour 2004 était de 1 650 milliards de dollars (Source internet).
Calculer en pourcentage par rapport à la valeur réelle, les erreurs commises en prenant comme PIB les estimations obtenues aux questions 2 et 3.

Annexe – Document réponse à rendre avec la copie

Exercice 1 - Commun à tous les candidats

Ne cocher qu'une seule réponse par question

1. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$, l'équation $f(x) = -2$
- ☐ admet une seule solution
- ☐ admet deux solutions
- ☐ admet quatre solutions.

2. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$ la courbe $\mathscr{C}$:
- ☐ admet une seule asymptote la droite d'équation $x = -5$
- ☐ admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $x = -4,5$ et $y = -5$
- ☐ admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $y = -4,5$ et $x = -5$.

3. On sait que $f'(2) = 0$. L'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est :
- ☐ $y = 4$
- ☐ $y = 4(x-2)$
- ☐ $x = 4$.

4. On sait que l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(1\ ;\ 2)$ est $y = 3x - 1$. On a :
- ☐ $f(2) = 1$
- ☐ $f'(1) = -1$
- ☐ $f'(1) = 3$.

5. Sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$, la fonction g définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$
- ☐ est croissante
- ☐ est décroissante
- ☐ n'est pas monotone.

6. On pose $h(x) = [f(x) + 5]$. Alors la fonction h :
- ☐ est décroissante sur $]2\ ;\ +\infty[$;
- ☐ est positive sur $]2\ ;\ +\infty[$;
- ☐ n'est pas définie sur $]2\ ;\ +\infty[$.

∽ Baccalauréat ES France 15 juin 2006 ∾

EXERCICE 1 **3 points**

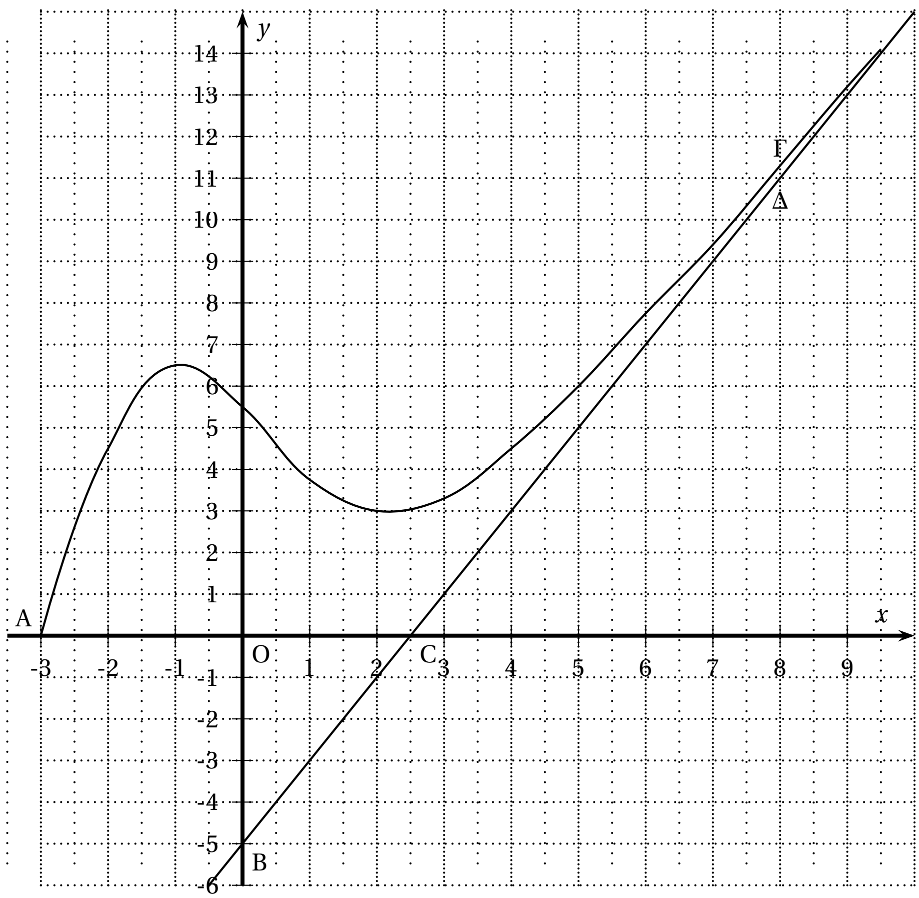
Commun tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ +\infty[$, croissante sur les intervalles $[-3\ ;\ -1]$ et $[2\ ;\ +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$.

