Baccalauréat ES 2007

L'intégrale de septembre 2006 à juin 2007

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat S Antilles-Guyane septembre 2006

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse. Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point. Une réponse inexacte enlève* $0,25$ *point, L'absence de r ponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

QUESTIONS	**RéPONSES**
1. L'ensemble des solutions de l'équation $\ln\left(x^2\right) = 2$ est ...	☐ $\{\text{e}\}$ ☐ $\{-2\ ;\ 2\}$ ☐ $\{-\text{e}\ ;\ \text{e}\}$
2. $\exp(2x-6)$ est égal à ...	☐ $\text{e}^{2x} - \text{e}^6$ ☐ $\dfrac{2\text{e}^x}{\text{e}^6}$ ☐ $\left(\text{e}^{x-3}\right)^2$
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-1 < \text{e}^x < 9$ est ...	☐ $]0\ ;\ \ln 9[$ ☐ $]-\infty\ ;\ 2\ln 3[$ ☐ $]\text{e}^{-1}\ ;\ \text{e}^9[$
4. Si $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\text{d}x = 1,9$ et $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = -0,9$, alors $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\text{d}x = \ldots$	☐ 1 ☐ $-2,8$ ☐ $2,8$
5. La valeur moyenne de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{(x+1)}$ sur $[0\,;\,4]$ est égale à ...	☐ $\dfrac{1}{2}\ln 2$ ☐ $\dfrac{1}{4}\ln 5$ ☐ $\ln 4$
6. Laquelle de ces limites est exacte ?	☐ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{2}{\text{e}^x}\right) = -\infty$ ☐ $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\text{e}^x = -\infty$ ☐ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\text{e}^x} = 1$
7. Le coût marginal est assimil à la dérivée du coût total. Si le coût marginal est $C_m(q) = \dfrac{6+6\ln q}{q}$ exprimé en milliers d'euros pour $q > 0$, alors le coût total exprimé en milliers d'euros est égal à	☐ $\text{C}_\text{T}(q) = 3\ln q(2+\ln q)$ ☐ $\text{C}_\text{T}(q) = \dfrac{-6\ln q}{q^2}$ ☐ $\text{C}_\text{T}(q) = 6\ln q + 3\ln\left(q^2\right)$
8. Si f est la fonction définie sur $[1\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = 2\ln x - 3x + 5$, alors dans un repère du plan, une équation de la tangenteà la courbe représentant f au point d'abscisse 1 est ...	☐ $y = -x+2$ ☐ $y = -x+3$ ☐ $y = -3x-2$

EXERCICE 2 **6 points**

PARTIE A : UTILISATION D'UN GRAPHIQUE

La courbe $\mathscr{C}_g$ donnée en annexe (à rendre avec la copie) représente, dans un repère du plan, une partie de la représentation graphique de la fonction g définie sur $[0~;~+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{a}{\mathrm{e}^{bx}+1}$ où a et b sont deux réels.
Soient A et B les points de coordonnées respectives A$(0~;6)$ et B$(4~;0)$.

1. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe au point A, déterminer $g(0)$, puis $g'(0)$.

2. Exprimer en fonction de a et b la dérivée $g'(x)$.

3. à l'aide des résultats précédents prouver que $a = 12$ et $b = 0,5$.

PARTIE B : ÉTUDE DE FONCTIONS

1. On donne $f(x) = \mathrm{e}^{0,5x} - 1$pour tout réel x dans $[0~;~+\infty[$

a. Calculer $f0)$, puis étudier la limite de f en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variations de f, puis dresser son tableau de variations sur $[0~;~+\infty[$.

c. Tracer, sur le graphique en annexe, la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

2. On rappelle que $g(x) = \dfrac{12}{\mathrm{e}^{0,5x}+1}$ et on admet que l'équation $f(x) = g(x)$ admet une solution unique p sur $[0~;~+\infty[$.

a. Déterminer la valeur exacte de p. Contrôler graphiquement ce résultat.

b. En déduire la valeur exacte de $n = f(p)$.

c. Calculer $\displaystyle\int_0^{\ln 13} f(x)\,\mathrm{d}x$; que représente graphiquement cette intégrale ? Le préciser sur le graphique.

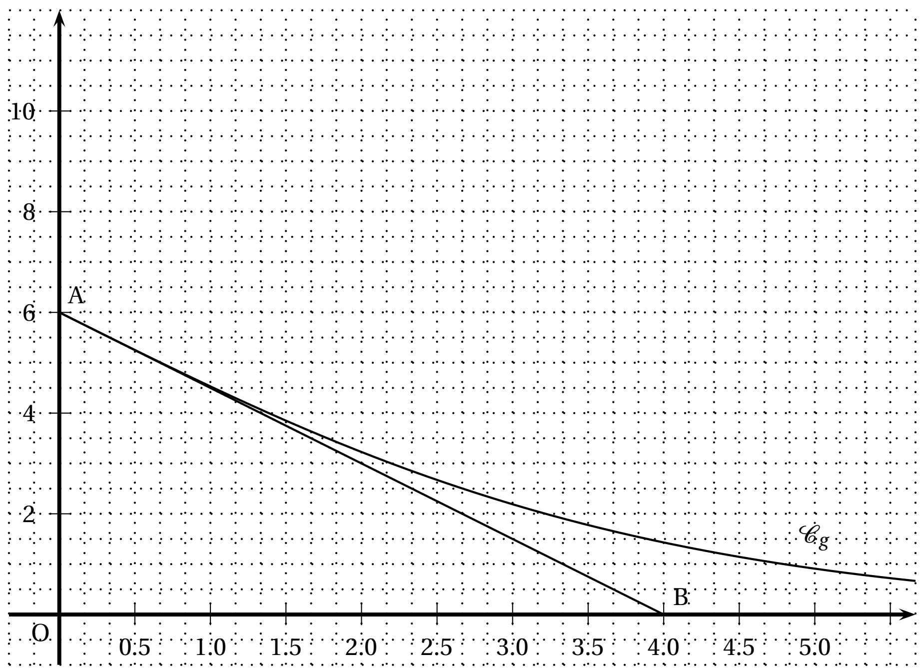
PARTIE C : INTERPRÉTATION ÉCONOMIQUE

Pour un prix de vente unitaire x, exprimé en centaines d'euros, $f(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, proposés sur le marché et $g(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, que les consommateurs sont prêts à acheter.
La fonction f est appelée fonction d'offre et la fonction g fonction de demande.
À l'aide des calculs réalisés dans la partie B, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le prix d'équilibre arrondi à 1 euro ?

2. On appelle rente du producteur le nombre $\mathrm{R} = np - \displaystyle\int_0^p f(x)\,\mathrm{d}x$ (n et p étant définis en B 2).
Calculer la valeur exacte de R, puis son approximation décimale arrondie à la centaine d'euros.

Annexe



EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors de sa création au 1er janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. à la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.

Pour tout nombre entier naturel n, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, n années après la création du club.

On a donc $a_0 = 3$. On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout nombre entier naturel n,

$a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

Partie A : Étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Dans le repère donné en ANNEXE 2, à rendre avec la copie, on a représenté la droite D d'équation $y = 0,75x + 1,2$ et la droite Δ d'équation $y = x$ pour les abscisses comprises entre 0 et 6.

1. Placer a_0 sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites D et Δ, placer sur l'axe des abscisses les valeurs a_1, a_2, a_3, a_4 (laisser apparents les traits de construction).
2. Quelle semble être la limite de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

Partie B : Étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = a_n - 4,8$ pour tout nombre entier naturel n.

1. **a.** Calculer u_0.

   b. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 0,75.

   c. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $a_n = 4,8-1,8\times(0,75)^n$.

   d. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.
2. Si l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit selon ce modèle, le club peut-il avoir 500 adhérents durant une année ? Pourquoi ?

EXERCICE 3 **5 points**

Une bibliothécaire a constaté que

– Lorsqu'un étudiant choisit un livre, ce livre est une bande dessinée avec une probabilité égale à 0,3 ou un roman une fois sur cinq ; sinon c'est un livre de cours.
– Lorsque l'étudiant choisit un roman, il prend aussi un magazine une fois sur deux.
– La probabilité qu'il emprunte à la fois une bande dessinée et un magazine est 0,24.
– Lorsqu'il prend un livre de cours, il n'emprunte pas de magazine.

1. Un étudiant entre dans la bibliothèque. On notera B l'évènement « il emprunte une bande dessinée »,
R l'évènement « il emprunte un roman »,
C l'évènement « il emprunte un livre de cours »,
M l'évènement « il emprunte un magazine ».
   a. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.
   b. Calculer la probabilité qu'il choisisse un livre de cours.
   c. Calculer la probabilité qu'il emprunte un magazine sachant qu'il a déjà pris une bande dessinée.
   d. Calculer la probabilité qu'il reparte avec un magazine.
   e. Quelle est la probabilité qu'il emprunte un roman sachant qu'il a pris un magazine ? Le résultat sera arrondi au millième.
2. Trois étudiants sont entrés en même temps et choisissent, de manière indépendante, des ouvrages. On note X le nombre total de magazines qu'ils empruntent. On suppose dans cette question que $p(\text{M}) = 0,34$ où M est l'évènement défini dans la question 1.
   a. Déterminer la probabilité que les trois étudiants empruntent un magazine chacun.
   b. Quelles sont les valeurs possibles de X ?
   c. Déterminer la loi de probabilité de X ; on présentera les résultats sous forme d'un tableau.
   Les résultats seront arrondis au millième.

x_i	
$p(X = x_i)$	

   d. Calculer l'espérance de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise a créé un site internet et a noté sa fréquentation chaque mois pendant six mois.

x_i rang du mois	1	2	3	4	5	6
y_i nombre de visiteurs	15	32	60	125		491

1. Quel est le pourcentage d'augmentation de la fréquence de visite de ce site entre les mois 2 et 3 ?
2. Quel est le nombre de visiteurs le cinquième mois sachant qu'il y a eu une moyenne de 157 personnes sur les six premiers mois ?
3. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (unités graphiques : 2 cm pour un mois en abscisse et 2 cm pour 100 personnes en ordonnée).

4. On veut estimer le nombre de visiteurs au 10e mois d'existence de ce site.

a. Un ajustement affine est-il indiqué ? Justifier votre réponse.

b. On note $z_i = \ln\left(\dfrac{y_i}{10}\right)$.
Recopier et compléter le tableau ci-dessous.
Les résultats seront arrondis au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i					3,086	

c. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de z en x obtenu, par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*),

d. En déduire l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = k \times \mathrm{e}^{px}$.
Les réels k et p seront arrondis au centième

e. Combien de visiteurs peut-on espérer le 10e mois en utilisant ce modèle ?
Qu'en pensez-vous ?

EXERCICE 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sur une population donnée, abonnée à deux opérateurs téléphoniques A et B, on considère que, chaque année, 40 % des abonnés à l'opérateur A le quitte pour l'opérateur B et 10 % des abonnés à l'opérateur B le quitte pour l'opérateur A. On néglige les nouveaux abonnés.
On suppose de plus qu'en 2005, 25 % de cette population est abonnée à l'opérateur A.

Partie A

1. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à cette situation. En déduire la matrice de transition, notée M.

2. On note :
- a_n la part des abonnés à l'opérateur A l'année $2005+n$
- b_n la part des abonnés à l'opérateur B l'année $2005+n$
- E_n la matrice $(a_n \quad b_n)$, correspondant à 'état probabiliste l'annie $2005+n$.

a. Préciser E_0.

b. Calculer E_1 en faisant apparaître vos calculs.

c. Déterminer la répartition prévisible de cette population en 2013.
On pourra utiliser la calculatrice et on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

d. Soit E la matrice $(a \quad b)$ où a et b sont deux réels positifs tels que $a+b=1$.
Déterminer a et b tels que $\mathrm{E} = \mathrm{E} \times \mathrm{M}$. Interpréter ce résultat.

Partie B

1. Montrer que $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,1$.

2. On pose, pour tout entier naturel n, $u_n = a_n - 0,2$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. En déduire l'expression de u_n puis de a_n en fonction de n.

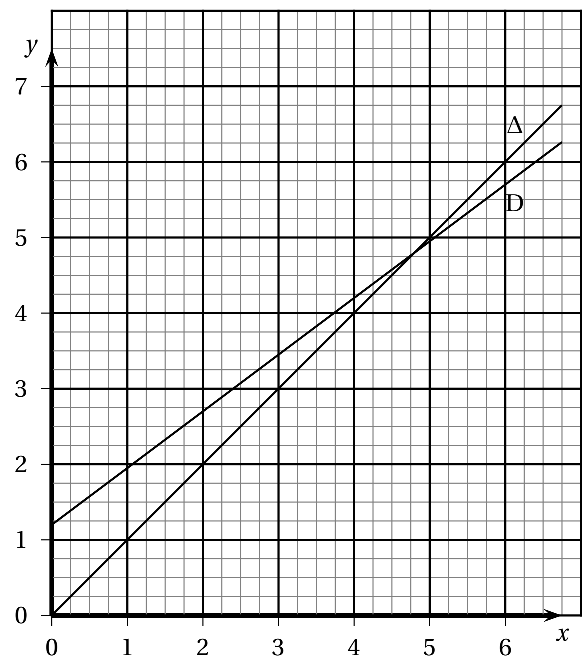
c. Déterminer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Que retrouve-t-on ?

ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

à rendre avec la copie



∽ Baccalauréat ES La Réunion septembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Cocher cette réponse sur la feuille fournie en ANNEXE 1, à rendre avec la copie.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* $0,5$ *point.*
L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1. Augmenter une quantité de 8 %, puis la diminuer de 8 % c'est :
   ☐ revenir à la quantité initiale
   ☐ augmenter la quantité initiale de 0,64 %
   ☐ diminuer la quantité initiale de 0,64 %
2. Le relevé des ventes de chaussures d'homme dans un magasin, en fonction des pointures, est le suivant :

Pointure	40	41	42	43	44	45	46
Nombre de paires vendues	10	12	15	13	5	5	1

   La médiane de cette série est égale à :
   ☐ 13
   ☐ 42
   ☐ 43
3. Pour tout nombre réel a strictement positif, le nombre $\ln\left(a^2+3a\right)$ est égal à
   ☐ $\ln\left(a^2\right)+3\ln(a)$
   ☐ $\ln(a)+\ln(a+3)$
   ☐ $2\ln(a)+\ln(3a)$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On étudie l'évolution de la population d'une ville au cours du temps. Le tableau suivant donne le nombre d'habitants au 1^er^ janvier de chaque année (exprimé en milliers).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nombre d'habitants	10,5	11,5	12,9	14,5	15,4	16,9

PARTIE A

1. Calculer l'accroissement relatif de la population du 1janvier 2000 au janvier 2005 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
2. Si le taux d'augmentation de cette population d'une année à l'autre du 1$^{\text{er}}$ janvier 2000 au 1$^{\text{er}}$ janvier 2005 avait été fixe et égal à 10 %, quel résultat aurait-on obtenu pour la population le 1$^{\text{er}}$ janvier 2005 à partir du nombre d'habitants au 1$^{\text{er}}$ janvier 2000 ? (donner la valeur décimale arrondie au dixième)

PARTIE B

On modélise de façon continue l'évolution de cette population (exprimée en milliers d'habitants) pour une période de 8 années en utilisant la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ par

$$f(x) = 10,5 \times (1,1)^x.$$

Le nombre réel x, exprimé en années, représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 2000 ; ainsi le nombre $f(0) = 10,5$ représente le nombre d'habitants (en milliers) au 1er janvier 2000 (c'est-à-dire la population initiale).

1. **a.** Calculer le nombre $f(6,5)$, c'est-à-dire le nombre d'habitants (en milliers), que l'on peut prévoir en utilisant ce modèle pour le 1er juillet 2006 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

   b. En utilisant ce modèle quel nombre d'habitants (en milliers) peut-on prévoir au 1er janvier 2007 (donner la valeur décimale arrondie au dixième) ?

2. Sur l'**ANNEXE 2, à rendre avec la copie**, on a tracé la représentation graphique (Γ) de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   Utiliser le graphique (laisser apparents les traits de construction) pour donner le nombre d'habitants (en milliers) au 1er octobre 2003.

3. On cherche à évaluer le temps minimum t écoulé depuis le 1erjanvier 2000, nécessaire pour que la population initiale double.

   a. À l'aide du graphique et en laissant apparents les traits de construction, donner une valeur approchée de t exprimée en années et en trimestres.

   b. Déterminer t par le calcul (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

Rappel de définitions

On désigne par y_1 et y_2 des nombres réels strictement positifs $y_2 > y_1$.
L'accroissement absolu de y_1 à y_2 est égal à $y_2 - y_1$.
L'accroissement relatif de y_1 à y_2 est égal à $\dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors de sa création au 1er janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. À la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.
Pour tout nombre entier naturel n, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, n années après la création du club.
On a donc $a_0 = 3$. On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout nombre entier naturel n,
$a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

PARTIE A : étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Dans le repère donné en ANNEXE 2, à rendre avec la copie, on a représenté la droite D d'équation $y = 0,75x + 1,2$ et la droite Δ d'équation $y = x$ pour les abscisses comprises entre 0 et 6.

1. Placer a_0 sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites D et Δ, placer sur l'axe des abscisses les valeurs $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$ (laisser apparents les traits de construction).
2. Quelle semble être la limite de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

PARTIE B : étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = a_n - 4,8$ pour tout nombre entier naturel n.

1. **a.** Calculer u_0.

   b. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 0,75.

   c. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $a_n = 4,8-1,8\times(0,75)^n$.

   d. Déterminer $\lim\limits_{nto+\infty} a_n$.

2. Si l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit selon ce modèle, le club peut-il avoir 500 adhérents durant une année ? Pourquoi ?

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à une population de 135000 personnes abonnées à un fournisseur d'accès à Internet. Il existe deux fournisseurs A et B. Toute personne est abonnée à un seul de ces fournisseurs. On sait qu'un tiers des personnes de cette population est abonné au fournisseur A. Par ailleurs, 60 % des personnes abonnées au fournisseur A accèdent à Internet par le haut débit, et 51 % des personnes abonnées au fournisseur B accèdent à Internet par le haut débit.

On choisit une personne au hasard dans cette population, et on admet que la probabilité d'un évènement est assimilée à la fréquence correspondante.

On note :

A, l'évènement : « la personne choisie est abonnée au fournisseur A »

B, l'évènement : « la personne choisie est abonnée au fournisseur B »

H, l'évènement : « la personne choisie accède à Internet par le haut débit »

1. Décrire cette situation aléatoire par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité de l'évènement « la personne est abonnée au fournisseur A et accède à Internet par le haut débit » est égale à $0,20$.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement H : « la personne accède à Internet par le haut débit » est égale à $0,54$.
4. Calculer $p_{\text{H}}(\text{A})$, probabilité de A sachant H, puis en donner la valeur décimale arrondie au centième.
5. On choisit au hasard trois personnes dans cette population. On admet que le nombre de personnes est suffisamment grand pour assimiler le choix des trois personnes à des tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité de l'évènement « exactement deux des personnes choisies accédent à Internet par le haut débit ». On en donnera la valeur décimale arrondie au centième.

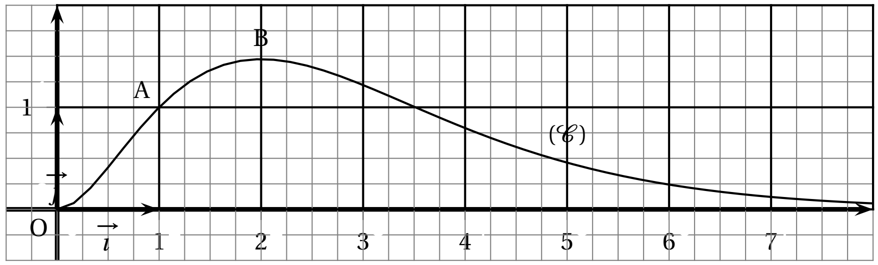
EXERCICE 4 **8 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée ci-dessous représente dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ à valeurs strictement positives sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f.

On sait que :

- La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0~;~2]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[2~;~+\infty[$.
- La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points O, A et B.
- Le point A a pour coordonnées $(1~;~1)$; la droite (OA) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.
- Le point B a pour coordonnées $\left(2~;~\dfrac{4}{\text{e}}\right)$. Au point B, la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- L'axe des abscisses est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.



PARTIE A

1. **a.** Donner $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, puis $f'(1)$ et $f'(2)$ (justifier les résultats).

   b. Montrer que, dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$, l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions dont l'une est le nombre 1 ; l'autre solution est notée α.

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

PARTIE B

Dans cette partie, on admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 \times \mathrm{e}^{-x+1}.$$

1. On rappelle que la fonction g est définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = \ln[f(x)]$.

   a. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0~;~+\infty[$, $g(x) = -x + 1 + 2\ln x$.

   b. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$, on note g' sa fonction dérivée.
   Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   Retrouver, par le calcul, le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2. Soit la fonction dérivable h définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$h(x) = \left(x^2 + 2x + 2\right)\mathrm{e}^{-x+1}.$$

   a. On note h' la fonction dérivée de h sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. Calculer $h'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   b. Vérifier que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$, $f(x) = -h'(x)$.
   En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. Calculer, en unités d'aire, l'aire de la surface comprise entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 2$. Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au dixième.

ANNEXE 1

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

à rendre avec la copie

Ne cocher qu'une seule réponse par question.

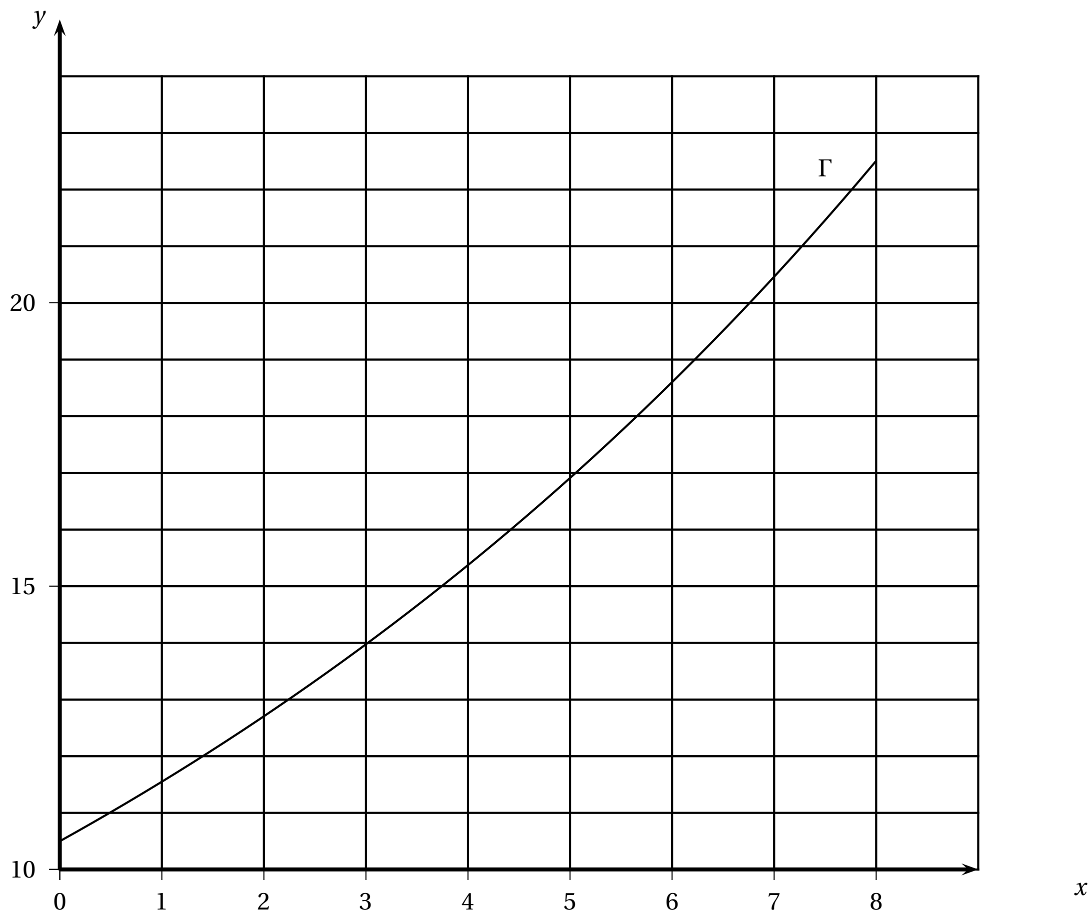
1. Augmenter une quantité de 8 %, puis la diminuer de 8 %, c'est :	☐ revenir à la quantité initiale ☐ augmenter la quantité initiale de 0,64 % ☐ diminuer la quantité initiale de 0,64 %
2. La médiane de la série est égale à :	☐ 13 ☐ 42 ☐ 43
3. Pour tout nombre réel a strictement positif, $\ln\left(a^2+3a\right) =$	☐ $\ln\left(a^2\right)+\ln(a)$ ☐ $\ln(a)+\ln(a+3)$ ☐ $2\ln(a)+\ln(3a)$

ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

à rendre avec la copie

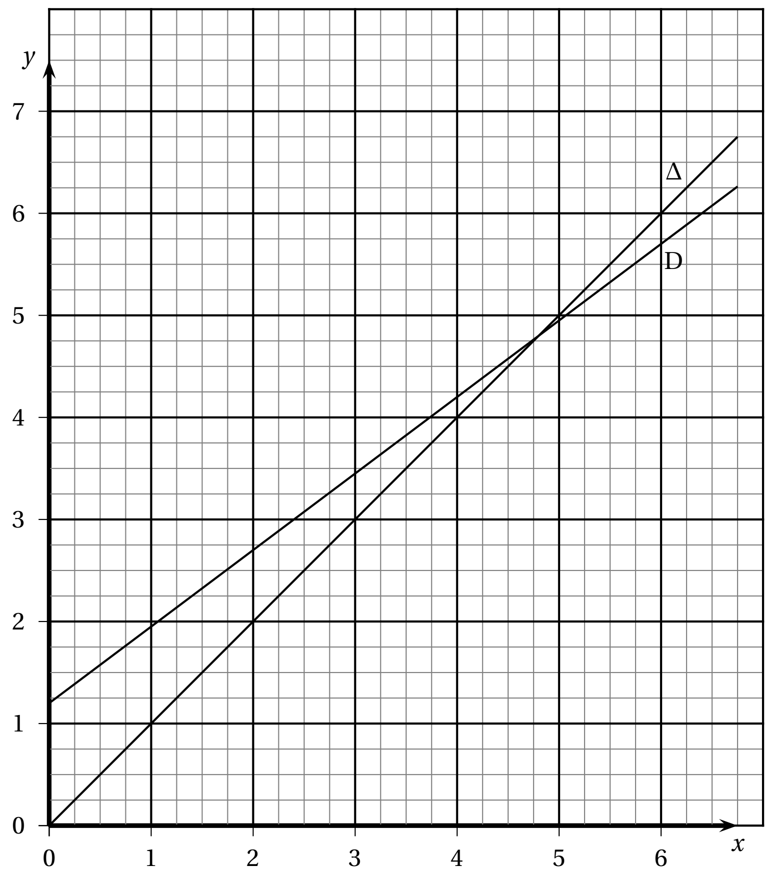


ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

à rendre avec la copie



☙ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2006 ❧

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez la réponse exacte sans justifier votre choix.

Barème : à chaque question est attribué un certain nombre de points.
Une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points attribué.
Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

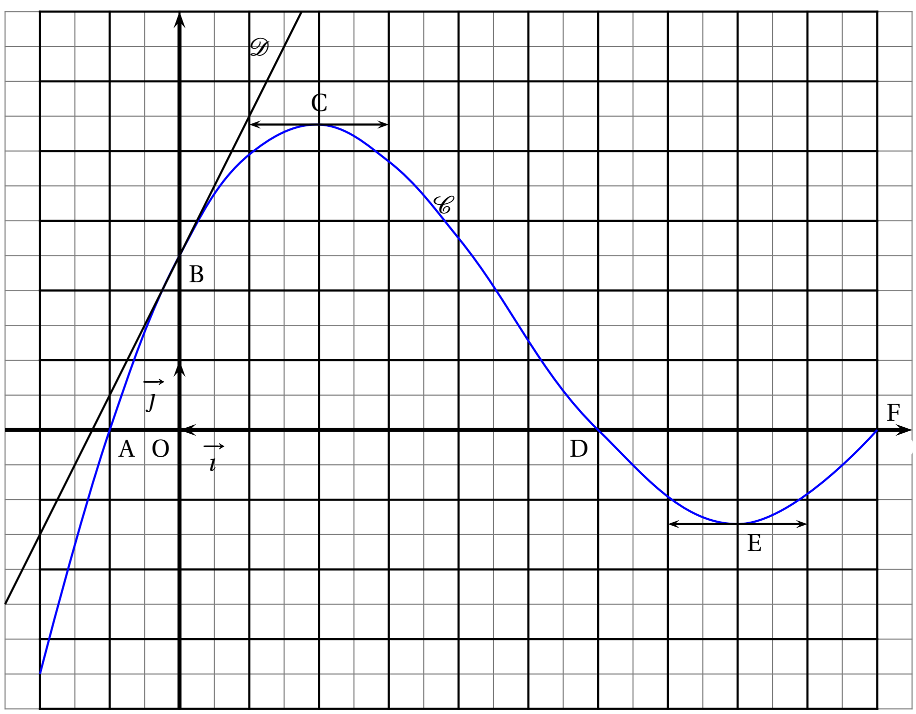
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 10]$ et la fonction composée $g = \ln \circ f$. Sur la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

La courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f.

Les points A$(-1 ; 0)$, B$(0 ; 2{,}5)$, C$(2 ; 4{,}38)$, D$(6 ; 0)$, E$(8 ; -1{,}35)$ et F$(10 ; 0)$ sont des points de $\mathscr{C}$.

La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point B.

Les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points C et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Quelle est la valeur de $f'(0)$ nombre dérivé de f en 0 ?

   a. $f'(0) = 2{,}5$; **b.** $f'(0) = 2$; **c.** $f'(0) = 0{,}5$.

2. Quel est l'ensemble S des solutions de l'équation $f(x) = 0$?

   a. $S = \varnothing$; **b.** $S = \{-1 ; 6 ; 10\}$; **c.** $S = \{2 ; 8\}$.

3. à quel intervalle appartient le réel $I = \displaystyle\int_{-1}^{5} f(t)\,\text{d}t$?

   a. $I \in [-1 ; 5]$; **b.** $I \in [0 ; 4{,}38]$; **c.** $I \in [15 ; 30]$.

4. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g, noté D_g ?

   a. $D_g =]-1~;~6[$; **b.** $D_g =]0~;~10[$; **c.** $D_g =]-2~;~10[$.

5. Quelle est la valeur de $g(0)$?

   a. $g(0) = 2,5$; **b.** $g(0) = 0$; **c.** $g(0) = \ln(2,5)$.

6. Quelle est la valeur du coefficient directeur m de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 0 ?

   a. $m = 2$; **b.** $m = \dfrac{1}{2}$; **c.** $m = 0,8$.

7. Quel est l'ensemble S' des solutions de l'équation $g'(x) = 0$?

   a. $S' = \emptyset$; **b.** $S' = \{-1~;~6~;~10\}$; **c.** $S' = \{2\}$.

8. Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers -1 ?

   a. $\displaystyle\lim_{x \to -1} g(x) = 0$; **b.** $\displaystyle\lim_{x \to -1} g(x) = -\infty$; **c.** $\displaystyle\lim_{x \to -1} g(x) = +\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On suppose qu'un indice, calculé quotidiennement, n'évolue d'un jour à l'autre que de trois façons possibles soit il diminue de 10 %, soit il est stable, soit il augmente de 10 %. On note $i_0 = 100$ l'indice de départ et i_n l'indice au bout de n jours.

1. **a.** Si pendant dix jours consécutifs il y avait trois jours de hausse, puis quatre jours de stabilité, puis trois jours de baisse, quel serait, arrondi au centième, l'indice final i_{10} ?
   Quelle serait l'évolution en pourcentage par rapport à i_0 ?

   b. On suppose que l'indice augmente tous les jours. Montrer que la suite (i_n) des indices est une suite géométrique, dont on précisera le terme initial et la raison.
   Dans ce cas déterminer au bout de combien de jours cet indice dépassera la valeur 1000.

2. Une étude a montré que, chaque jour, l'indice augmente de 10 % avec une probabilité égale à 0,3, diminue de 10 % avec une probabilité égale à 0,2 et reste stable avec une probabilité égale à 0,5.
   L'évolution d'un jour à l'autre est indépendante de l'évolution des jours précédents.
   On s'intéresse maintenant à l'évolution de cet indice sur deux jours. On note X la valeur de l'indice i_2 au bout de deux jours.

   a. Construire un arbre de probabilités illustrant l'évolution de cet indice sur deux jours.

   b. Recopier et compléter le tableau suivant, donnant la loi de probabilité de X où les x_i sont les valeurs possibles de X et p_i la probabilité que X soit égale à x_i.

x_i	81	90		100	110	121
p_i		0,2	0,12	0,25		

   c. Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une commune possède deux clubs de sport que l'on note A et B.

Le club A est installé depuis 1990, le club B a ouvert ses portes au cours de l'année 2004. Au premier janvier 2005, on constate que 1100 personnes sont abonnées au club A et 400 au club B.
Le prix de l'abonnement est moins coûteux au club A ; les activités proposées sont plus nombreuses au club B. Aussi, chaque année, 14 % des abonnés au club A changent pour le club B et 6 % des abonnés au club B changent pour le club A. On suppose que la population totale des abonnés reste constante et qu'une personne ne s'abonne jamais aux deux clubs en même temps.

On note a_n le nombre d'abonnés au club A et b_n le nombre d'abonnés au club B au premier janvier de l'année $2005+n$.
E_n désigne la matrice ligne $(a_n \;\; b_n)$; ainsi $E_0 = (a_0 \;\; b_0) = (1100 \;\; 400)$.

1. Traduire les données par un graphe probabiliste.
2. **a.** écrire la matrice de transition M telle que $E_{n+1} = E_n \times M$.
   En déduire E_n en fonction de E_0, M et n. On ne demande pas de démontrer le résultat.
   b. Calculer M^2 . En déduire le nombre d'abonnés aux deux clubs au premier janvier 2007.
3. **a.** Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 90$.
   b. Pour n entier naturel, on pose : $u_n = a_n - 450$. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $a_n = 650 \times 0,8^n + 450$.
   d. Déterminer la limite de a_n quand n tend vers $+\infty$. Interpréter ce résultat pour les deux clubs sportifs.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

La société INFOLOG a mis au point un nouveau logiciel de gestion destiné aux PME. Cette société a mené une enquête dans une région auprès de 300 entreprises équipées d'ordinateurs aptes à recevoir ce logiciel, ceci afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir un exemplaire de ce nouveau logiciel. Elle a obtenu les résultats suivants :

x prix proposé pour le nouveau logiciel en **centaines** d'euros	y nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix
30	90
25	120
20	170
15	200
10	260

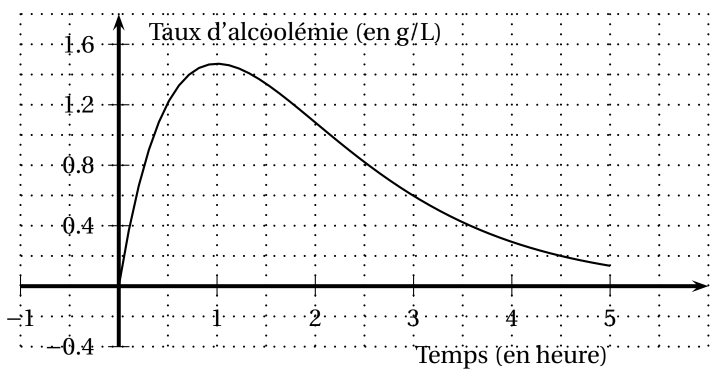
1. Représenter graphiquement le nuage de points de la série $\left(x_i\,;\,y_i\right)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 200 euros en abscisses et 5 cm pour 100 entreprises en ordonnées).
   Placer le point moyen G après avoir déterminé ses coordonnées.
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite D d'ajustement affine de y en x sous la forme $y = ax + b$.
   Aucun détail des calculs n'est demandé, les résultats ne seront pas arrondis.
   Tracer D sur le graphique précédent.

3. En utilisant l'ajustement précédent, préciser pour quel prix de vente la société INFOLOG peut espérer que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel.
4. On note $R(x)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, dégagée par la vente de y logiciels au prix de x centaines d'euros.
   a. En utilisant la relation entre y et x obtenue à la question 2, donner l'expression de $R(x)$ pour x variant entre 5 et 30.
   b. Étudier les variations de la fonction R sur $[5\,;30]$ et en déduire le prix de vente du logiciel, exprimé en euros, pour que la recette $R(x)$ soit maximale. Déterminer alors le montant de cette recette ainsi que le nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix.

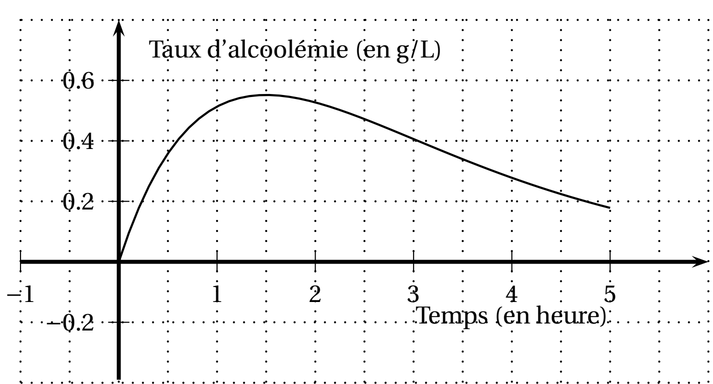
EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous tes candidats

On a étudié l'évolution du taux d'alcoolémie dans le sang d'une certaine personne (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool. On donne ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_1$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé à jeun (graphique n° 1) et la courbe $\mathscr{C}_2$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments (graphique n° 2).



Graphique n° 1 : courbe $\mathscr{C}_1$



Graphique n° 2 : courbe $\mathscr{C}_2$

Partie A : Observation graphique

à l'aide des deux graphiques précédents, répondre aux questions suivantes :

1. Dans chacun des deux cas, donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et du temps au bout duquel il est atteint.

2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/L. Dans chacun des deux cas, indiquer si la personne aura respecté la législation en prenant le volant au bout de trois heures.

Partie B : Modélisation

On suppose que le taux d'alcoolémie (exprimé en g/L) pendant les cinq heures suivant l'absorption est modélisé en fonction du temps (exprimé en heures) :

– par une fonction f_1 lorsque l'alcool est absorbé à jeun,

– par une fonction f_2 lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments,

On admet que :

– les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la première partie sont les représentations graphiques respectives des fonctions f_1 et f_2 ;

– la fonction f_1 est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par $f_1(t) = 4t\mathrm{e}^{-t}$.

– la fonction f_2 est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par $f_2(t) = at\mathrm{e}^{bt}$ où a et b désignent des nombres réels non nuls.

1. On désigne par f_2' la fonction dérivée de f_2 sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
   Déterminer $f_2'(t)$.
   On admet que $f_2'\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$. En déduire le réel b.
2. En utilisant le taux d'alcoolémie au bout de trois heures, déterminer une valeur approchée de a et en donner la valeur décimale arrondie à $0,1$.
3. Résoudre l'équation $f_1(t) = t\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}t}$. Interpréter le résultat.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2006

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un hôpital est composé de trois services : service de soins A, service de soins B, service de soins C. On s'intéresse aux prises de sang effectuées dans cet hôpital.

Partie A Dans le service de soins A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prises de sang effectuées clans le service de soins A lors des premiers mois de l'année 2006.

mois	janvier	février	mars	avril	mai
rang du mois x_i	1	2	3	4	5
nombres de prises de sang effectuées y_i	51	49	48	46	44

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
2. Avec cet ajustement. quel nombre de prises de sang peut-on prévoir pour le mois de décembre 2006 ? (arrondir à l'unité).