On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-3\ ;\ +\infty[$.

La courbe Γ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Elle passe par le point A$(-3\ ;\ 0)$ et admet pour asymptote la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3\ ;\ +\infty[$.

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

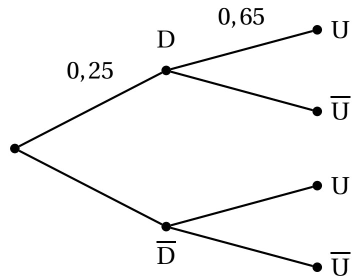
c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (2x - 5)] = +\infty$.

d. $f'(0) = -1$.
e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\ ;\ 1]$.
f. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La médiathèque d'une université possède des DVD de deux provenances, les DVD reçus en dotation et les DVD achetés. Par ailleurs, on distingue les DVD qui sont de production européenne et les autres.
On choisit au hasard un de ces DVD. On note :
D l'évènement « le DVD a été reçu en dotation » et $\overline{\text{D}}$ l'évènement contraire,
U l'évènement « le DVD est de production européenne » et $\overline{\text{U}}$ l'évènement contraire.
On modélise cette situation aléatoire par l'arbre incomplet suivant dans lequel figurent quelques probabilités par exemple, la probabilité que le DVD ait été reçu en dotation est $p(\text{D}) = 0,25$.



On donne, de plus, la probabilité de l'évènement U : $p(\text{U}) = 0,762\ 5$.

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1. **a.** Donner la probabilité de U sachant D.
   b. Calculer $p(\overline{\text{D}})$.
2. **a.** Calculer la probabilité que le DVD choisi ait été reçu en dotation et soit de production européenne (donner la valeur exacte).
   b. Montrer que la probabilité que le DVD choisi ait été acheté et soit de production européenne est égale à $0,6$.
3. Sachant que le DVD choisi a été acheté, calculer la probabilité qu'il soit de production européenne.

PARTIE B

On choisit trois DVD au hasard. On admet que le nombre de DVD est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à trois tirages successifs indépendants avec remise. On rappelle que la probabilité de choisir un DVD reçu en dotation est égale à $0,25$.
Déterminer la probabilité de l'évènement : « exactement deux des trois DVD choisis ont été reçus en dotation ». (Donner la valeur décimale arrondie au millième).

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une région de France supposée démographiquement stable, on compte 190 milliers d'habitants qui se déplacent en voiture pour aller travailler : les uns se déplacent seuls dans leur voiture, les autres pratiquent le co-voiturage. On admet que :

– si une année un habitant pratique le co-voiturage, l'année suivante il se déplace seul dans sa voiture avec une probabilité égale à $0,6$;

– si une année un habitant se déplace seul dans sa voiture, l'année suivante il pratique le co-voiturage avec une probabilité égale à $0,35$.

Première partie

On note C l'état « pratiquer le co-voiturage » et V l'état « se déplacer seul dans sa voiture ».

1. Dessiner un graphe probabiliste de sommets C et V qui modélise la situation aléatoire décrite.
2. En considérant C et V dans cet ordre, en ligne, la matrice de transition associée à ce (graphe est $M = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,60 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix}$. Vérifier que l'état stable du système correspond à la matrice ligne $(70 \quad 120)$.
   En donner une interprétation.

Deuxième partie

En 2000, 60 milliers d'habitants pratiquaient le co-voiturage et 130 milliers d'habitants se déplaçaient seuls dans leur voiture.

On appelle X_n (n entier naturel) le nombre de milliers d'habitants qui pratiquent le co-voiturage durant l'année $2000 + n$. On a donc $X_0 = 60$.

On admet que pour tout entier naturel n, $X_{n+1} = 0,05X_n + 66,5$.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, définie pour tout entier naturel n par $U_n = X_n - 70$.

1. Prouver que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $X_n = 70 - 10 \times 0,05^n$.
   Est-il possible que, durant une année, le nombre d'habitants pratiquant le co-voiturage atteigne la moitié de la population de cette région ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes

Le tableau ci-dessous donne la consommation médicale (exprimée en milliards d'euros) de la population d'un pays :

Année	1990	1995	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	0	5	10	11	12	13
Consommation y_i	38	49,1	51,81	57	62,7	68,97

D'après INSEE

PARTIE A

Le but de cette partie est de mettre en oeuvre deux modélisations de cette consommation médicale.