Partie B Dans l'ensemble des trois services de soins

On a constaté après l'observation d'une assez longue période que :

- 40 % des prises de sang sont effectuées dans le service de soins .4,
- un tiers le sont dans le service de soins B,
- les autres dans le service de soins C.

Les aiguilles utilisées pour effectuer les prises de sang sont fournies soit par le laboratoire GLOBULEX, soit par le laboratoire HEMATIS ;

- dans le service de soins A, 60 % des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX ;
- dans le service de soins B, $\frac{4}{5}$ des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire HEMATIS ;
- dans le service de soins C, il y a autant de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX que de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire HEMATIS.

On choisit au hasard un patient qui a subi une prise de sang dans l'hôpital.

On considère les évènements suivants :

– A : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins A. »
– B : « La prise de sang a été eftectuée dans le service de soins B. »
– C : « La prise de sang a été effectuée clans le service de soins C. »
– G : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire GLOBULEX. »
– H : « L'aiguille utilisée a été fourme par le laboratoire HEMATIS. »

Pour toutes les questions, en donnera les valeurs exactes des probabilités demandées

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité en complétant cet arbre autant qu'il est possible.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HEMATIS.
3. Calculer la probabilité de l'évènement H.

4. Le patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HEMATIS.
Déterminer la probabilité que cette prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B.

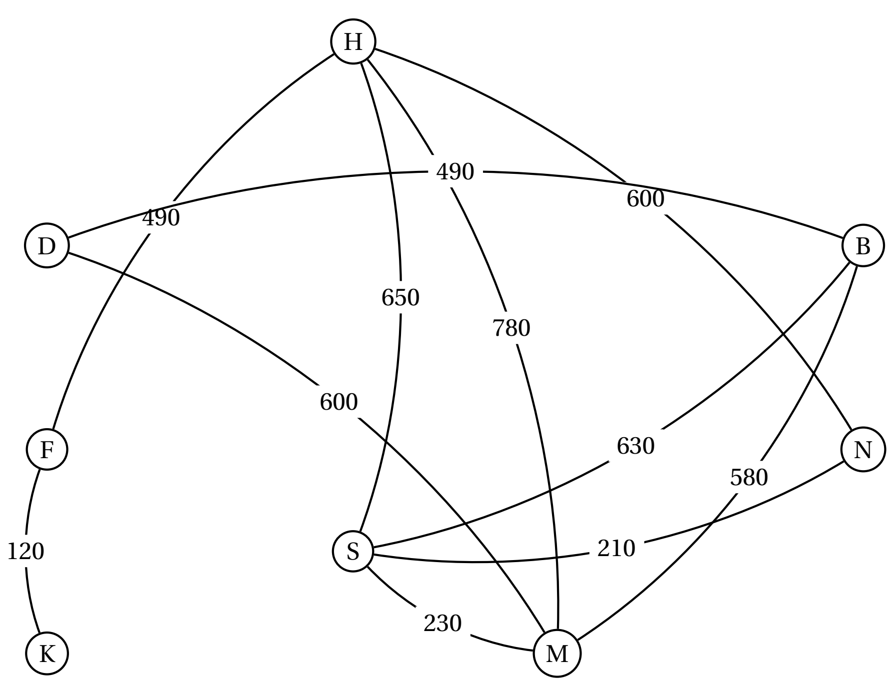
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en justifiant la réponse fournie.

1. La fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = 2^x$ a pour dérivée la fonction f' telle que pour tout réel x, $f'(x) = x\,2^{x-1}$.
2. L'équation $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(3x+5)$ a une autre solution réelle que le nombre 1.
3. En 20 ans, la population d'une commune rurale a augmenté de 40 %. Le taux d'accroissement moyen annuel, arrondi à 10^{-2}, est de 1,70 %.
4. La valeur moyenne sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ de la fonction qui à x associe e^{-x} est $\dfrac{1-\text{e}^{-4}}{4}$.
5. Une étude statistique sur des séances de « tir au but » a montré que 75 % des tirs au but étaient réussis. Au cours d'un match de football, 4 tirs au but, que l'on suppose être des épreuves aléatoires indépendantes, ont été effectués.
Affirmation : « La probabilité qu'au moins un des quatre tirs au but échoue est 0,25. »

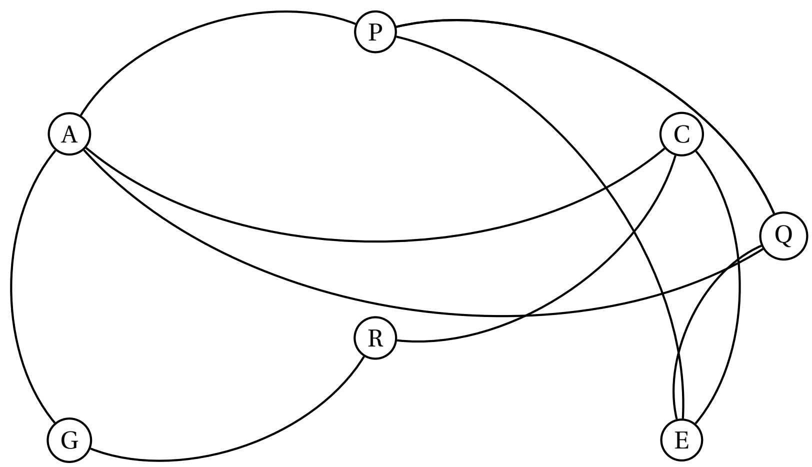
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. À l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale.
Les routes empruntées par les cars sont représentées par le graphe ci-dessous. Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres séparant les villes. Les lettres B, D, F, H, K, M, N et S représentent les villes Berlin, Dortmnd, Francfort, Hambourg, Kaiserslautern, Munich, Nuremberg et Stuttgart.



En précisant la méthode utilisée, déterminer le plus court chemin possible pour aller de Kaiserslautern à Berlin en utilisant les cars de cette agence.

2. Pour des raisons de sécurité, les supporters de certaines équipes nationales participant à la coupe du monde de football en 2006 ne peuvent être logés dans le même hôtel.
On donne ci-dessous le graphe d'incompatibilité entre les supporters de différentes équipes : par exemple, un supporter de l'équipe A ne peut être logé avec un supporter de l'équipe P.



a. Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la valeur trouvée.

b. Proposer une répartition des supporters par hôtel en utilisant un nombre minimum d'hôtels.

EXERCICE 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

1. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, l'équation :

$$2X^2 - 15X + 18 = 0.$$

2. En déduire

a. les solutions de l'équation : $2e^{2x} - 15e^x + 18 = 0$;

b. le signe de $2e^{2x} - 15e^x + 18 = 0$ selon les valeurs de x.

Partie B
Soit f la fonction définie par :

$$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\,;\,+\infty[,\ f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{e^x - 3}.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représenative de la fonction f relativement à un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

1. Déterminer la limite de la fonction f en $\ln 3$. Que peut-on en déduire pour $\left(\mathscr{C}_f\right)$?
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en $+\infty$.
   Quelle est la limite de la fonction f en $+\infty$?
3. Étudier la position relative de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ et (D) au voisinage de plus l'infini.
4. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$; on note f' sa dérivée.
   Montrer que :

   $$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[, f'(x) = \frac{2\mathrm{e}^{2x} - 15\mathrm{e}^{x} + 18}{\left(\mathrm{e}^{x} - 3\right)^2}.$$

   En déduire, à l'aide de la partie A, le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f.
5. Tracer la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ ainsi que ses asymptotes. (Si la fonction présente un minimum ou un maximum, le mettre en évidence.)
6. **a.** Montrer que :

   $$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[,\ f(x) = 2x - 3 + \frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x} - 3}.$$

   b. Soit g la fonction définie par :

   $$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[,\ g(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x} - 3}.$$

   Déterminer une primitive de la fonction g sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$.

   c. En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Pour cet exercice, il est conseillé aux candidats d'expliquer leurs recherches sur leur copie car toute démarche correcte, y compris avec la calculatrice, sera valorisée même si elle ne permet pas d'aboutir au résultat demandé.

Bruno a occupé un emploi saisonnier du 1er juin 2005 au 30 septembre 2005 en tant que commercial pour une entreprise de produits surgelés. Pour ses besoins professionnels, il a utilisé un téléphone portable et l'opérateur téléphonique lui a proposé la formule suivante :

- au 1er juin, il disposait d'un forfait de 420 minutes de communication ; au 1er juillet, il lui restait 300 minutes sur son forfait et l'opérateur lui a offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait avec $5 < t < 20$;
- en juillet, il a consommé 120 minutes, et au 1er août, l'opérateur lui a à nouveau offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait ;
- en août, il a consommé 120 minutes, et au 1er septembre, l'opérateur lui a encore offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait ;
- en septembre, il a consommé 120 minutes, et au 1er octobre il a rendu son téléphone en ayant tout consommé.

Déterminer une approximation à 10^{-2} près de la valeur de t.

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾ novembre 2006

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C}_f)$ de la figure 1 est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\,;\,+\infty[$.

On donne les renseignements suivants :

- les points $\text{A}(-3\,;\,0)$, $\text{B}\left(-2\,;\,\text{e}^2\right)$ et $\text{C}(0\,;\,3)$ sont des points de la courbe $(\mathscr{C}_f)$;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en $+\infty$.
- la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2\,;\,+\infty[$;
- la droite tangente à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en son point C passe par le point $\text{D}(2\,;\,-1)$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse à l'aide des renseignements ci-dessus ou du graphique.

1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est 1.
2. $f'(0) = -\dfrac{-1}{2}$.
3. Pour tout x élément de l'intervalle $[-2\,;\,+\infty[$, on a : $f'(x) \leqslant 0$.
4. Si la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,+\infty[$, alors la fonction F est décroissante sur l'intervalle $[-2\,;\,+\infty[$.
5. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\text{d}x < 15$.

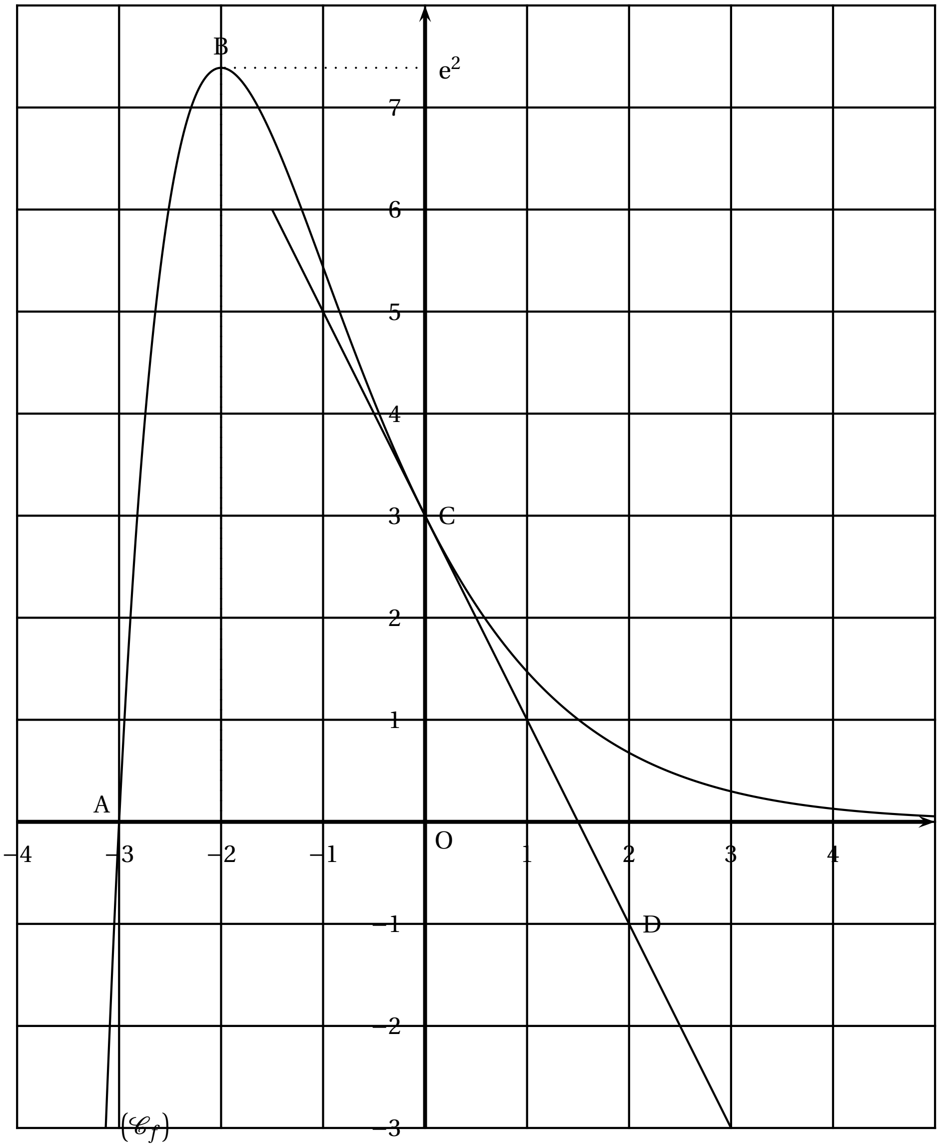


Figure 1

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un appareil de très haute technologie est installé dans un laboratoire d'analyse médicale. L'installateur assure une maintenance à l'issue de chaque semaine d'utilisation. Pour cette maintenance, soit il doit se déplacer (intervention directe sur l'appareil), soit une assistance téléphonique suffit.

à l'issue d'une semaine de fonctionnement, trois situations sont possibles :

- Situation A : l'appareil a fonctionné normalement ;
- Situation B : l'appareil a eu des arrêts épisodiques ;
- Situation C : l'appareil a eu des arrêts très fréquents.

Dans la situation A, l'installateur doit se déplacer 1 fois sur 2.

Dans la situation B, l'installateur doit se déplacer 7 fois sur 10.

L'installateur sait par expérience que, à l'issue de chaque semaine de fonctionnement,

- la probabilité d'être dans la situation A est $0,6$;
- la probabilité d'être dans la situation B est $0,3$;
- la probabilité qu'il doive se déplacer est $0,6$.

Partie A : L'appareil a été utilisé pendant une semaine.
On considère les évènements suivants :
A : « On se trouve dans la situation A »
B : « On se trouve dans la situation B »
C : « On se trouve dans la situation C »
S : « L'installateur se déplace »
T : « L'installateur effectue une assistance téléphonique ».
On pourra construire un arbre pondéré que l'on complétera au fur et à mesure.

1. Calculer la probabilité de l'événement T.
2. Démontrer que, lorsqu'on se trouve dans la situation C, la probabilité que l'installateur se déplace est $0,9$.
3. On sait que l'installateur s'est déplacé. Déterminer la probabilité que l'on ait été dans la situation B.

Partie B : L'installateur devra effectuer la maintenance trois semaines de suite
On admet que les évènements qui surviendront au cours de chacune de ces trois semaines sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité que l'installateur ait à effectuer exactement deux déplacements sur les trois semaines ?
2. **a.** Donner la loi de probabilité associée au nombre de déplacements à effectuer sur les trois semaines.
   b. Montrer que l'espérance mathématique de cette loi vaut $1,8$.
   c. Pour l'installateur, un déplacement revient à 300 € (l'assistance téléphonique ne lui coûte rien). L'installateur décide de proposer à son client un forfait pour trois semaines de maintenance.
   Déterminer le montant minimum de ce forfait afin que l'installateur puisse espérer rentrer dans ses frais.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n 'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en k€ : y_i	64	75	100	113	125	127

1. **a.** Construire le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ ;y_i\right)$ dans un repère orthogonal.
   Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.
   b. Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième).
   Placer le point G dans le repère.
2. En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.
   a. Donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
   b. Tracer cette droite (D) dans le repère.

c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation ?

3. En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y = f(x)$ avec $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$.

a. étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

b. Tracer la courbe représentative $\left(\mathscr{C}_f\right)$ de la fonction f dans le repère de la question 1.

c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

4. En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9 % par rapport à celui de 2004. Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une association sportive propose à ses adhérents de pratiquer au choix soit le karaté, soit le judo ; chaque adhérent pratique un et un seul de ces deux sports.

Chaque année les adhérents renouvellent tous leur adhésion. L'association n'accueille pas de nouveaux adhérents. Elle compte 800 adhérents.

Pour le renouvellement des adhésions, les données des années précédentes permettent d'envisager le modèle suivant :

– 70 % des adhérents qui étaient inscrits au karaté se réinscrivent au karaté,

– 20 % des adhérents qui étaient inscrits au judo s'inscrivent au karaté.

En 2003, 200 adhérents étaient inscrits dans la section karaté et 600 adhérents étaient inscrits dans la section judo.

On appelle $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant la répartition des adhérents selon le sport pratiqué l'année $2003 + n$:

- a_n représente la proportion des adhérents inscrits au karaté l'année $2003 + n$
- b_n représente la proportion des adhérents inscrits au judo l'année $2003 + n$
- $a_n + b_n = 1$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.

2. Déterminer l'état initial $P_0 = (a_0 \quad b_0)$.

3. **a.** Déterminer la matrice de transition M associée au graphe. (Rappel M est la matrice telle que : $P_{n+1} = P_n \times M$.)

b. En admettant que, en 2005, 36,25 % des adhérents sont inscrits au karaté et 63,75 % des adhérents sont inscrits au judo, déterminer la répartition que le modèle envisagé permet de prévoir pour 2006. (Exprimer les résultats sous forme de pourcentages, puis donner les nombres d'adhérents correspondants.)

4. Soit $P = (x \quad y)$ la matrice correspondant à l'état stable, c'est à dire telle que $P \times M = P$. (Rappel : x et y sont des nombres réels tels que $x + y = 1$)

a. Déterminer les nombres x et y.

b. En déduire la limite de a_n quand n tend vers l'infini.
Interpréter ce résultat.

5. Dans la même ville, un club de judo accepte de nouveaux adhérents : chaque année le nombre de ses adhérents augmente de 10 %.
Le club comptait 405 adhérents en 2003. En utilisant une calculatrice, trouver en quelle année l'effectif de ce club sera pour la première fois supérieur à l'effectif de la section judo de l'association étudiée dans les questions précédentes ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A : étude préliminaire

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\ ;\ +\infty[$

x	3		-2		$+\infty$
					2
$g(x)$	‖		0	↗	
	‖ $-\infty$	↗			

1. On note f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \ln[g(x)]$.
   - **a.** Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$.
   - **b.** Déterminer la limite de f en (-2) et la limite de f en $+\infty$, puis donner le tableau de variations de f.
2. Soit G la primitive de la fonction g sur l'intervalle $]-3\ ;\ +\infty[$ qui est telle que : $G(-2) = 0$.
   Démontrer que la fonction G admet un minimum en (-2).

Partie B

Dans cette partie, la fonction g est la fonction définie sur l'intervalle $]-3\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = 2 - \dfrac{2}{x+3}$.

1. En utilisant cette définition de la fonction g retrouver tous les renseignements donnés dans le tableau de variation de la partie A.
2. Comme dans la première question de la partie A, on définit la fonction f par :

   $$\text{pour tout } x \text{ élément de l'intervalle }]-2\ ;\ +\infty[,\ f(x) = \ln\left(2 - \frac{2}{x+3}\right)$$

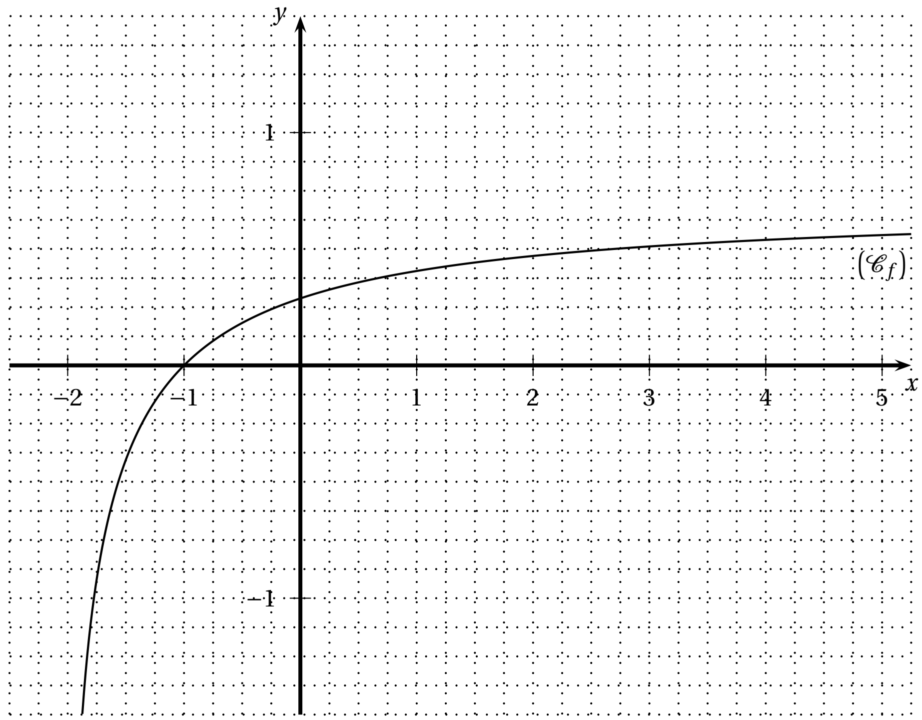
   Soit $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de cette fonction f relativement à un repère orthogonal. La courbe $(\mathscr{C}_f)$ est représentée sur la figure fournie en annexe.
   - **a.** La courbe $(\mathscr{C}_f)$ admet-elle des asymptotes ? Justifier.
     Si oui, en donner des équations et les tracer sur la figure fournie en annexe.
   - **b.** La courbe $(\mathscr{C}_f)$ coupe l'axe des abscisses en un point A. En utilisant l'expression de $f(x)$ déterminer les coordonnées du point A et placer ce point sur la figure fournie en annexe.
   - **c.** Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en son point d'abscisse (-1). Tracer la droite (T) sur la figure fournie en annexe.
3. Comme dans la deuxième question de la partie A, on définit la fonction G par :

   $$G \text{ est la primitive sur l'intervalle }]-3\ ;\ +\infty[\text{ de la fonction } g : x \longmapsto 2 - \frac{2}{x+3} \text{ et } G(-2) = 0$$

   Calculer $G(x)$ pour x réel de l'intervalle $]-3\ ;\ +\infty[$.

ANNEXE : à compléter et à rendre avec la copie

Figure fournie pour l'exercice 4



∽ Baccalauréat ES Pondichéry 12 avril 2007 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on ne demande aucune justification.

Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. Une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Partie A

Dans cette partie, pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et préciser en toutes lettres, sans justifier votre choix, VRAI ou FAUX ou ON NE PEUT PAS RÉPONDRE.

On connaît le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathcal{D}_f =]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	5	↘	1

1. La droite d'équation $x = -2$ est asymptote à la représentation graphique de f.
2. L'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions dans $\mathcal{D}_f$.
3. Pour tout x appartenant à $]1\,;3\,[$, $f'(x) > 0$ (f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathcal{D}_f$).
4. Toute primitive de f sur $[3\,;8]$ est décroissante.
5. La fonction $x \mapsto \dfrac{1}{f(x)}$ est décroissante sur $[3\,;\,+\infty[$

Partie B :

Dans cette partie, pour chaque question, trois propositions sont formulées. Une seule d'entre elles convient. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la proposition qui vous semble exacte, sans justifier votre choix.

Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. L'ensemble de définition D_g de g est égal à :

   a. $]0\,;\,+\infty[$ **b.** $\mathbb{R} - \{0\}$ **c.** $\mathbb{R} - \{1\}$

2. L'équation $g(x) = 3$ admet pour solution

   a. e^3 **b.** $\ln 3$ **c.** Aucune solution

3. La limite de g en $+\infty$ est

   a. -1 **b.** $+\infty$ **c.** 2

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années.

Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 1998. La consommation est exprimée en milliers d'euros.

Année	1998	2000	2001	2002	2004
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation en milliers d'euros y_i	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représenter le nuage de points $P_i(x_i\ ;\ \ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1cm pour 10000 € en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12,5x + b$ qui passe par le point G.
   - **a.** Déterminer la valeur de b.
   - **b.** Tracer la droite D dans le repère précédent.
4. Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2005.
5. En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2005 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8 = 140000$ €.
   Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi).
6. Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.
   - **a.** Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	...	...	...	...	4,94

   - **b.** Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; cette équation est de la forme $z = cx + d$; on donnera les arrondis des coefficients c et d à 10^{-2}.
   - **c.** En déduire que : $y = 20,49\mathrm{e}^{0,23x}$.
   - **d.** Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2007 à 100 € près.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Madame Boulard fait un très grand élevage de chats de races. Elle possède des Siamois, des Birmans et des Abyssins. Le printemps dernier, pratiquement toutes ses femelles ont eu des bébés et Madame Boulard a mis une annonce pour signaler qu'elle avait une très grande quantité de petits chatons à vendre.

On sait que :

- 32 % des chatons sont des Siamois, 54 % des chatons sont des Abyssins et le reste est constitué de Birmans.

- Parmi les Siamois, 54 % sont des mâles.
- 66 % des Abyssins sont des femelles.
- Il y a au total 40,96 % de chatons mâles.

Un petit garçon, Pierre, vient acheter un chaton avec sa mère. Comme ils sont tous adorables et qu'il n'arrive pas à choisir, Pierre décide de le prendre au hasard. On désigne par S, B, A, M et F les évènements suivants :
S : « Pierre achète un chaton Siamois » ;
B : « Pierre achète un chaton Birman » ;
A : « Pierre achète un chaton Abyssin » ;
M : « Pierre achète un chaton mâle » ;
F : « Pierre achète un chaton femelle » ;

1. **a.** Traduire les données de l'énoncé en langage de probabilités.
   b. Construire un arbre illustrant la situation, en indiquant sur chaque branche les probabilités données dans l'énoncé. Les probabilités manquantes seront calculées dans les questions ultérieures.
2. **a.** Déterminer la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Siamois,
   b. Calculer $p(\text{M} \cap \text{A})$ et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
   c. En déduire que la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Birman est égale à 0,0532.
   d. Le chaton acheté par Pierre est un Birman. Quelle est la probabilité que ce soit un mâle ?
3. Finalement, Pierre est tellement séduit par ces chatons qu'il décide d'en acheter trois toujours au hasard. On assimilera ces achats à des tirages successifs avec remise. Quelle est la probabilité qu'il y ait, parmi ces trois chatons, exactement deux mâles Birmans (*le résultat sera arrondi à* 10^{-3}) ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 5\frac{\ln x}{x} + 3.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0 ; en donner une interprétation graphique.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$; en donner une interprétation graphique.
2. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f, puis étudier son signe.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f. On y indiquera les limites aux bornes de l'intervalle de définition de f ainsi que la valeur exacte de $f(\text{e})$.
3. **a.** Déterminer une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.
   On pourra remarquer que $f(x) = 5u'(x) \times u(x) + 3$ avec $u(x)$ à préciser.
   b. En déduire la valeur exacte de $\text{I} = \displaystyle\int_2^4 f(t)\,\text{d}t$ sous la forme $a(\ln 2)^2 + b$ avec a et b deux réels à déterminer.
4. **a.** Préciser le signe de f sur l'intervalle $[2 ; 4]$.
   b. Donner une interprétation graphique de I.
5. On admet que le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique x milliers de pièces est égal à $f(x)$.
   En utilisant les résultats précédents, déterminer la valeur moyenne du bénéfice lorsque la production varie entre 2000 et 4000 pièces. On donnera une valeur approchée de ce bénéfice à 100 euros près.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
mars 2007

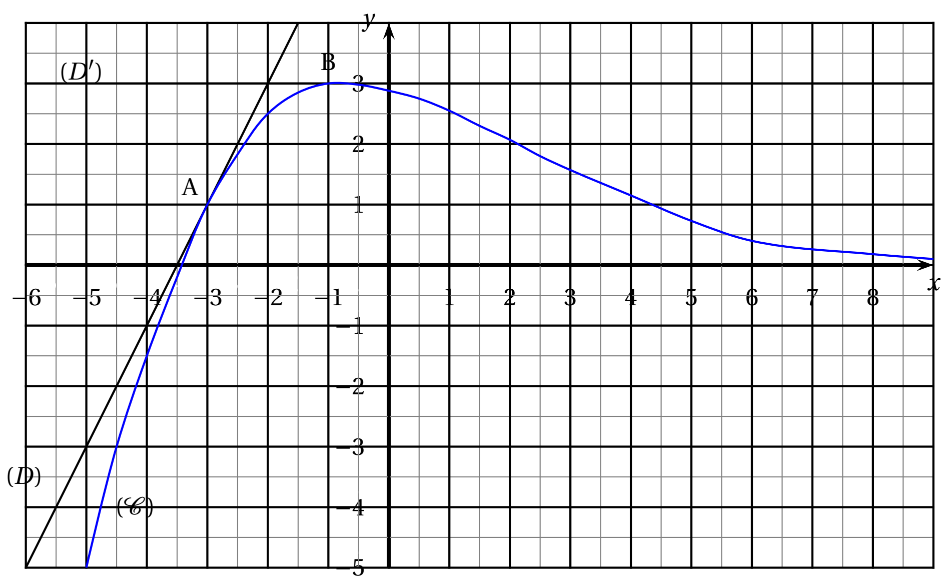
EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne son tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$			3		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$				0

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée ci-après représente la fonction f dans un repère orthonormal du plan. Cette courbe passe par les points A$(-3~;~1)$ et B$(-1~;~3)$. Les droites (D) et (D') sont les tangentes à la courbe respectivement en A et en B.



1. Déterminer graphiquement $f'(-3)$ et $f'(-1)$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.
   On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   a. Justifier que f et g ont les mêmes variations.
   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} g(x)$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} g(x)$ (on justifiera les résultats).
   c. Calculer $g'(-3)$.
3. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]-3,1~;~+\infty[$ par $h(x) = \ln\left[f(x)\right]$.
   On admet que h est dérivable sur l'intervalle $]-3,1~;~+\infty[$.
   a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} h(x)$ (on justifiera le résultat).
   b. Calculer $h'(-3)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux joueurs A et B, amateurs de tennis, décident de jouer une partie toutes les semaines.

- La probabilité que A gagne la partie de la première semaine est 0,7.
- Si A gagne la partie de la semaine n, il garde la même stratégie de jeu la semaine suivante, et la probabilité qu'il gagne alors la partie de la semaine $(n+1)$ est seulement de 0,4.
- Si A perd la partie de la semaine n, il change de stratégie de jeu pour la semaine suivante, et alors, la probabilité qu'il gagne la partie de la semaine $(n+1)$ est de 0,9.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on désigne par A_n l'évènement : « A gagne la partie de la $n^{\text{ième}}$ semaine », par B_n l'évènement : « B gagne la partie de la $n^{\text{ième}}$ semaine », et on note $a_n = p(A_n)$.

Le but de cet exercice est de rechercher la limite de la suite (a_n), en utilisant deux méthodes différentes.

Première méthode : graphe probabiliste

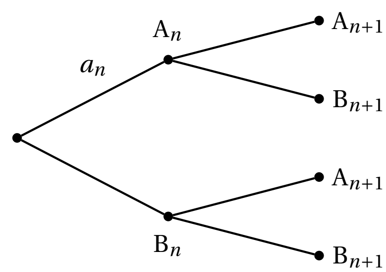
Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par $P_n = (a_n \quad 1 - a_n)$ la matrice des probabilités associée à la $n^{\text{ième}}$ semaine.

1. Décrire cette situation à l'aide d'un graphe probabiliste, et donner la matrice M de transition associée à ce graphe.
2. On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,45 & 0,55 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,45 \\ 0,675 & 0,325 \end{pmatrix}$.
   Quelle est la probabilité pour que A gagne la partie de la $4^{\text{ème}}$ semaine ?
3. Déterminer la matrice ligne $P = (x \quad 1 - x)$ telle que $P \times M = P$.
4. En déduire la limite de la suite (a_n) et interpréter le résultat obtenu.

Deuxième méthode : probabilité et suites

Dans cette deuxième partie, on ne tient pas compte de résultats démontrés dans la partie précédente.

1. **a.** Recopier sur votre copie l'arbre ci-dessous, et compléter l'arbre avec les 5 probabilités manquantes.



   b. Justifier que $a_{n+1} = 0,9 - 0,5a_n$ pour tout entier n supérieur ou égal à 1.
2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par : $u_n = a_n - 0,6$.
   a. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $(-0,5)$.
   b. En déduire l'expression de a_n en fonction de n, puis la limite de la suite (a_n).

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une machine produit des pièces, dont certaines sont défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut D_A et le défaut D_B, à l'exclusion de tout autre défaut.

1. On a constaté que, parmi les pièces produites par la machine, 28 % ont le défaut D_A, 37 % ont le défaut D_B, et 10 % ont les deux défauts.
On choisit au hasard une des pièces produites par la machine. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse ?
2. **Dans la suite du problème on s'intéresse aux pièces défectueuses qui n'ont qu'un seul défaut.**
On admet que 40 % de ces pièces ont seulement le défaut D_A, et que 60 % de ces pièces ont seulement le défaut D_B. On a constaté que 40 % des pièces qui ont le défaut D_A sont réparables, et que 30 % des pièces qui ont le défaut D_B sont réparables.
On choisit une pièce au hasard.
On note :
A l'évènement : « La pièce a le défaut D_A »,
B l'évènement : « La pièce a le défaut D_B »,
R l'évènement : « La pièce est réparable ».
    - **a.** Construire un arbre pondéré décrivant la situation
    - **b.** Calculer la probabilité de l'évènement : « La pièce choisie a le défaut D_A et est réparable ».
    - **c.** Calculer la probabilité de l'évènement : « La pièce choisie est réparable ».
    - **d.** Sachant que la pièce choisie est réparable, déterminer la probabilité qu'elle ait le défaut D_A (le résultat sera donné sous la forme d'une fraction irréductible).
    - **e.** À trois moments différents, on choisit au hasard une pièce parmi les pièces défectueuses qui ont un seul défaut. On suppose que ces tirages s'effectuent dans des conditions identiques et de manière indépendante. Calculer la probabilité pour que, sur les 3 pièces choisies, exactement 2 pièces aient le défaut D_A.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Lors d'une émission télévisée, les téléspectateurs sont appelés à envoyer des messages téléphoniques par SMS, pendant une durée de 5 minutes.
Pendant ces 5 minutes, les appels arrivent de façon continue, avec un débit variable en fonction du temps. Si x est le temps exprimé en minutes, le débit, exprimé en milliers d'appels par minute, est donné par la fonction f telle que :

- $f(x) = -4x^2 + 8x$ pour $x \in [0~;~1]$.
- $f(x) = \ln x - x + 5$ pour $x \in [1~;~5]$.

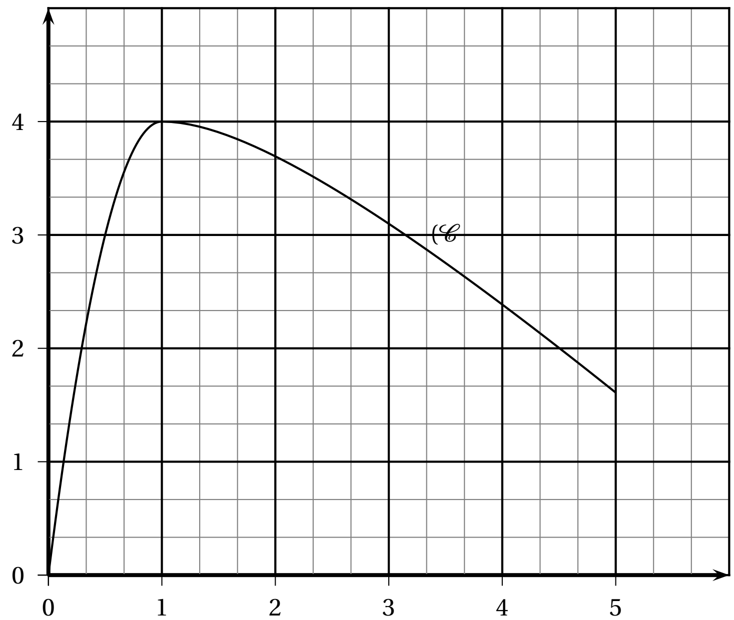
La courbe $(\mathscr{C})$, représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan, est donnée ci-après à titre indicatif.
On veut calculer le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes, et on admet que ce nombre d'appels est donné par $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0~;1]$, et décroissante sur $[1~;5]$.
2. **a.** Donner une primitive de la fonction f sur $[0~;1]$.
    - **b.** Calculer l'aire exprimée en unités d'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

3. a. Soient g et G les fonctions définie sur $[1 ; 5]$ par $g(x) = \ln x$ et $G(x) = x\ln x - x$.
Montrer que G est une primitive de g sur $[1 ; 5]$.

b. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.

4. Donner le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes.



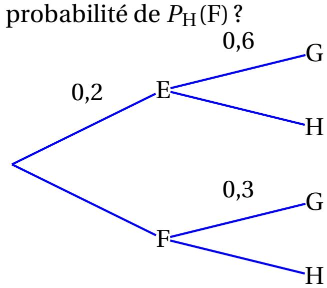
Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification.
Une bonne réponse apporte 1 *point, une mauvaise enlève* 0,5 *point.*
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE

Rappel : La notation $P_{\text{A}}(\text{B})$ désigne la probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.

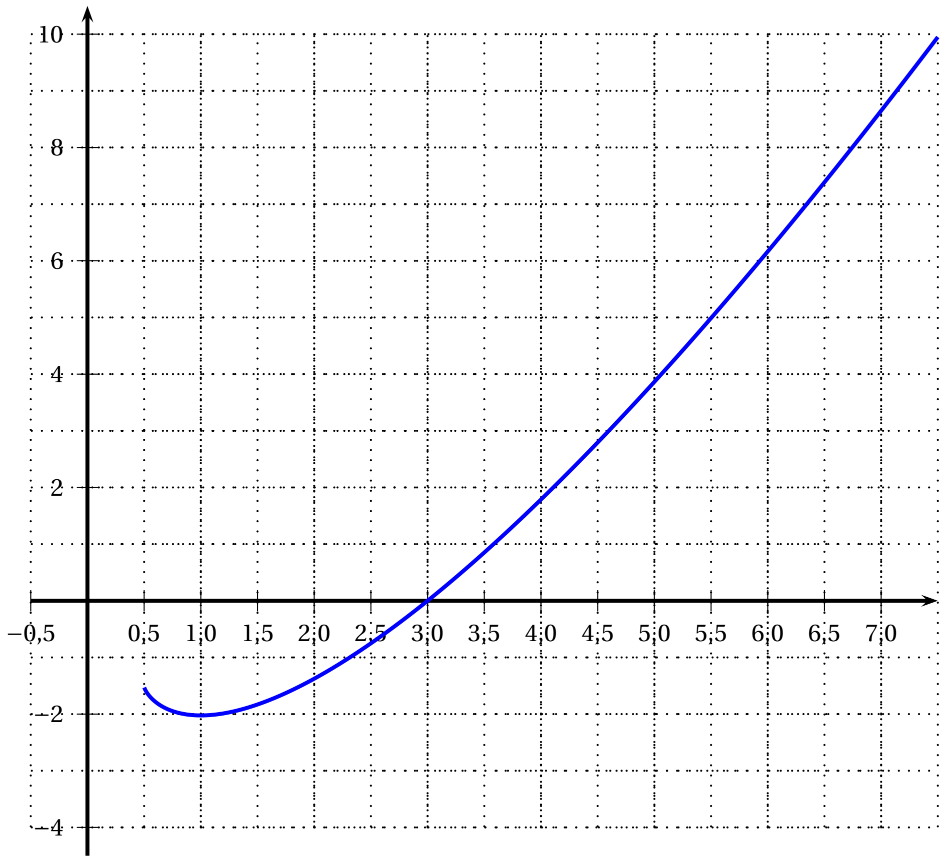
Questions	
1. A et B sont deux évènements indépendants tels que $p(\text{A}) = 0,7$ et $p(\text{B}) = 0,2$.	☐ $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,14$
	☐ $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,9$
	☐ $p_{\text{A}}(\text{B}) = 0,5$
2. Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?	☐ $\frac{18}{81}$
	☐ $\frac{72}{81}$
	☐ $\frac{65}{81}$
3. On considère l'arbre pondéré ci-dessous. Quelle est la probabilité de $P_{\text{H}}(\text{F})$? 	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,7$
	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,56$
	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,875$
4. Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard, n fois de suite (avec $n > 1$). Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?	☐ $1 - \frac{1}{2^n}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente une fonction F définie et derivable sur l'intervalle $\text{J} = \left]\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

On sait que $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des abscisses au point $(3\,;\,0)$ et a une tangente horizontale au point $(1\,;\,-2)$.
On note f la fonction dérivée de F.