1. **Premier modèle**
   a. On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.
   b. En supposant que l'évolution se poursuive selon ce modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

2. Deuxième modèle

a. Calculer l'accroissement relatif de la consommation médicale de l'année 2000 à l'année 2001, puis de l'année 2001 à l'année 2002 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

b. À partir de l'année 2000, on modélise la consommation médicale par : $y = 51,81 \times 1,1^n$ pour l'année $2000+n$ avec n entier naturel. En utilisant ce deuxième modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

PARTIE B : Réduction des dépenses

Pour l'année 2005, la consommation médicale réelle s'est élevée à $83,44$ milliards d'euros. Il a été décidé de réduire les dépenses et de les ramener en 2006 à $69,79$ milliards d'euros.

De quel pourcentage (arrondi à 1 %) la consommation médicale doit-elle baisser pour atteindre cet objectif ?

Rappel de définitions

On désigne par a_1 et a_2 des nombres réels strictement positifs $a_2 > a_1$.

L'accroissement absolu de a_1 à a_2 est égal à $a_2 - a_1$.

L'accroissement relatif de a_1 à a_2 est égal $\dfrac{a_2 - a_1}{a_1}$.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x-3} - \frac{1}{x+4}$$

PARTIE A

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, on note f' sa fonction dérivée.
   Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
2. En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$
3. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
4. **a.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. On admet qu'il existe un unique nombre réel positif α tel que $f(\alpha) = 0$.
   Donner le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
5. **a.** Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant (donner les valeurs décimales arrondies au dix-millième)

x	1,32	1,325	1,33
$f(x)$			

   b. En déduire la valeur décimale, arrondie au centième, du nombre α tel que $f(\alpha) = 0$.

PARTIE B

1. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{x-3} - \ln(x+4)$$

a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note g' sa fonction dérivée. Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$

b. Étudier le sens de variations de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ en utilisant les résultats de la PARTIE A.

2. Calculer l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
(Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au centième).

ANNEXE

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

AFFIRMATIONS	V	F
a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3\ ;\ +\infty[$.		
b. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.		
c. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (2x - 5)] = +\infty$.		
d. $f'(0) = -1$.		
e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\ ;\ 1]$.		
f. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.		

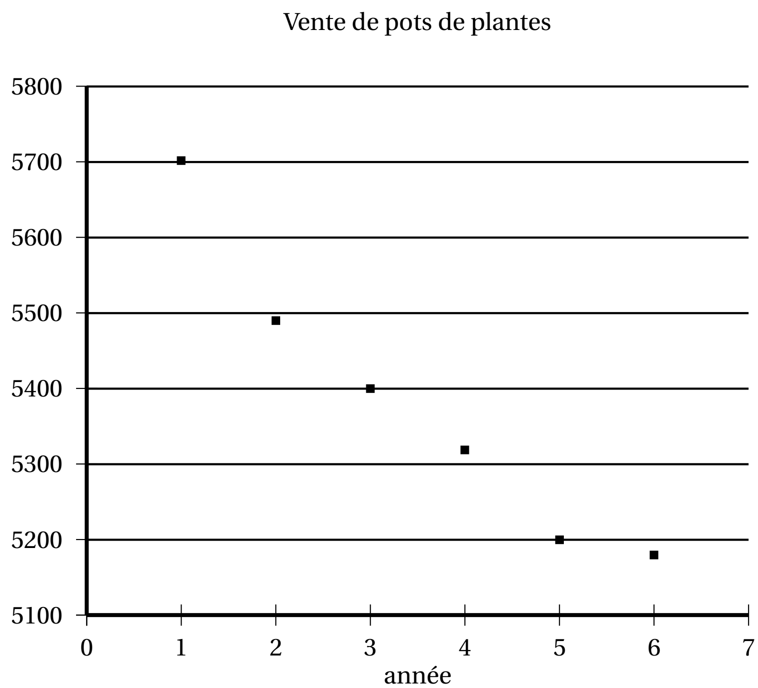
Baccalauréat ES La Réunion juin 2006

Exercice 1 **4 points**

Commun tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la vente de pots de plantes vertes en milliers de pots en France, de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre $_i$ de pots de plantes (en milliers de pots)	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180



Pour ce nuage de points, un ajustement affine ne semble pas adapté. On cherche alors un ajustement exponentiel.