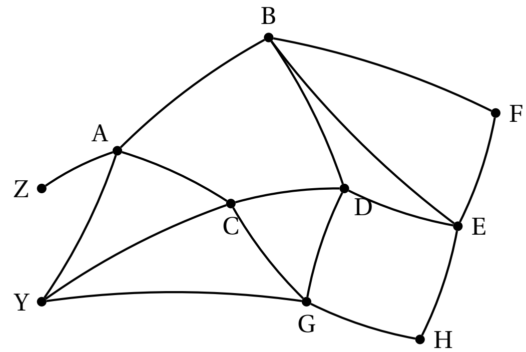
1. **a.** À l'aide du graphique, donner les variations de F et en déduire le signe de f.
   b. Donner $f(1)$, $F(1)$ et $F(3)$. Préciser le signe de $f(3)$.
   c. Calculer $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. Trois fonctions f_1, f_2 et f_3 sont définies sur l'intervalle J par :

$$f_1(x) = \left(x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{2x-1},\ f_2(x) = \ln(2x-1) \text{ et } f_3(x) = -1 + \frac{1}{2x-1}.$$

   Une de ces trois fonctions est la fonction f.
   a. étudier le signe de f_1 sur l'intervalle J.
   b. Résoudre l'équation $f_2(x) = 0$ sur l'intervalle J.
   c. Calculer $f_3(1)$.
   d. Calculer $\displaystyle\int_1^3 f_3(x)\,\mathrm{d}x$.
   e. En déduire la fonction f

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

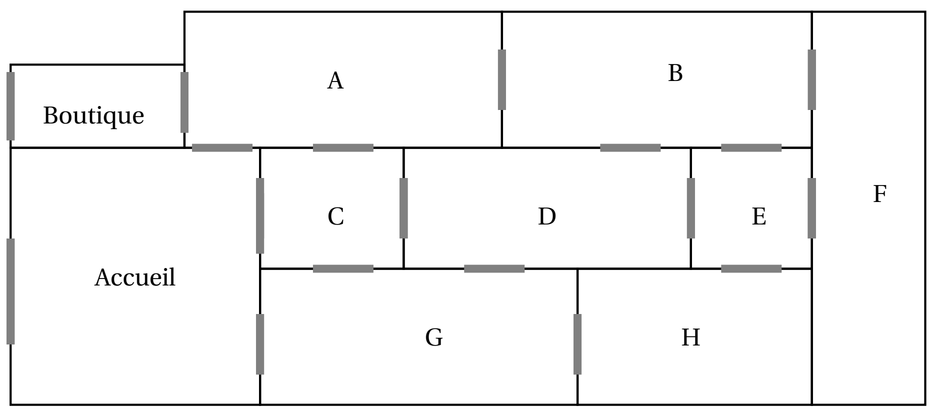
Première Partie : étude d'un graphe



On considère le graphe ci-dessus.

1. a. Ce graphe est-il connexe ?
   b. Déterminer le degré de chacun des sommets.
   On pourra donner le résultat sous forme de tableau.
   c. Justifier l'existence d'une chaîne eulérienne.
2. a. Déterminer un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
   b. Montrer que ce nombre chromatique est égal à 3.

Deuxième Partie : Visite d'un musée



Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite àa la boutique.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe en précisant ce que représentent arêtes et sommets.
2. a. Pourquoi est-il possible de trouver un circuit où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ?
   b. Donner un exemple d'un tel circuit.
3. Comment colorier les salles y compris l'accueil et la boutique, en utilisant un minimum de couleurs, pour que deux salles qui communiquent par une porte aient des couleurs différentes ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun àa tous les candidats

Dans tout l'exercice, le détail des calculs statistiques n'est pas demandé.
Les résultats seront arrondis à 10^{-3}.
On rappelle que l'image d'un réel x par la fonction exponentielle peut être notée

$\exp(x) = \mathrm{e}^x$.

On veut étudier l'évolution des records de l'épreuve d'athlétisme du 100 mètres masculin. Pour cela, on cherche un ajustement des records pour en prévoir l'évolution. On donne dans le tableau suivant certains records, établis depuis 1900.

Année	1900	1912	1921	1930	1964	1983	1991	1999
Rang de l'année, x_i	0	12	21	30	64	83	91	99
Temps en secondes, y_i	10,80	10,60	10,40	10,30	10,06	9,93	9,86	9,79

1. **Étude d'un modèle affine**
   - **a.** Construire le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$, avec i compris entre 1 et 8, associé à cette série statistique double. On prendra comme unité graphique 1 cm pour dix ans en abscisse et 1 cm pour un dixième de seconde en ordonnées. On commencera les graduations au point de coordonnées $(0\,;9)$.
   - **b.** Peut-on envisager un ajustement affine à court terme ? Cet ajustement permet-il des prévisions pertinentes à long terme sur les records futurs ?
2. **Étude d'un modèle exponentiel**
   Après étude, on choisit de modéliser la situation par une autre courbe. On effectue les changements de variables suivants :

$$X = \mathrm{e}^{-0,00924x} \text{ et } Y = \ln y.$$

On obtient le tableau suivant :

$X_i = \mathrm{e}^{-0,00924x_i}$	1	0,895	0,824	0,758	0,554	0,464	0,431	0,401
$Y_i = \ln y_i$	2,380	2,361	2,342	2,332	2,309	2,296	2,288	2,281

   - **a.** Donner une équation de la droite de régression de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.
   - **b.** En déduire que l'on peut modéliser une expression de y en fonction de x sous la forme suivante : $y = \exp\left(a\mathrm{e}^{-0,00924x} + b\right)$ où a et b sont deux réels àa déterminer.
   - **c.** à l'aide de cet ajustement, quel record du 100 mètres peut-on prévoir en 2010 ?
   - **d.** Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression suivante :
     $$f(t) = \exp\left(0,154\mathrm{e}^{-0,00924x} + 2,221\right).$$
   - **e.** Que peut-on en conclure, en utilisant ce modèle, quant aux records du cent mètres masculin, à très long terme ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Première partie

On considère une fonction g définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$g(x) = -x^2 + ax - \ln(2x+b), \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Calculer a et b pour que la courbe représentative de g dans un plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ passe par l'origine du repère et admette une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

Deuxième partie

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1).$$

On admet que f est dérivable et on note f' sa dérivée.
Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f	‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4}+\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

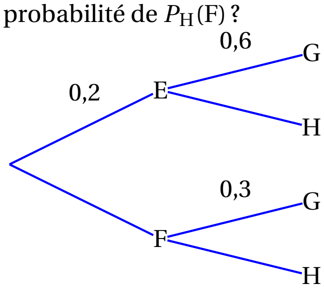
1. Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau.

2. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$.

b. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. Déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

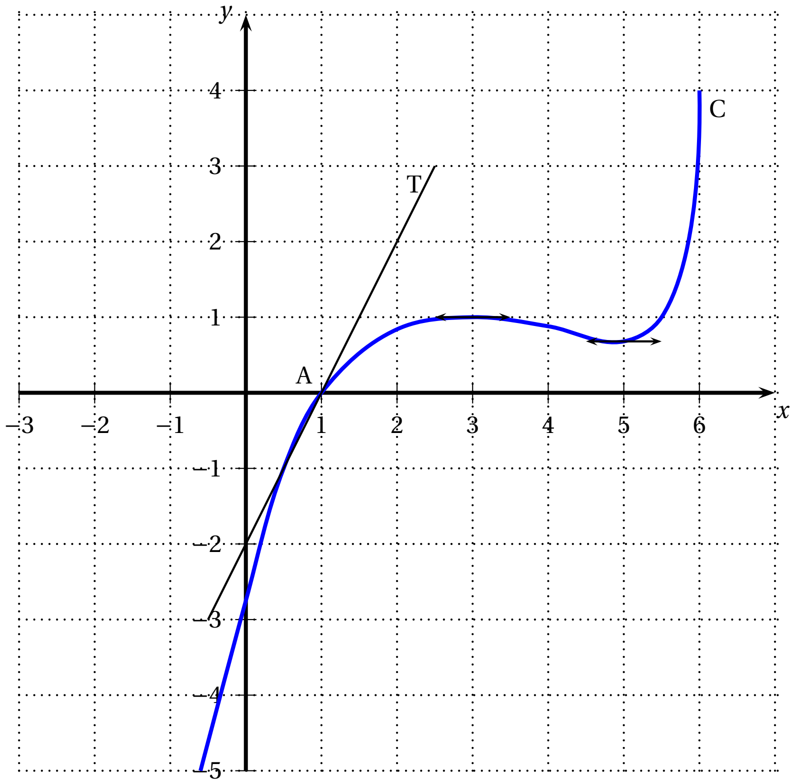
ANNEXE **à RENDRE AVEC LA COPIE**

Questions	
1. A et B sont deux évènements indépendants tels que $p(\text{A}) = 0,7$ et $p(\text{B}) = 0,2$.	☐ $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,14$
	☐ $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,9$
	☐ $p_{\text{A}}(\text{B}) = 0,5$
2. Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côte face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?	☐ $\frac{18}{81}$
	☐ $\frac{72}{81}$
	☐ $\frac{65}{81}$
3. On considère l'arbre pondéré ci-dessous. Quelle est la probabilité de $P_{\text{H}}(\text{F})$? 	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,7$
	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,56$
	☐ $P_{\text{H}}(\text{F}) = 0,875$
4. Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard, n fois de suite (avec $n > 1$). Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?	☐ $1 - \frac{1}{2^n}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

∽ Baccalauréat S Liban mai 2007 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats



On considère la représentation graphique C de la fonction f définie et dérivable sur $]-\infty\ ;\ 6]$. La fonction dérivée de f est notée f'. La droite T est la tangente à C au point d'abscisse 1. On admet que la courbe C est située sous cette tangente T sur $]-\infty\ ;\ 6]$.

On répondra au QCM ci-après en s'appuyant sur les informations données par le graphique.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification. Une bonne réponse apporte 0,5 *point, une mauvaise enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à 0.*

COMPLÉTER LE DOCUMENT RéPONSE EN ANNEXE.

Partie A

Questions	
1. L'équation réduite de la tangente T à C au point A d'abscisse 1 est	☐ $y = x - 1$
	☐ $y = x - 2$
	☐ $y = 2(x - 1)$
2. L'équation $f'(x) = 0$ admet	☐ 1 solution
	☐ 2 solutions
	☐ 0 solution
3. La limite de $f(x)$ en $-\infty$ est	☐ $-\infty$
	☐ -5
	☐ 6
4. La fonction $\ln f$ est définie sur	☐ $[-\infty ; 6]$
	☐ $]0 ; 6]$
	☐ $]1 ; 6]$
5. La fonction lnf s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

Partie B

Dans cette partie du QCM, on appelle g la fonction définie sur $]-\infty ; 6]$ par son expression $g(x) = \exp[f(x)]$.

Questions	
6. La fonction g est strictement croissante sur	☐ $]-\infty ; 3]$
	☐ $]1 ; 6]$
	☐ $]-\infty ; 6]$
7. $g'(1)$ est égal à	☐ 2
	☐ 0
	☐ 2e
8. La fonction g s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Les places d'une salle de cinéma sont toutes occupées. Le film proposé est une rediffusion d'une comédie à grand succès. Dans cette salle, les hommes représentent 25 % des spectateurs, les femmes $\frac{2}{5}$ des spectateurs et les autres spectateurs sont des enfants.

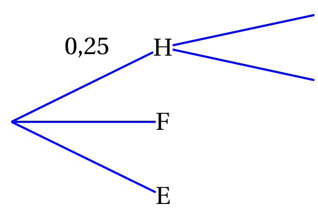
$\frac{1}{5}$ des hommes et 30 % des femmes ont déjà vu ce film au moins une fois. à la fin de la projection, on interroge au hasard une personne sortant de la salle.

On appelle :

H l'évènement : « la personne interrogée est un homme »
F l'évènement : « la personne interrogée est une femme »
E l'évènement : « la personne interrogée est un enfant »
V l'évènement : « la personne interrogée avait déjà vu le film avant cette projection »
$\overline{\text{V}}$ l'évènement : « la personne interrogée n'avait jamais vu le film avant cette projection ».
La notation $p(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A.
La notation $p_{\text{B}}(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

Partie A

1. à l'aide des notations ci-dessus, traduire la situation décrite en recopiant et en complétant l'arbre pondéré dont le départ est proposé ci-dessous. On prendra soin de le compléter au fur et à mesure.



2. **a.** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $\text{H} \cap \text{V}$.
   b. Donner $p_{\text{H}}(\text{V})$ et en déduire $p(\text{H} \cap \text{V})$.
3. La probabilité que l'évènement V soit réalisé est égale à $0,345$.
   a. Déterminer $p\left(\overline{\text{V}}\right)$.
   b. Déterminer la probabilité que si l'on interroge un enfant, il ait déjà vu ce film au moins une fois avant cette projection.
4. On interroge au hasard et successivement quatre personnes sortant de la salle. On suppose que le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection ?

Partie B

À la fin de l'année, une étude nationale a été réalisée sur le nombre de fois qu'un spectateur sortant de la salle est allé voir ce film. Le tableau ci-dessous, pour lequel il manque une valeur notée q représente la loi de probabilité du nombre de fois que le spectateur est allé voir ce film.

Nombre de fois	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,55	0,15	0,15	0,05	q	0,05

1. Déterminer q.
2. En déduire l'espérance mathématique, arrondie à l'unité de cette loi de probabilité et interpréter le résultat obtenu.

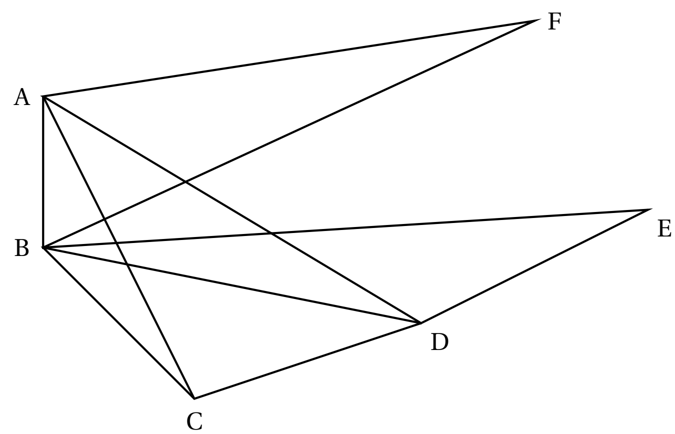
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une grande ville a créé un jardin pédagogique sur le thème de l'écologie, jardin qui doit être visité par la suite par la majorité des classes de cette ville.
Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes :

A. Eau B. économie d'énergies C. Plantations et cultures locales
D. Développement durable E. Biotechnologies F. Contes d'ici (et d'ailleurs)

Ces zones sont reliées par des passages (portes) où sont proposés des questionnaires.
Le jardin et les portes sont représentés par le graphe ci-dessous (chaque porte et donc chaque questionnaire est représenté par une arête).



Question préliminaire :
Si un visiteur répond à tous les questionnaires, à combien de questionnaires aura-t-il répondu ?

Partie A :

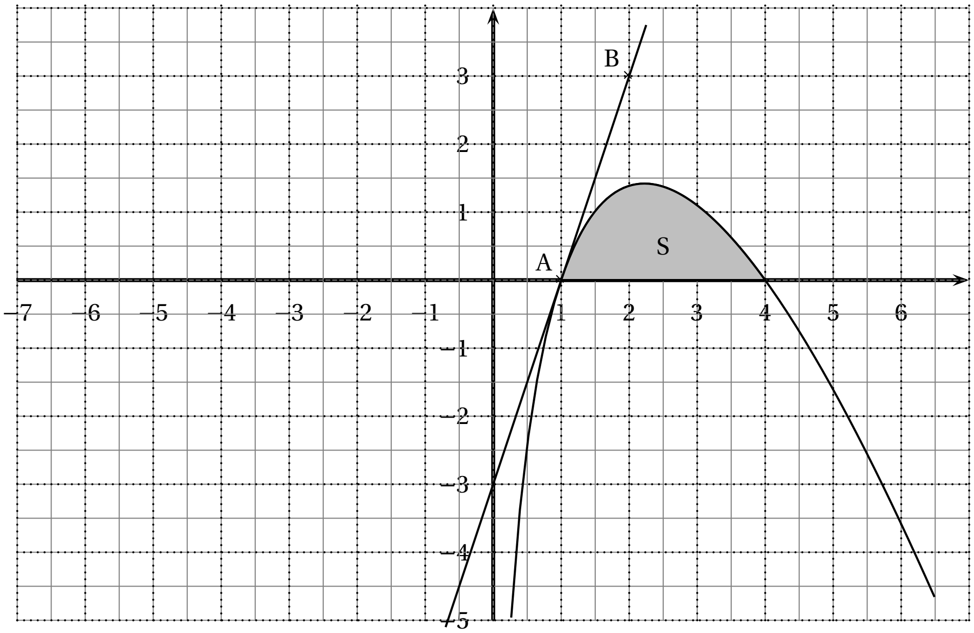
1. Donner la matrice G associée à ce graphe.
2. Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.
3. Peut-on parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire :
   a. en commençant la visite par n'importe quelle zone ?
   b. en commençant la visite par la zone C (plantations et cultures) ? Dans ce cas, si la réponse est positive, quelle sera la dernière zone visitée.
   (Dans les deux cas, **a** et **b**, justifiez votre réponse.)

Partie B :
Pour illustrer chaque zone et présenter légendes et commentaires, les enfants ont décidé d'utiliser des supports de couleurs différentes. Pour limiter le nombre de couleurs, on utilise des couleurs différentes seulement si les zones sont limitrophes (avec un passage entre les deux).

1. Donner et justifier un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
2. Déterminer alors en utilisant un algorithme adapté le nombre chromatique de ce graphe et proposer une répartition des couleurs.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats



On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormal.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(1 ; 0) et admet la droite (AB) pour tangente à la courbe $\mathscr{C}$.

Partie A

Pour tout réel x de $]0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = (ax + b)\ln x$ où a et b sont deux réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Sans justifier et par lecture graphique, donner $f(4)$ et $f'(1)$.
3. Justifier que a et b sont solutions du système d'équations suivant : $\left\{\begin{array}{rcl} 4a+b & = & 0\\ a+b & = & 3\end{array}\right.$

   Déterminer a et b.

Partie B

On admet que la fonction précédente est définie pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = (4 - x)\ln x$.

On appelle S l'aire hachurée sous la courbe $\mathscr{C}$.

1. Soit F la fonction définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$F(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2\ln x - \frac{x^2}{2} - 8x\ln x + 8x\right).$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
2. En déduire la valeur exacte de $\mathrm{I} = \displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
3. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} de S exprimée en unités d'aire. Justifier.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de ménages (en milliers) équipés d'un ordinateur entre les années 1986 et 1996.

Année	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de ménages y_i	160	235	345	510	760	1160	1780	2600	3850	5400	7300

Partie A

1. Calculer le pourcentage d'évolution du nombre de ménages équipés d'un ordinateur entre les années 1986 et 1987.
2. Si ce pourcentage était resté le même d'année en année jusqu'en 1996, quel aurait été le nombre de ménages équipés en 1996 ? (on arrondira en millier).
3. On pose $z = \ln y$.
   a. Compléter le tableau donné en ANNEXE 2 (arrondir les valeurs au centième).
   b. Construire le nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ pour i allant de 0 à 10 dans le repère donnée en ANNEXE 2.
   c. Donner une équation de la droite d d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
   Tracer cette droite dans le repère précédent.
   d. Déduire de ce qui précède que l'on peut modéliser l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = a\mathrm{e}^{bx}$, a étant un réel arrondi à l'entier le plus proche et b un réel arrondi au centième.
   En déduire dans ce cas, une estimation arrondie au millier du nombre des ménages qui auraient dû être équipés en 2000.