1. On pose $z_i = \ln y_i$.

a. Calculer les valeurs z_i, du tableau associées aux rangs x_i, en arrondissant au centième et pour i variant de 1 à 6. *On portera ces valeurs dans le tableau situé sur l'annexe* 1.

b. Construire, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points $N_i\left(x_i\ ;\ z_i\right)$, dans le repère orthogonal défini de la manière suivante :

- sur l'axe des abscisses, on place O à l'origine et on prend 2 cm pour représenter 1 année
- sur l'axe des ordonnées, on place 8,50 à l'origine et on prend 1 cm pour représenter 0,01.

2. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (*on ne demande pas le détail des calculs*). Les coefficients seront arrondis au centième.

b. Tracer la droite d dans le repère précédemment défini.

c. Déterminer la relation entre y et z, sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, qui traduit l'équation de la droite d'ajustement d. Le nombre A est arrondi à l'unité et le nombre B arrondi au centième,

3. **a.** On suppose que l'évolution de la vente reste conforme à l'ajustement calculé à la question 2.
Donner alors une estimation du nombre de pots qu'on peut espérer vendre en 2006, exprimé en milliers de pots (résultat arrondi à l'unité).

b. Une étude concurrente donne une estimation pour 2006 de 5 085 milliers de pots vendus.
Calculer la différence entre les deux estimations. Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la premiere estimation ? (on donnera une valeur approchée arrondie au centième de ce résultat).

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} u_1 & = & 12 \text{ et} & \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{3}u_n + 5 & \text{pour tout entier naturel } n \geqslant 1 \end{array}\right.$$

1. Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = \dfrac{1}{3}x + 5$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).
(*Cette construction est à faire sur le graphique de l'annexe* 3 - *exercice* 2 - *Spécialité*)
Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?

2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par : $v_n = u_n - \dfrac{15}{2}$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$.

b. Exprimer alors v_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (v_n) puis en déduire la limite de la suite (u_n).

3. Est-il possible de déterminer n de sorte que :

a. $u_n - \dfrac{15}{2} \leqslant 10^{-6}$?

b. $u_n - \dfrac{15}{2} \geqslant 10^{6}$?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n 'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de transports routiers dispose de 16 camions dont :

- 9 sont considérés comme « anciens »
- 4 sont considérés comme « récents »
- 3 sont considérés comme « neufs ».

Partie A

L'entreprise décide d'observer l'état des 16 camions pendant une période donnée. On sait de plus que, pendant cette période, la probabilité que :

- un camion « ancien » ait une panne, est égale à 0,08

- un camion « récent » ait une panne, est égale à 0,05
- un camion « neuf » ait une panne, est égale à 0,002 5.

On choisit au hasard un camion parmi les 16. On note les évènements suivants :

A : « le camion est ancien »
R : « le camion est récent »
N : « le camion est neuf »
D : « le camion a une panne ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant les éventualités associées au choix d'un camion.

2. Calculer la probabilité que le camion choisi soit récent et ait une panne (*on donnera, pour cette question et les deux suivantes, à chaque fois une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-4} *près*)

3. Calculer la probabilité que le camion choisi ait une panne.

4. Calculer la probabilité que le camion soit neuf sachant qu'il n'a pas de panne.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse seulement aux camions « neufs ».
(*on donnera, pour chacune des questions suivantes, une valeur approchée du résultat arrondie au millième*).
Un camion peut être indisponible pour des raisons de matériel ou de personnel. Chaque camion neuf a de façon indépendante une probabilité d'indisponibilité de $0,01$.
Déterminer la probabilité pour qu'un jour donné :

1. tous les camions « neufs » soient indisponibles (évènement T)