Partie B

En fait le nombre de ménages équipés en 2000 est de 15400000.

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = \dfrac{20}{1+2000\mathrm{e}^{-0,44t}}$.

On estime alors que sur la période de 1980 à 2015 l'équipement des ménages en ordinateur peut être modélisé par la fonction f définie ci-dessus. Ainsi, le nombre de ménages équipés en $1980 + n$, exprimé en millions, est donné par $f(n)$.

1. Déterminer une estimation arrondie au millier du nombre des ménages équipés en 2002 puis en 2003.
2. Prouver que la fonction f est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   a. En quelle année le nombre de ménages équipés a-t-il atteint 18 millions selon l'estimation ?
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter le résultat obtenu.

ANNEXE 1 à RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1
Commun à tous les candidats

Partie A

Questions	
1. L'équation réduite de la tangente T à C au point A d'abscisse 1 est	☐ $y = x - 1$
	☐ $y = x - 2$
	☐ $y = 2(x - 1)$
2. L'équation $f'(x) = 0$ admet	☐ 1 solution
	☐ 2 solutions
	☐ 0 solution
3. La limite de $f(x)$ en $-\infty$ est	☐ $-\infty$
	☐ -5
	☐ 6
4. La fonction $\ln f$ est définie sur	☐ $[-\infty\ ;\ 6]$
	☐ $]0\ ;\ 6]$
	☐ $]1\ ;\ 6]$
5. La fonction lnf s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

Partie B

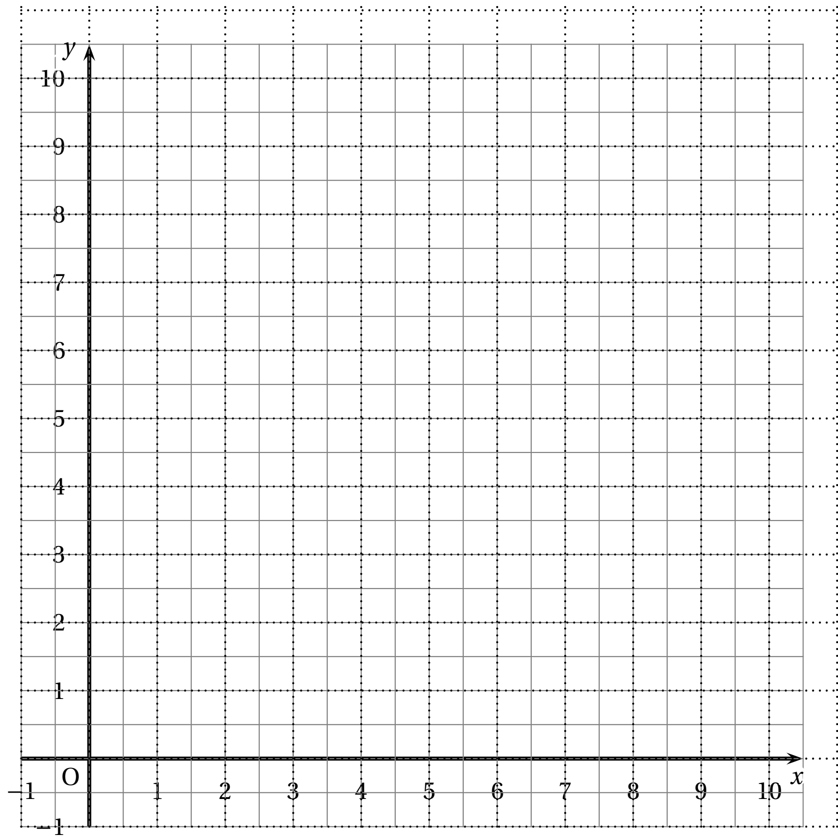
Rappel : g est la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ 6]$ par son expression $g(x) = \exp[f(x)]$.

Questions	
6. La fonction g est strictement croissante sur	☐ $]-\infty\ ;\ 3]$
	☐ $]\ 1\ ;\ 6]$
	☐ $]-\infty\ ;\ 6]$
7. $g'(1)$ est égal à	☐ 2
	☐ 0
	☐ 2e
8. La fonction g s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 10 fois

ANNEXE 2 à RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4
Commun à tous les candidats

Année	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de ménages $z_i = \ln y_i$											



Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un commerçant vendant des produits biologiques propose quotidiennement des paniers légumes frais contenant 2 kg de légumes ou des paniers contenant 5 kg de légumes.

35 % des clients qui achètent ces paniers ont au moins un enfant.

Parmi ceux qui n'ont pas d'enfant, 40 % choisissent les paniers de 5 kg de légumes et les autres choisissent les paniers de 2 kg de légumes.

On interroge au hasard un client qui achète un panier de légumes.

On note E l'événement « le client interrogé a au moins un enfant » ;

on note C l'événement « le client interrogé a choisi un panier de 5 kg de légumes ».

Pour tout événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

1. Quelle est la probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant ?
2. Sachant que le client interrogé n'a pas d'enfant, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier contenant 5 kg de légumes ?
3. Décrire l'événement $\overline{E} \cap C$, et montrer que $p\left(\overline{E} \cap C\right) = 0{,}26$.
4. On sait de plus que 30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg.
   a. Calculer $p(E \cap C)$.
   b. En déduire la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé.

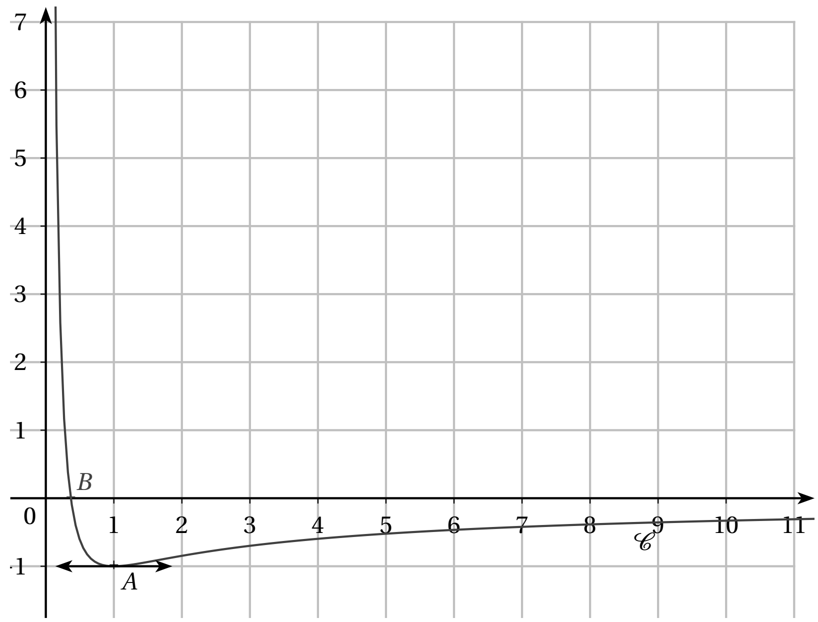
EXERCICE 2 **5 points**

Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0 ; +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle I.

Les axes (Ox) et (Oy) sont asymptotes à $\mathscr{C}$.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $A(1 ; -1)$ et $B\left(\frac{1}{\mathrm{e}} ; 0\right)$ et admet une tangente parallèle à (Ox) au point A.



1. En utilisant les données ci-dessus, déterminer sans justification :
   a. $f(1)$ et $f'(1)$.
   b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   c. les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ et les solutions de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.

2. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f(x) = \dfrac{a+b\ln x}{x}$ où a et b sont deux nombres réels.
   a. Exprimer $f'(x)$ en fonction des réels a et b.
   b. Utiliser les résultats de la question 1a. pour montrer que $a = -1$ et $b = -1$.
   c. Retrouver les résultats de la question 1c par le calcul.

EXERCICE 2 **5 points**

Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un pays, un organisme étudie l'évolution de la population. Compte tenu des naissances et des décès, on a constaté que la population a un taux d'accroissement naturel et annuel de 14 pour mille.

De plus, chaque année, 12 000 personnes arrivent dans ce pays et 5 000 personnes le quittent.

En 2005, la population de ce pays était de 75 millions d'habitants. On suppose que l'évolution ultérieure obéit au modèle ci-dessus.

On note P_n la population de l'année $2005+n$ exprimée en milliers d'habitants.

1. Déterminer P_0, P_1 et P_2. La suite de terme général P_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier la réponse.
2. Expliquer pourquoi on obtient, pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = 1{,}014P_n + 7$.
3. Démontrer que la suite (U_n) définie par $U_n = P_n + 500$ pour tout entier naturel n est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.
4. Exprimer U_n puis P_n en fonction de n.
5. a. Combien d'habitants peut-on prévoir en 2010 ?
   b. Au bout de combien d'années la population aura-t-elle doublé par rapport à l'année 2005 ?

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne une estimation du montant des achats en ligne des ménages français, en millions d'euros, de 1998 à 2004.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Montant en millions d'euros y_i	75	260	820	1 650	2 300	4 000	5 300

1. Calculer l'augmentation relative entre 2001 et 2002 du montant des achats.
2. Représenter par un nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1000 millions d'euros sur l'axe des ordonnées).
3. *Dans cette question, les calculs, effectués à la machine, ne seront pas justifiés et seront arrondis à l'unité.*
   Donner une équation des la droite d'ajustement affine D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter cette droite dans le repère précédent.
4. On propose un deuxième ajustement de cette série statistique par la fonction f définie, pour tout réel positif x, par : $f(x) = 130x^2 + 100x + 68$.
   Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

   Construire la courbe représentative de la fonction f dans le repère précédent.
5. Le montant des achats en ligne en 2005 a été de 7700 millions d'euros. Lequel de ces deux ajustements vous paraît-il le plus conforme à la réalité ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\mathrm{e}^x - 1$.
Le tableau suivant est le tableau de variations de la fonction g.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g	-1	$\searrow$	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

1. On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution a strictement positive. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
2. On note f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \mathrm{e}^x - \ln x$.
   a. étudier la limite de f en 0. Donner une interprétation graphique du résultat.
   b. Vérifier que, pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f.

c. étudier les variations de f puis établir son tableau de variations en admettant que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.

3. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Tracer la courbe $\mathscr{C}$ en prenant 0,57 comme valeur approchée de a.
(*Prendre* 4 *cm pour unité sur l'axe des abscisses et* 2 *cm sur l'axe des ordonnées*).

4. On note $\mathscr{D}$ l'ensemble des points $M(x\,;y)$ du plan muni du repère ci-dessus tels que :

$$1 \leqslant x \leqslant 2 \quad \text{et} \quad 0 \leqslant y \leqslant f(x).$$

a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$.

b. Vérifier que la fonction H définie sur $]0\,;+\infty[$ par $H(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction h définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = \ln x$.

c. En déduire une primitive F de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

d. Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$, en unités d'aire, puis donner une valeur en cm^2, arrondie au dixième.

Baccalauréat Asie ES juin 2007

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.-

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f'. Son tableau de variations est donné ci-dessous. On nomme $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	e	$\searrow$	0

1. On peut affirmer que :
   Réponse A : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.
   Réponse B : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.
   Réponse C : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$.
2. La courbe $(\mathscr{C})$ admet :
   Réponse A : la droite d'équation $x = 0$ pour asymptote.
   Réponse B : la droite d'équation $x = 2$ pour asymptote.
   Réponse C : la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote.
3. Dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ admet :
   Réponse A : une unique solution
   Réponse B : deux solutions distinctes.
   Réponse C : trois solutions distinctes.
4. Dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 3$
   Réponse A : n'a pas de solution.
   Réponse B : a toutes ses solutions positives.
   Réponse C : a toutes ses solutions négatives.

Exercice 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

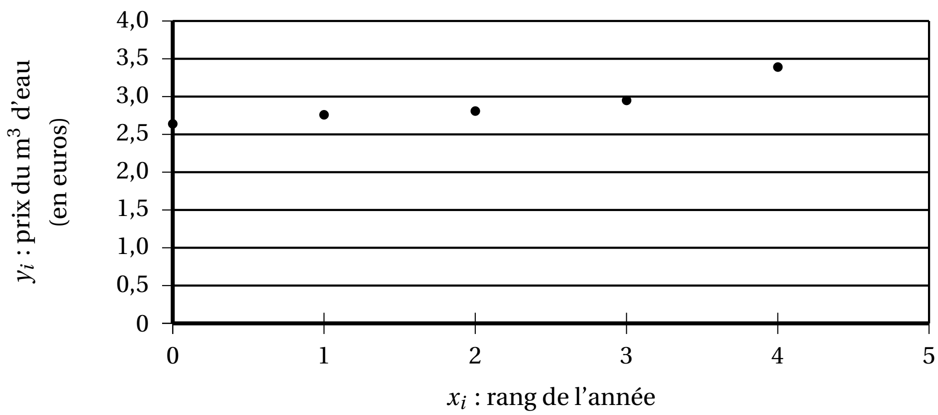
Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution du prix (en euros) du m^3 d'eau, dans une ville, entre 2002 et 2006.

Années	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Prix en euros du m^3 d'eau y_i	2,64	2,76	2,81	2,95	3,39

I. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix entre 2002 et 2006. Donner le résultat arrondi à 0,1 %.

II. Le nuage de points associé à cette série statistique est représenté ci-dessous :

évolution du prix du m^{3}d'eau d'une ville



L'allure du nuage suggère deux types d'ajustement :

1. **Ajustement affine**

   a. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, les coefficients étant arrondis au centième.

   b. Quelle estimation du prix en euros (arrondie au centième d'euro) du m^3 d'eau peut-on en déduire pour 2010 ?

2. **Ajustement exponentiel**
   On pose $z_i = \ln y_i$.
   On prend $z = 0,06x + 0,95$ pour équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés, avec $z = \ln y$.

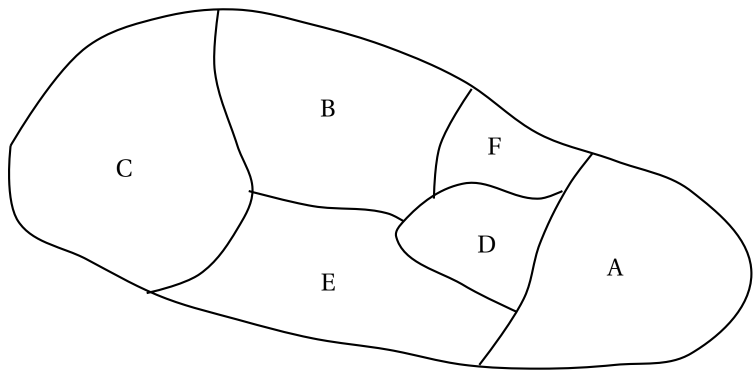
   a. En déduire qu'une relation entre y et x s'écrit alors sous la forme $y = \mathrm{e}^{0,95} \cdot \mathrm{e}^{0,06x}$.

   b. Quelle estimation du prix en euros (arrondie au centième d'euro) du m^3 d'eau peut-on en déduire pour 2010 ?

Exercice 3 — 5 points

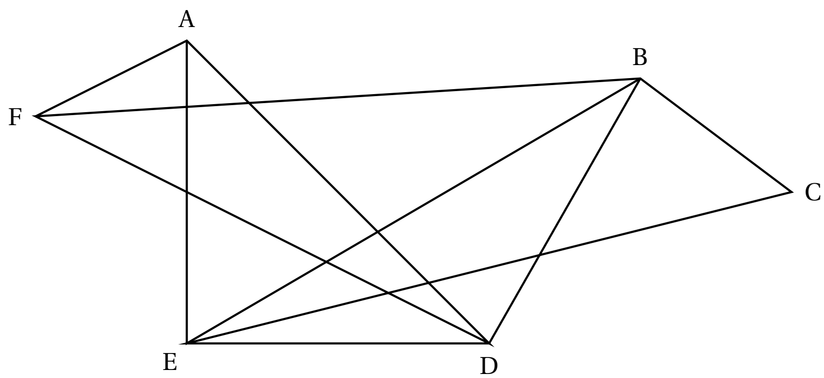
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une île imaginaire dont la carte est représentée ci-dessous ; est composée de six provinces, notées A, B, C, D, E et F.



On s'intéresse aux frontières séparant ces provinces. On traduit cette situation par un graphe dont les sommets sont les provinces et où chaque arête représente une frontière entre deux provinces.

On admet que le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous représente cette situation :



1. **a.** Donner l'ordre du graphe $\mathcal{G}$, puis le degré de chacun de ses sommets

   b. Peut-on visiter cette île en franchissant une et une seule fois chacune des dix frontières ? Justifier Si oui, proposer un parcours possible.

2. **a.** Le graphe $\mathcal{G}$ possède-t-il un sous-graphe complet d'ordre 3 ? Si oui, en citer un.
   Préciser, sans justification, si le graphe $\mathcal{G}$ possède un sous graphe complet d'ordre 4.
   Quelle consequence cela a-t-il sur le nombre chromatique c du graphe $\mathcal{G}$?

   b. Proposer une coloration de la carte (ou du graphe) avec le minimum de couleurs afin que deux provinces qui ont une frontière commune aient des couleurs différentes (on peut remplacer les couleurs par différents hachurages).

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

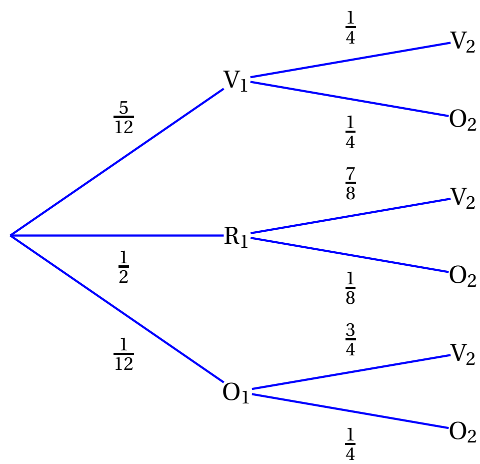
Partie A

Sur son trajet habituel pour aller travailler, un automobiliste rencontre deux feux tricolores successifs dont les fonctionnements sont supposés indépendants.
Ces feux sont réglés de telle sorte que la probabilité pour un automobiliste de rencontrer le feu au vert est $\frac{5}{12}$ à l'orange $\frac{1}{12}$ et au rouge $\frac{1}{2}$.
On note :

R_1 l'évènement le premier feu rencontré est au rouge
V_1 l'évènement : le premier feu rencontré est au vert
O_1 l'évènement : le premier feu rencontré est à l'orange
et on définit de même R_2, V_2, O_2 pour le deuxième feu rencontré.

1. Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au vert ?
2. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un des deux feux rencontrés ne soit pas au vert

Partie B
On règle le deuxième feu afin de rendre la circulation des véhicules plus fluide.
L'arbre suivant modélise la nouvelle situation dans laquelle les fonctionnements des deux feux ne sont plus indépendants.



1. Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au vert ?
2. Quelle est la probabilité que le deuxième feu rencontré par l'automobiliste soit au vert ?

Exercice 4 **7 points**

Commun à tous les candidats
Une entreprise produit et vend un modèle de pièces pour hélicoptères. Pour des raisons techniques et de stockage, sa production mensuelle est comprise entre 100 et 600 pièces. Elle vend tout ce qui est produit.
On considère la fonction f défmie sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ par

$$f(x) = -x^2 + 10x - 9 - 8\ln(x).$$

$f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, obtenu pour la vente de x centaines de pièces.
La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,6]$. On note f' sa fonction dérivée.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

.

1. **a.** Montrer que pour tout nombre reel x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,6]$, $f'(x) = \dfrac{-2(x-1)(x-4)}{x}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.

   c. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.

   d. Quelle est la quantité de pièces à produire pour obtenir un bénéfice mensuel maximal ? Calculer ce bénéfice arrondi à l'euro près.