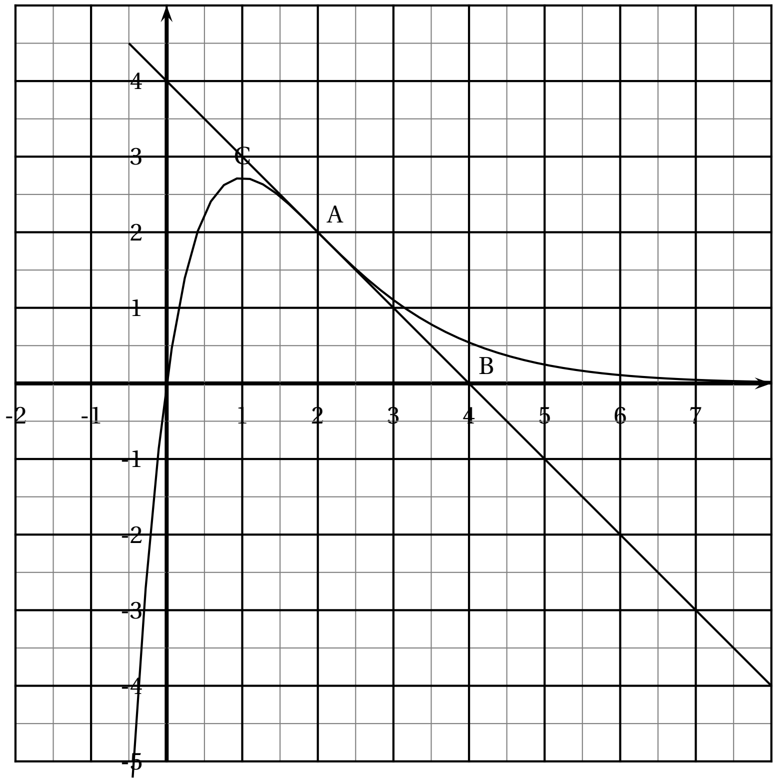
2. un camion « neuf » au moins soit indisponible (évènement M)

3. deux camions « neufs » exactement soient disponibles (évènement S).

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points O(0 ; 0) et A (2 ; 2).
La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ. La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.
2. Une des représentations graphiques présentées sur l'annexe 2, représente la fonction dérivée g' de g et une autre représente une primitive G de g sur $\mathbb{R}$.
   Déterminer la courbe associée à la fonction g' et celle associée à G ; vous justifierez votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.
3. On suppose que la fonction g est de la forme : $g(x) = (x+a)\mathrm{e}^{bx+c}$ où a, b et c sont des nombres réels.
   a. Démontrer que $a = 0$ et que $c = -2b$.
   b. Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x.
   c. Calculer alors les valeurs de b et de c.
4. Démontrer que la fonction G définie par $G(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{2-x}$ est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.
5. Calculer l'aire $\mathscr{K}$, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte. On portera la réponse dans le tableau prévu en annexe (Annexe 1).

Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si le total de point est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

1. L'expression $f(x) = x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)+1$ peut aussi s'exprimer ainsi :
   a. $f(x) = \ln \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-x}\left(x + x\mathrm{e}^{x}\right)$

b. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$

c. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 1 + \mathrm{e}^{x}$

2. Deux fonctions u et g sont connues par leurs tableaux de variations.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$u(x)$	4	↘	2	↘	-2	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

On a alors :

a. $g[u(-1)] = -1$

b. $g[u(-2)] = -2$

c. $g[u(-1)] = -2$

3. En considérant les fonctions u et g précédentes , on a :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} g[u(x)] = 4$

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} g[u(x)] = -\infty$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} g[u(x)] = +\infty$

4. En considérant la fonction g de la question 2, l'équation $g(x) = 3$ admet :

a. exactement une solution sur $[-4\ ;\ 2]$

b. exactement une solution sur $[-3\ ;\ +[$

c. exactement une solution sur $]-\infty\ ;\ -2]$

5. Dire que la droite d'équation $y = x-1$ est asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan, revient à dire que :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$

b. $\lim\limits_{x \to 0} [f(x) - (x-1)] = +\infty$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

6. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{-x^2+1}$ est :

a. une primitive de la fonction qui à x associe : $-x\mathrm{e}^{-x^2+1}$

b. une primitive de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

c. la dérivée de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

7. Une fonction f est connue par son tableau de variations :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+\mathrm{e}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Soit F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On peut affirmer que :

a. F est croissante sur $]-\infty\ ;\ 3]$

b. F' est positive sur $\mathbb{R}$

c. F est croissante sur $[3\,;\,5]$

8. La fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{4\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-4}$ a pour représentation graphique la courbe $\mathscr{C}$, dans un repère donné. On peut dire alors que :

a. la droite d'équation $y=x+1$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

b. la droite d'équation $x=-4$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$

c. la droite d'équation $x=4$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

9. Pour toute fonction f continue et positive sur $[-1\ ;\ 1]$ si $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f dans un repère donné du plan, alors $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. la valeur moyenne de f sur $[-1\ ;\ 1]$.

b. l'aire, en unités d'aire, du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_f$, entre les droites d'équations $x=-1$ et $x=1$.

c. égale à $f(1)-f(-1)$.