2. **a.** Prouver que la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = x\ln(x) - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

   b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~6]$.

   c. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~6]$ (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

Rappel : Soit f une fonction et $[a~;~b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.
La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a~;~b]$, est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2007

EXERCICE 1 **5 points**

Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification Une bonne réponse apporte $0,5$ *point, une mauvaise enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à* 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE

Partie A

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(e^{-x^2+3}\right)$ est égale à :	☐ $+\infty$
	☐ 0
	☐ e^3
2. $e^{\ln(2)} + e - 4$ est égal à :	☐ $e - 2$
	☐ $\ln(2) + e - 4$
	☐ -2
3. $\ln(1-x) \geqslant 1$ est équivalente à :	☐ $x \leqslant 1 - e$
	☐ $x < 0$
	☐ $x > -e$
4. La fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 2$ a pour primitive la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par :	☐ $F(x) = x\ln(x)$
	☐ $F(x) = x\ln(x) - x$
	☐ $F(x) = x\ln(x) + x$

Partie B

Soient a et b deux réels strictement positifs. A et B sont deux évènements associés à une expérience aléatoire. On sait que $P(A) = a^2$, $P(B) = b^2$ et $P(A \cap B) = 2ab$. Alors,

5. $P\left(\overline{A}\right)$ est égale à :	☐ $(1-a)(1+a)$
	☐ $a^2 - 1$
	☐ $b^2 - a^2$
6. $P(A \cup B)$ est égale à :	☐ $(a+b)^2$
	☐ $(a-b)^2$
	☐ $a^2 + b^2$
7. $P_B(A)$ est égale à :	☐ $\dfrac{a}{2b}$
	☐ $\dfrac{2b}{a}$
	☐ $\dfrac{2a}{b}$

Partie C

Soit $(U_n)_{n\geqslant 0}$, la suite géométrique de premier terme $U_0 = 2$ et de raison $\dfrac{1}{2}$. Alors,

8. U_{n+1} est égale à :	☐ $U_n + \dfrac{1}{2}$
	☐ $\dfrac{1}{2}U_n$
	☐ $(U_n)^{\frac{1}{2}}$
9. U_n est égale à :	☐ $2 + \dfrac{1}{2}n$
	☐ $2^{(1-n)}$
	☐ $2^{(n+1)}$
10. $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ est égale à :	☐ $\dfrac{31}{8}$
	☐ 15
	☐ $\dfrac{15}{8}$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\text{I} = [0 ; 4]$; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal . On note f' la fonction dérivée de f.

Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$. Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.

1. Par lecture graphique, déterminer :

a. $f(0)$ et $f'(0)$.

b. $f(1)$ et $f'(1)$.

c. $f(2)$ et $f'(2)$.

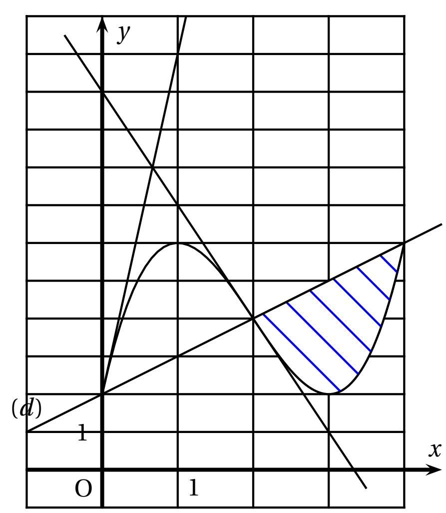
d. l'ensemble des réels x tels que $f(x) \leqslant x + 2$.

2. a. Par lecture graphique, dresser le tableau de variations de f sur I ; on indiquera le signe de $f'(x)$.

b. En déduire le tableau de variations de la fonction g définie sur $[0 ; 4]$ par $g(x) = \ln[f(x)]$.

3. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques

a. $0 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 1$ **b.** $1 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 6$ **c.** $6 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$



4. On suppose que $f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$, où $m,\ n,\ p$ et q sont des réels.

   a. En utilisant les résultats de la question 1 a, déterminer p et q.

   b. En utilisant les résultats de la question 1 b, déterminer m et n.

5. On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

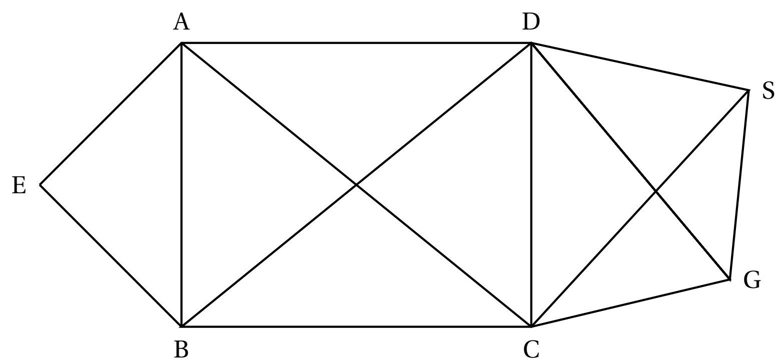
   a. Démontrer que les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 et 4 sont parallèles.

   b. Calculer, en unités d'aire, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine hachuré.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

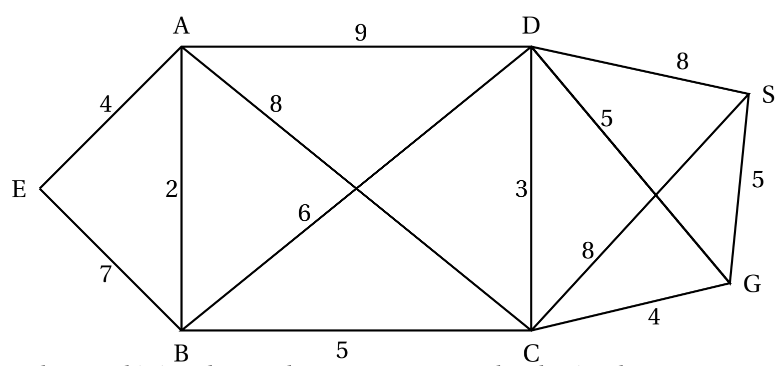
L'objet d'étude est le réseau des égouts d'une ville. Ce réseau est modélisé par le graphe ci-dessous : les sommets représentent les stations et les arêtes, les canalisations.



Partie A

1. Ce graphe admet-iI une chaîne eulérienne ?
2. Justifier que le nombre chromatique de ce graphe est compris entre 4 et 6.

Partie B



Le graphe pondéré ci-dessus donne, en minutes, les durées des trajets existant entre les différentes stations du réseau des égouts.

1. Un ouvrier doit se rendre par ce réseau de la station E à la station S. Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet le plus rapide pour aller de E à S et préciser sa durée.
2. Ayant choisi le trajet le plus rapide, l'ouvrier arrivant en C, apprend que les canalisations CG et CS sont fermées pour cause de travaux et qu'il ne peut les utiliser.
   a. Comment peut-il terminer, au plus vite, son trajet jusqu'à S ? Combien de temps le trajet entre E et S prendra-t-il dans ce cas ?
   b. S'il avait su dès le départ que les canalisations CG et CS étaient impraticables, quel trajet aurait choisi l'ouvrier pour se rendre, au plus vite de E à S ? Combien de temps ce trajet aurait-il pris ?

EXERCICE 3 **3 points**
Commun à tous les candidats
On suppose que, pour tous les jours de septembre, la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{4}$.

S'il pleut, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{1}{3}$.

S'il ne pleut pas, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{5}{6}$.

1. Représenter par un arbre de probabilité la situation ci-dessus.
2. Quelle est la probabilité qu'un jour de septembre donné, il pleuve et que Monsieur X arrive à l'heure à son travail ?
3. Montrer que la probabilité qu'un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{17}{24}$.
4. Un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail.
   Quelle est la probabilité qu'il ait plu ce jour là ?
5. Sur une période de 4 jours de septembre, quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois ? *On arrondira le résultat à* 10^{-3} *près.*

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats
On s'intéresse à la production mensuelle d'une certaine catégories d'articles par une entreprise E. On sait que le nombre d'articles produits par mois est compris entre 0 et 500. On suppose que le coût marginal, exprimé en milliers d'euros, peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par

$$C(x) = 4x + (1-2x)\mathrm{e}^{-2x+3}$$

où x représente le nombre de centaines d'articles fabriqués.

1. On sait que la fonction coût total, notée C_T, est la primitive de la fonction C sur $[0\,;5]$ qui s'annule pour $x = 0$.
   Justifier que $C_T(x) = 2x^2 + x\mathrm{e}^{-2x+3}$.
2. La fonction coût moyen, notée C_M est la fonction définie sur $]0\,;5]$ par :
   $$C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}.$$
   Donner une expressionde $C_M(x)$, en fonction de x.
3. **a.** Déterminer $C'_M(x)$ où C'_M désigne la fonction dérivée de C_M.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $1-\mathrm{e}^{-2x+3} = 0$.
   c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1-\mathrm{e}^{-2x+3} > 0$.
   d. En déduire le sens de variations de C_M sur $]0\ ;5]$.
4. Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal et quel est ce coût en euros ?
5. Chaque centaine d'articles est vendue 7000 €. La recette totale pour x centaines d'articles est donnée, en admettant que toute la production soit vendue, par $R_T(x) = 7x$ en milliers d'euros.
   Le bénéfice est donc défini par $B(x) = R_T(x) - C_T(x)$.

   a. En **annexe 2** sont représentées les fonctions C_T et R_T.
   Par lecture graphique déterminer :
   – le coût moyen minimal,
   – l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice positif de l'entreprise E,
   – la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

On fera apparaître les constructions nécessaires.

b. Avec l'aide de votre calculatrice, affiner l'intervalle (à un article près) dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice positif de l'entreprise E.

Annexe 1 **à rendre avec la copie**

Exercice 1 : commun à tous les candidats

Partie A

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(e^{-x^2+3}\right)$ est égale à :	☐ $+\infty$
	☐ 0
	☐ e^3
2. $e^{\ln(2)} + e - 4$ est égal à :	☐ $e - 2$
	☐ $\ln(2) + e - 4$
	☐ -2
3. $\ln(1-x) \geqslant 1$ est équivalente à :	☐ $x \leqslant 1 - e$
	☐ $x < 0$
	☐ $x > -e$
4. La fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 2$ a pour primitive la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par :	☐ $F(x) = x\ln(x)$
	☐ $F(x) = x\ln(x) - x$
	☐ $F(x) = x\ln(x) + x$

Partie B

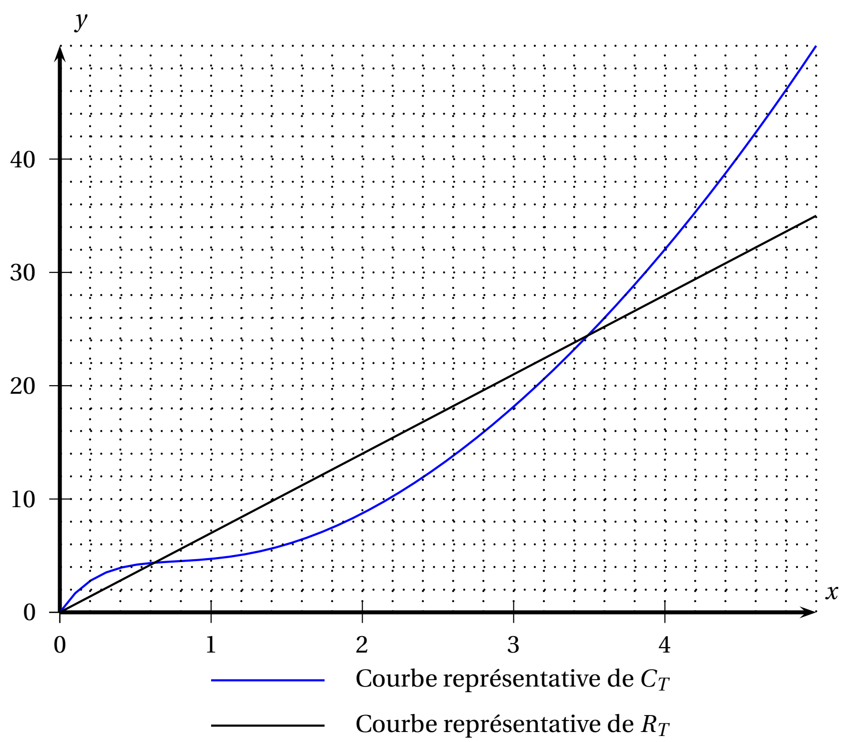
5. $P\left(\overline{A}\right)$ est égale à :	☐ $(1-a)(1+a)$
	☐ $a^2 - 1$
	☐ $b^2 - a^2$
6. $P(A \cup B)$ est égale à :	☐ $(a+b)^2$
	☐ $(a-b)^2$
	☐ $a^2 + b^2$
7. $P_B(A)$ est égale à :	☐ $\dfrac{a}{2b}$
	☐ $\dfrac{2b}{a}$
	☐ $\dfrac{2a}{b}$

Partie C

8. U_{n+1} est égale à :	☐ $U_n + \dfrac{1}{2}$
	☐ $\dfrac{1}{2}U_n$
	☐ $(U_n)^{\frac{1}{2}}$
9. U_n est égale à :	☐ $2 + \dfrac{1}{2}n$
	☐ $2^{(1-n)}$
	☐ $2^{(n+1)}$
10. $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ est égale à :	☐ $\dfrac{31}{8}$
	☐ 15
	☐ $\dfrac{15}{8}$

Annexe 2 **à rendre avec la copie**

Exercice 4 : commun à tous les candidats



Baccalauréat ES France 14 juin 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
NOTATION : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

1. Pour tout nombre réel a et pour tout nombre réel b, on peut affirmer que $\dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b}$ est égal à :

Réponse A : $\mathrm{e}^{\left(\frac{a}{b}\right)}$ Réponse B : $\mathrm{e}^{(a-b)}$ Réponse C : $\mathrm{e}^a - \mathrm{e}^b$

2. On considère trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ telles que, pour tout nombre réel x, $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$.
Si l'on sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ alors on peut en déduire que :

Réponse A : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ Réponse B : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ Réponse C : $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

3. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f'. On donne ci-dessous son tableau de variations.

x	$-\infty$		-1	
$f'(x)$		+	0	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e	$\searrow$

a. L'équation $f(x) = 1$ admet dans $\mathbb{R}$:

Réponse A : trois solutions Réponse B : deux solutions Réponse C : une solution

b. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 peut avoir pour équation :

Réponse A : $y = -3x+2$ Réponse B : $y = 3x+2$ Réponse C : $y = -4$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans un pays européen, le montant des recettes touristiques, exprimé en millions d'euros, est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Montant des recettes touristiques y_i en millions d'euros	24495	26500	29401	33299	33675	34190

1. On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Les coefficients, obtenus à l'aide de la calculatrice, seront arrondis au centième.
2. En supposant que cet ajustement est valable jusqu'en 2007, calculer le montant que l'on peut prévoir pour les recettes touristiques de l'année 2007, arrondi au million d'euros.

Partie B
On considère la fonction f défmie pour tout nombre entier n par

$$f(n) = \mathrm{e}^{10,13+0,07n}.$$

On utilise cette fonction pour modéliser l'évolution des recettes touristiques de ce pays européen. Ainsi $f(n)$ représente le montant des recettes touristiques (exprimé en millions d'euros) de ce pays européen pour l'année $2000 + n$.

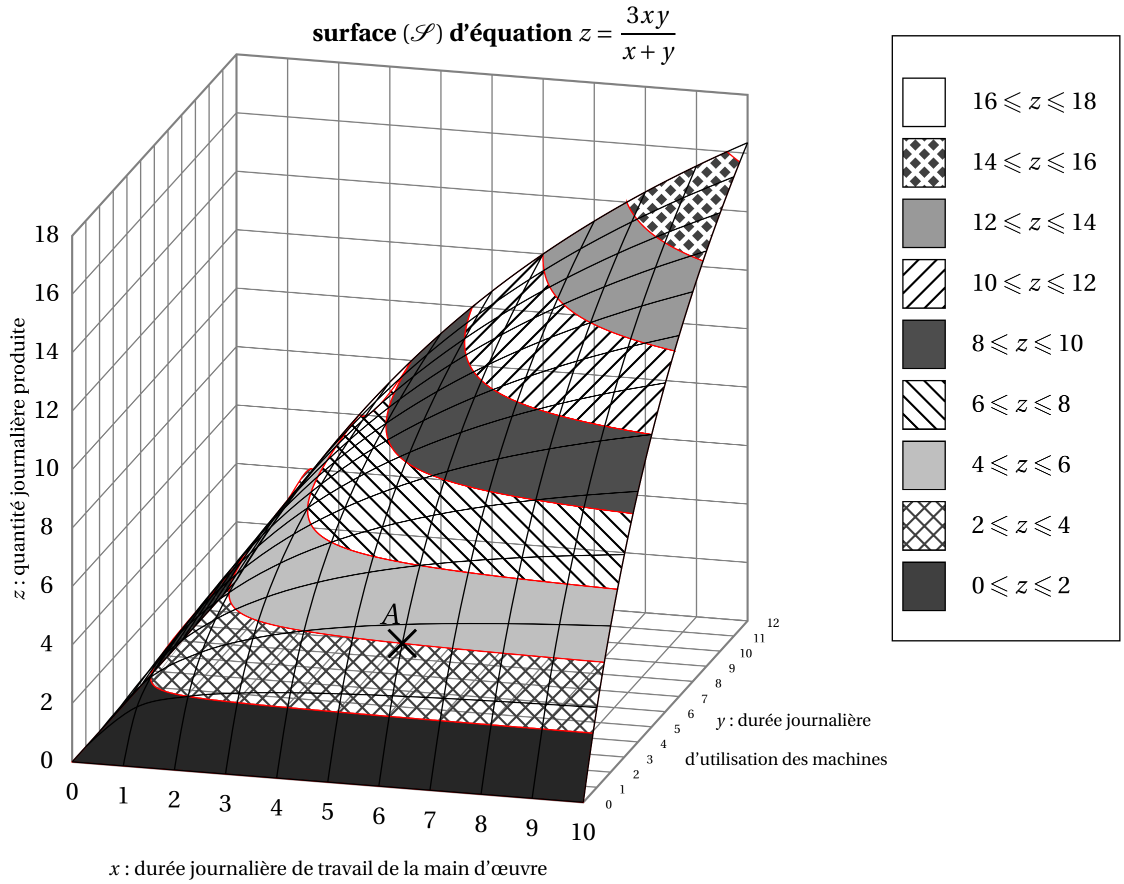
1. Selon ce modèle, calculer le montant des recettes touristiques que l'on peut prévoir pour l'année 2007. Arrondir le résultat au million d'euros.
2. **a.** Déterminer le nombre entier n à partir duquel $f(n) > 45000$.
   b. En déduire l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le montant des recettes touristiques dépasserait 45 000 millions d'euros.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La production journalière d'une entreprise dépend de deux facteurs : le travail de la main d'œuvre et l'utilisation des machines. On désigne :
– par x la durée journalière de travail de la main d'œuvre, exprimée en heure ; x appartient à l'intervalle $]0~;~10]$
– par y la durée journalière d'utilisation des machines, exprimée en heures ; y appartient à l'intervalle $]0~;~12]$.
La quantité journalière produite (en tonnes) est donnée par la relation :

$$f(x;y) = \frac{3xy}{x+y} \text{ avec } 0 < x \leqslant 10 \text{ et } 0 < y \leqslant 12.$$

La figure ci-dessous représente la surface $(\mathcal{S})$ d'équation : $z = f(x;y)$ pour $0 < x \leqslant 10$ et $0 < y \leqslant 12$.



Partie 1 : Le point A représenté par une croix est un point de la surface ($\mathscr{S}$).

1. Déterminer graphiquement l'abscisse et la cote du point A. Calculer son ordonnée (arrondie au dixième).

2. Interpréter les résultats obtenus en référence à la production journalière de l'entreprise.

Partie 2 : Pour chaque heure, le coût total du travail s'élève à 4 milliers d'euros, et le coût d'utilisation des machines s'élève à 1 millier d'euros.
L'entreprise décide de dépenser 36 milliers d'euros par jour et cherche à maximiser sa production journalière sous cette contrainte. On a alors $4x + y = 36$.
La quantité journalière produite (en tonnes) sous cette contrainte de coût peut donc être modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ 10]$ par $g(x) = \dfrac{4x^2 - 36x}{x - 12}$.