10. a et b étant deux nombres réels strictement positifs, $\ln(a+b)$ est égale à :

a. $(\ln a)\times(\ln b)$.

b. $\ln a+\ln\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)+\ln b$.

c. $\ln a+\ln b$.

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 (question 1. a.)

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180
$z_i = \ln y_i$						

Exercice 4

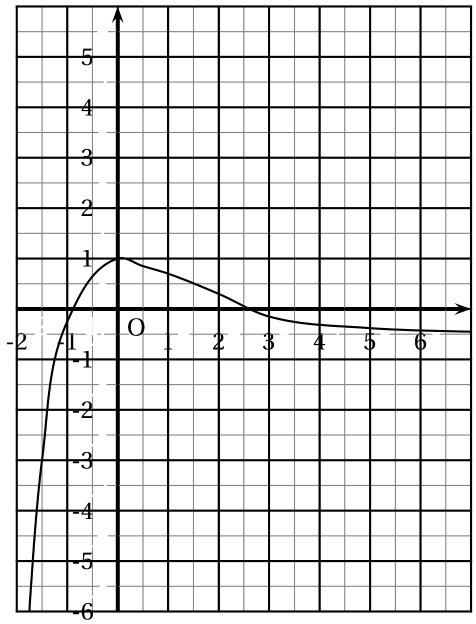
Pour chaque question du Q.C.M., cocher la case correspondant à la bonne réponse

Questions	Réponse a.	Réponseb.	Réponse c.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

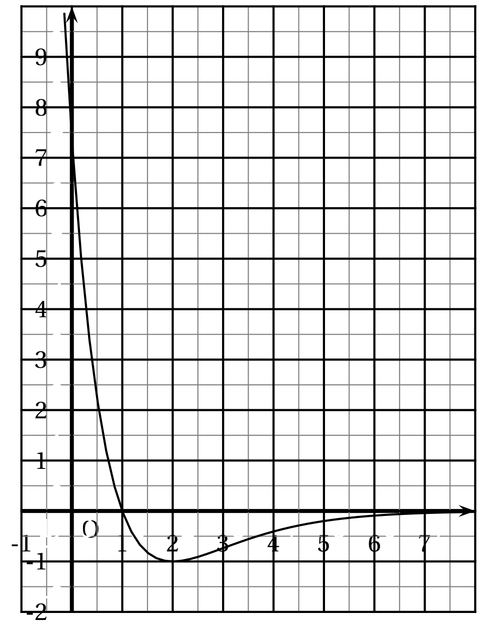
ANNEXE 2 : cette feuille n'est pas à rendre avec la copie

Courbes de l'exercice 3 - question 1

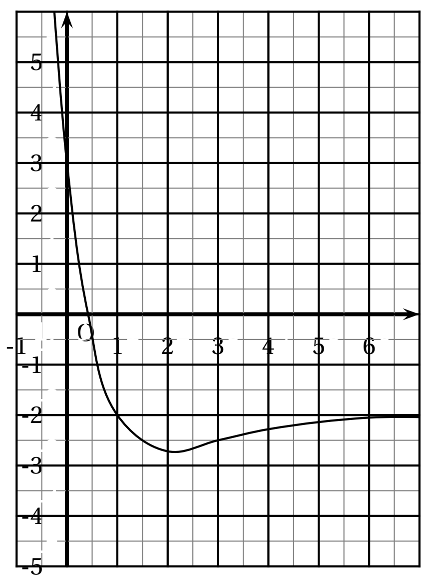
Courbe 1



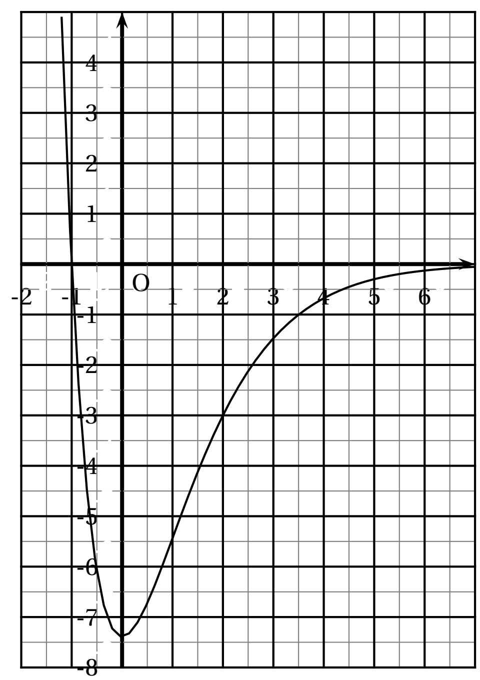
Courbe 2



Courbe 3

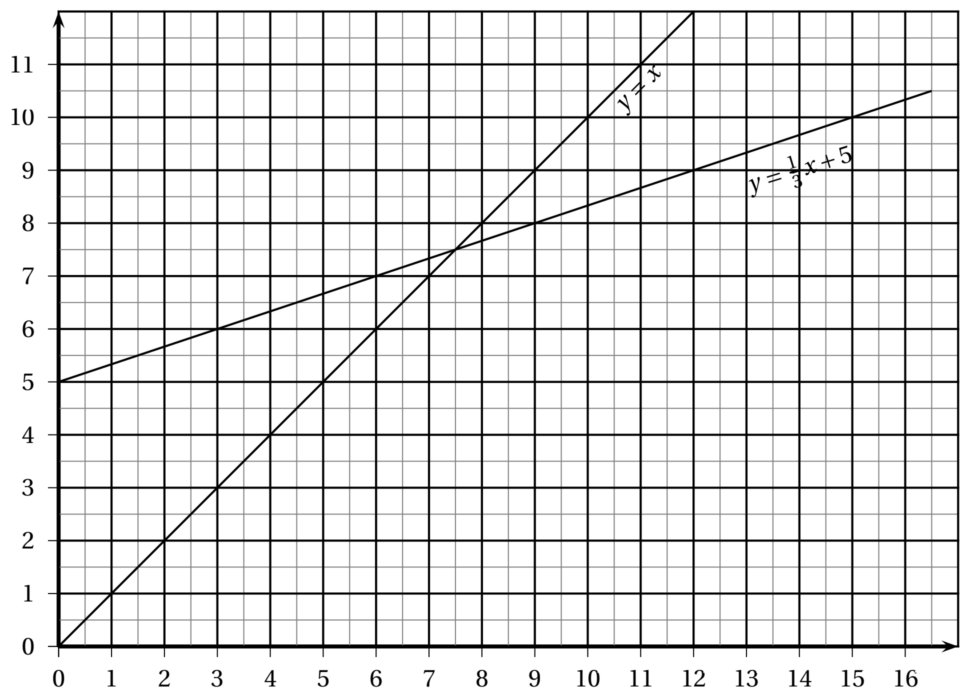


Courbe 4



ANNEXE 3 : Exercice 2 - Spécialité

À rendre avec la copie



Baccalauréat ES Polynésie juin 2006

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce Q.C.M., une seule des trois propositions est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la bonne affirmation. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

1. Si la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet :
   - Au moins une solution.
   - Au plus une solution.
   - Exactement une solution.
2. Si la fonction f est continue sur $[a\,;\,b]$ et si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors l'équation $f(x) = 0$ admet :
   - Au moins une solution.
   - Au plus une solution.
   - Exactement une solution.
3. Si la fonction f est continue et positive sur $[a\,;\,b]$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal. En unités d'aire, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est donnée par la formule :
   - $\mathscr{A} = \displaystyle\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - $\mathscr{A} = \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - $\mathscr{A} = f(b) - f(a)$.
4. Un produit coûte initialement 500 euros. Son prix augmente de 20 %. Si l'on veut revenir au prix initial, il faut :
   - Diminuer le prix de 20 %.
   - Diminuer le prix de $\dfrac{1}{20}$ %.
   - Diminuer le prix de 100 euros.

Exercice 2 **5 points**

On sait que la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction numérique f définie sur $]-2\,;\,+\infty[$, passe par les points O(0 ; 0) et A(−1 ; 0), que la tangente à $\mathscr{C}_f$ en O a pour coefficient directeur $\ln(2)$ et la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A a pour équation $y = x + 1$.

1. **a.** À l'aide des données ci-dessus, donner la valeur de $f(0)$, de $f'(0)$, de $f(-1)$ et de $f'(-1)$.

   b. Donner une équation de la tangente en O à $\mathscr{C}_f$.
2. Nous savons qu'il existe des réels a, b et c tels que pour tout $x > -2$:

$$f(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\ln(x + 2).$$

   a. Exprimer $f(0)$ à l'aide de a, b et c.

   b. Exprimer $f'(x)$ à l'aide de a, b et c.

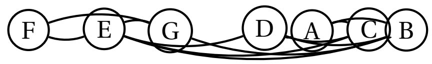
c. En déduire $f'(0)$ et $f'(-1)$ à l'aide de a, b et c.

d. En déduire les valeurs de a, b et c.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G. Cela conduit au graphe $\mathcal{G}$ suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. Le graphe $\mathcal{G}$ est-il complet ? Quel est l'ordre de $\mathcal{G}$?

2. a. Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.
Proposer un coloriage adapté â cette condition.

b. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de $\mathcal{G}$?

3. a. Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?

b. Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2. ?

4. a. En considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, construire la matrice M associée à $\mathcal{G}$.

b. On donne :

$$M^8 = \begin{pmatrix} 6\,945 & 9\,924 & 8\,764 & 8\,764 & 9\,358 & 3\,766 & 5\,786 \\ 9\,924 & 14\,345 & 12\,636 & 12\,636 & 13\,390 & 5\,486 & 8\,310 \\ 8\,764 & 12\,636 & 11\,178 & 11\,177 & 11\,807 & 4\,829 & 7\,369 \\ 8\,764 & 12\,636 & 11\,177 & 11\,178 & 11\,807 & 4\,829 & 7\,369 \\ 9\,358 & 13\,390 & 11\,807 & 11\,807 & 12\,634 & 5\,095 & 7\,807 \\ 3\,766 & 5\,486 & 4\,829 & 4\,829 & 5\,095 & 2\,116 & 3\,181 \\ 5\,786 & 8\,310 & 7\,369 & 7\,369 & 7\,807 & 3\,181 & 4\,890 \end{pmatrix}$$

Combien y a-t-il de chemins de longueurs 8 qui relient B à D ?

5. a. Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?

b. Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.

EXERCICE 3 **5 points**

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne. Elle révèle que 40 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons. Sur l'ensemble de la clientèle, 40 % choisit de voyager en première classe et le reste en seconde classe. En fait, 60 % des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20 % des clients pour raisons touristiques voyagent en première classe.

On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client à la même probabilité d'être choisi. On note :

– A l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »
– T l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »

– D l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »
– V l'évènement « le client interrogé voyage en première classe ».

Si E et F sont deux évènements, on note $p(\text{E})$ la probabilité que E soit réalisé, et $p_{\text{F}}(\text{E})$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{\text{E}}$ l'évènement contraire de E.

1. Déterminer : $p(\text{A})$, $p(\text{T})$, $p(\text{V})$, $p_{\text{A}}(\text{V})$ et $p_{\text{T}}(\text{V})$.

2. **a.** Determiner la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.

b. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.

c. En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.

3. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.

4. Soit un entier n supérieur ou égal à 2. On choisit n clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante.
On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.

a. Prouver que : $p_n = 1 - 0,4^n$.

b. Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0,9999$.

EXERCICE 4 **6 points**

On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\text{e}^x.$$

Dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm sur chaque axe, on note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique et $\mathscr{C}_{\text{exp}}$ la représentation graphique de la fonction exponentielle.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Donner les valeurs de $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2\text{e}^x$ et de $\lim\limits_{x \to -\infty} x\text{e}^x$.

c. En déduire que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

2. **a.** On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$, montrer que

$$f'(x) = (x+1)(x+2)\text{e}^x.$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

c. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

3. Déterminer le signe de f sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Préciser les positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_{\text{exp}}$.

b. Construire ces deux courbes dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

5. Soit F la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par : $F(x) = \left(x^2 - x + 2\right)\text{e}^x$.
Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

6. **a.** Déterminer la valeur exacte de l'aire en cm^2 du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

b. Déterminer la valeur exacte de l'aire en cm^2 du domaine $\mathscr{D}'$ délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_{\text{exp}}$, et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.