1. On note g' la fonction dérivée de g sur l'intervalle $]0\ ;\ 10]$.

   a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\ ;\ 10]$, calculer $g'(x)$ et montrer que
   $g'(x) = \dfrac{4(x-6)(x-18)}{(x-12)^2}$.

   b. étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ 10]$.

2. a. En déduire la durée journalière de travail et la durée journalière d'utilisation des machines permettant d'obtenir une production journalière maximale pour un coût total de 36 milliers d'euros.

b. Préciser la quantité journalière maximale produite en tonnes.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.

40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.

Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.

Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.

On considère les évènements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »

M : « la grille est de niveau moyen »

D : « la grille est de niveau difficile »

R : « Pierre réussit la grille » et $\overline{\text{R}}$ son évènement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.

   b. Calculer la probabilité que la grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.

   c. Montrer que la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
3. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
4. Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : « Je pense que ta grille était facile ».

   Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre. Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

Partie I : étude des coûts hebdomadaires de production

1. Le coût marginal de production est fonction de la quantité x de médicament produit. Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût marginal de production est modélisée par la fonction C_m définie pour les nombres réels x de l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$C_m(x) = x + \frac{16}{x+1}.$$

   ($C_m(x)$ est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes). étudier les variations de la fonction C_m, puis dresser le tableau de variations de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
2. En économie, le coût marginal de production correspond à la dérivée du coût total de production. Ainsi le coût total de production hebdomadaire est modélisé par une primitive de la fonction C_m.

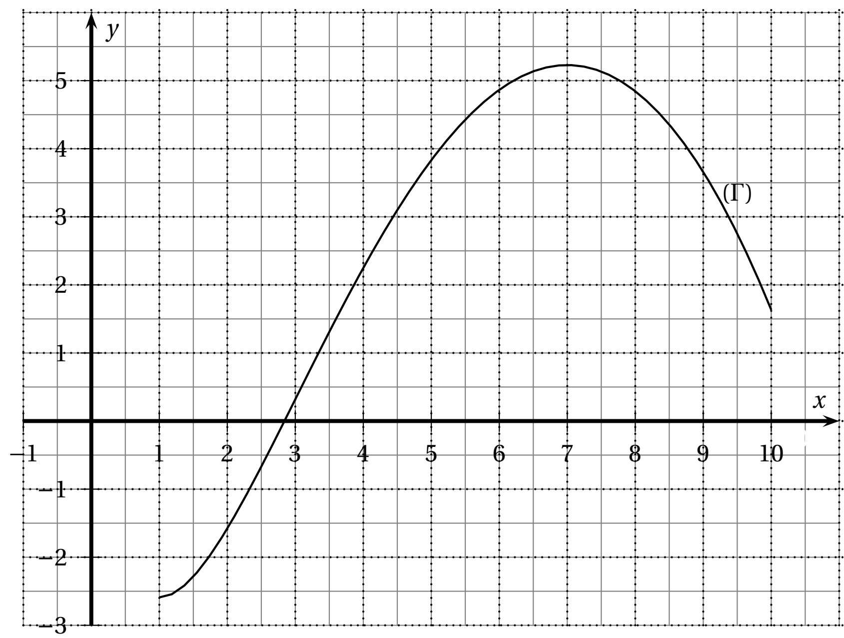
Déterminer la fonction C, primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ qui modélise ce coût total, pour une production de médicaments comprise entre 0 et 10 kilogrammes, sachant que $C(0) = 0$.

Partie II : étude du bénéfice hebdomadaire.

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu. Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :

$$B(x) = 9x - 0,5x^2 - 16\ln(x+1).$$

La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe (Γ) donnée ci-dessous.



1. **a.** On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[1\,;\,7]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[7\,;\,10]$.
En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.

b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).

2. **a.** Utiliser la courbe (Γ) pour déterminer un encadrement d'amplitude $0,5$ de la plus petite quantité x_0 de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.

b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de x_0 approchée au centième.

Baccalauréat ES La Réunion juin 2007

EXERCICE 1 **5 points**

Commun tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-5~;~2]$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative relativement à un repère orthogonal.

Partie A

Un logiciel fournit le graphique qui figure en annexe page 6.
En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Expliquer les procédés utilisés et, lorsque c'est nécessaire, compléter le graphique.

1. Donner une estimation de $f'(0)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.
2. **a.** Donner un encadrement d'amplitude 1 de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

   b. Donner une valeur approchée à 0,5 près de la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0~;2]$.

Partie B

Dans cette partie on sait que la fonction f est définie par :

$$\text{Pour tout élément } x \text{ de } [-5~;~2],~ f(x) = (2-x)\mathrm{e}^x$$

1. **a.** On nomme f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$ pour x élément de $[-5~;~2]$.

   b. Justifier l'affirmation : « Sur l'intervalle $[-5~;~2]$, la fonction f admet un maximum pour $x = 1$ et ce maximum est égal à e. »
2. Donner une équation de la droite (T) tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 0.
3. Soit g la fonction définie par : pour x élément de $[-5~;~2]$, $g(x) = (3-x)\mathrm{e}^x$.

   a. Calculer $g'(x)$ où g' est la fonction dérivée de la fonction g.

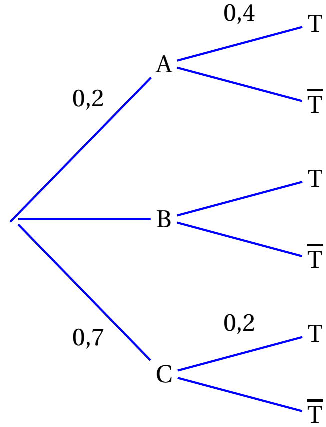
   b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0~;2]$ (en donner la valeur exacte).

EXERCICE 2 **5 points**

Les deux parties sont totalement indépendantes.

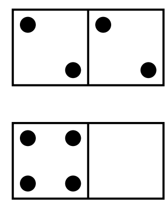
Partie A

Soient A, B, C et T quatre évènements associés à une épreuve aléatoire. On note $\overline{\text{T}}$ l'évènement contraire de l'évènement T.
On donne l'arbre de probabilités suivant.



1. Donner la probabilité $p_{\text{A}}(\text{T})$ de l'évènement « T sachant que A est réalisé ».
2. Calculer :
   a. la probabilité $p(\text{B})$ de l'évènement B ;
   b. la probabilité $p_{\text{A}}\left(\overline{\text{T}}\right)$ de l'évènement « non T sachant que A est réalisé » ;
   c. la probabilité $p(\text{A} \cap \text{T})$ de l'évènement « A et T ».
3. On sait que la probabilité $p(\text{T})$ de l'évènement T est : $p(\text{T}) = 0,3$.
   a. Calculer la probabilité $p_{\text{T}}(\text{A})$.
   b. Calculer la probabilité $p_{\text{B}}(\text{T})$.

Partie B



Un domino est une petite plaque partagée en deux parties.
Sur chacune des parties figure une série de points.
Il peut y avoir de zéro à six points dans une série.
Un jeu de dominos comporte 28 dominos, tous différents.

Lors d'une fête, on propose le jeu suivant :
– le joueur tire au hasard un domino parmi les 28 dominos du jeu,
– il gagne, en euros, la somme des points figurant sur le domino tiré.
On suppose que tous les dominos du jeu ont la même probabilité d'être tirés

1. Établir la loi de probabilité des gains possibles.
2. Le joueur doit miser 7 € avant de tirer un domino. En se fondant sur le calcul des probabilités, peut-ii espérer récupérer ses mises à l'issue d'un grand nombre de parties ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

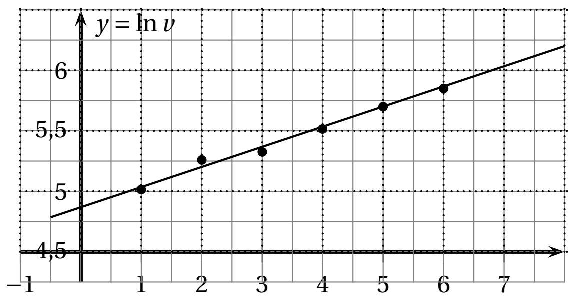
Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1 à 5, une et une seule des trois propositions a, b, c est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte. Aucune justification n'est attendue.

Pour chaque question, une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse incorrecte enlève* 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

1. Le nombre d'habitants d'une ville était : 157500 en 2002 et 139860 en 2006.
   Le taux d'évolution du nombre d'habitants de cette ville de 2002 à 2006 est :
   a : 11,2 %. b : $-12,6$ %. c : $-11,2$ %.
2. Effectuer une augmentation de 15 % suivie d'une baisse de 15 % revient à
   a. : ne procéder à aucune modification.
   b. : effectuer une augmentation de 2,25 %.
   c. : effectuer une diminution de 2,25 %.
3. On admet que le chiffre d'affaire d'une entreprise augmentera régulièrement de 3,2 % par an. Sur une période de 10 ans, il augmentera, à une unité près, de :
   a : 32 % b : 29 % c : 37 %
4. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel n, $u_n = \text{e}^{-n\ln 2}$.
   a. : (u_n) est une suite géométrique de raison $-\ln 2$.
   b. : (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

c. : (u_n) n'est pas une suite géométrique.

5. On a représenté un nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ \ln v_i)$ et effectué un ajustement affine :



Selon cet ajustement, lorsque x prendra la valeur 7, y vaudra environ :

a : $1,8$ b : $6,1$ c : 445

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1 à 5, une et une seule des trois propositions a, b, c est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte. Aucune justification n'est attendue.

Pour chaque question, une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse incorrecte enlève* 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

1. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel n,
$u_n = 1 - \dfrac{6}{n - 10,5}$.

a. : La suite (u_n) est croissante.

b. : La suite (u_n) est décroissante.

c. : La suite (u_n) n'est pas monotone.

2. La suite (u_n) est définie par : $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -0,1u_n$.

a. : La suite (u_n) est arithmétique.

b. : La suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

c. : La suite (u_n) est géométrique.

3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :
– le plan (P) d'équation $x + y + z - 2 = 0$,
– la droite (D) d'équations cartésiennes $y = 1$ et $z = 1 - x$.

a. : La droite (D) est sécante au plan (P).

b. : La droite (D) est incluse dans le plan (P).

c. : La droite (D) est strictement parallèle au plan (P).

4. La matrice d'un graphe non orienté G, de sommets A, B, C, D, E est :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a. : Le graphe G comporte 12 arêtes.

b. : Le graphe G admet une chaîne eulérienne.

c. : Le graphe G est complet.

5. Les ventes d'un nouveau roman ont régulièrement progressé de 2 % chaque semaine depuis sa parution. Au cours de la première semaine il s'en était vendu dix mille exemplaires.
Le nombre d'exemplaires vendus au cours des 45 semaines écoulées depuis sa parution est :

a : 23 900 b : 718 927 c : 743 306

EXERCICE 4 **5 points**

Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[1\,;50]$ par :

$$f(x) = x^2 + 72\ln(10x+1) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

1. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[1\,;50]$.

2. La fonction h est définie sur l'intervalle $[1\,;50]$ par :

$$h(x) = x2 + \frac{720x}{10x+1} - 72\ln(10x+1).$$

a. On admet que la dérivée de la fonction h est la fonction h' définie par : pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;50]$, $h'(x) = \dfrac{2x(10x-59)(10x+61)}{(10x+1)^2}$.
Résoudre l'équation $h'(x) = 0$ sur l'intervalle $[1\,;50]$.
étudier le signe de $h'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;50]$.

b. Dresser le tableau des variations de la fonction h.

c. On admet que, dans l'intervalle $[1\,;50]$, l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α. à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-2} près de α.

d. Expliquer pourquoi
– pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;\,\alpha]$, $h(x) \leqslant 0$,
– pour tout x élément de l'intervalle $[\alpha\,;\,50]$, $h(x) \geqslant 0$.

3. a. Démontrer que pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;50]$, $g'(x) = \dfrac{h(x)}{x^2}$.

b. Démontrer que la fonction g admet un minimum pour $x = \alpha$.

c. En utilisant le fait que $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, exprimer $g'(x)$ en fonction de $f'(x)$ puis déduire de la question précédente que $g(\alpha) = f'(\alpha)$.

Partie B : application

Une entreprise a conduit une étude statistique sur les coûts de production de l'un de ses produits. Pour une production comprise entre 1 tonne et 50 tonnes et des coûts exprimés en milliers d'euros, cette étude conduit à adopter le modèle mathématique suivant :

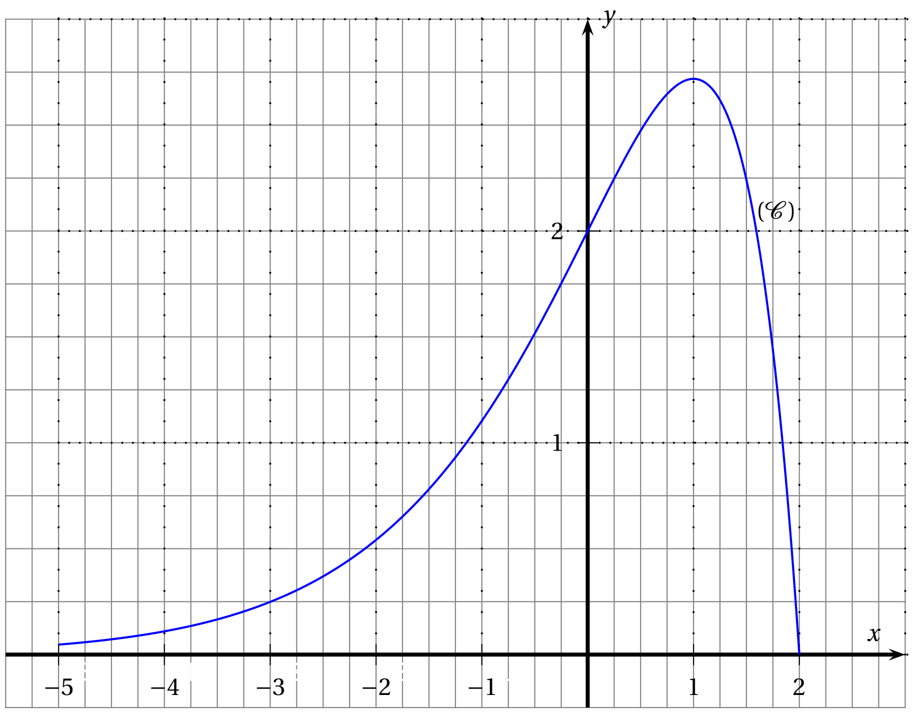
– le coût total de production C_T est donné par $C_T = f(x)$, où x est la quantité produite exprimée en tonnes,
– pour une production de x tonnes, le coût moyen C_M de production d'une tonne est donné par $C_M = g(x)$ et le coût marginal C de production est donné par C $= f'(x)$.

(*Des graphiques obtenus à l'aide d'un logiciel sont fournis en annexe* 2 . *Ils peuvent être complétés et rendus avec la copie.*)

1. Expliquer pourquoi, quelle que soit la quantité produite, l'entreprise ne peut espérer faire un bénéfice si elle vend sa production moins de 38 000 € la tonne.
2. Quelle que soit sa production, l'entreprise pense pouvoir la vendre en totalité au prix de 45000 euros la tonne. Donner une estimation des productions qui pourront permettre de réaliser un bénéfice.

Annexe 1

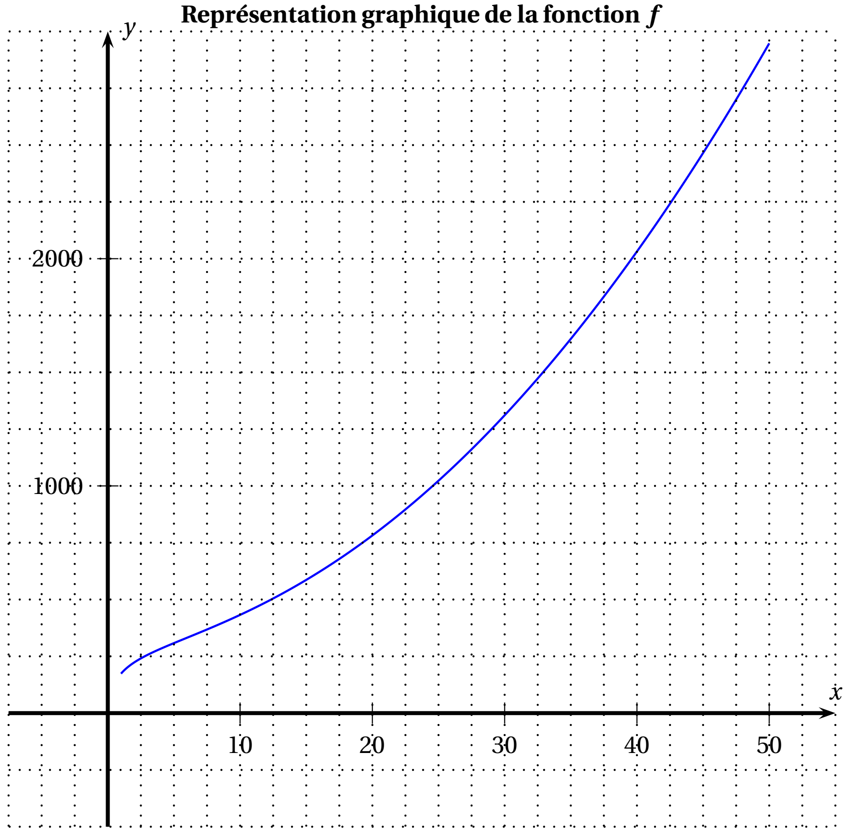
à utiliser pour l'exercice 1 et à rendre avec la copie



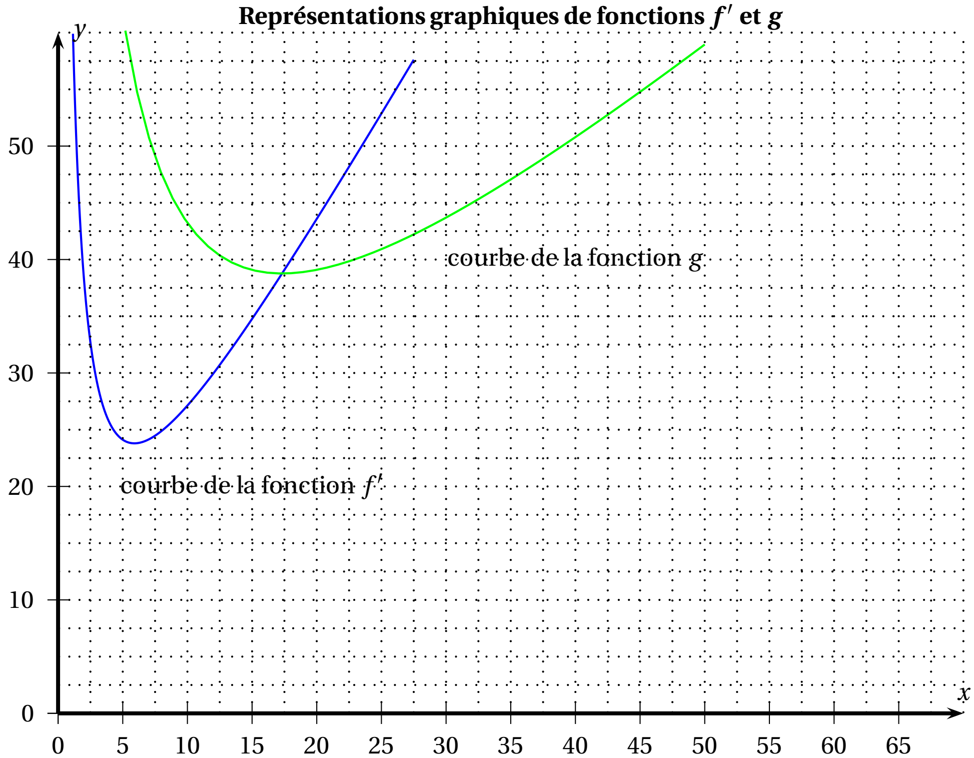
Annexe 2

à utiliser pour l'exercice 4, partie B et à rendre avec la copie

Représentation graphique de la fonction f



Représentations graphiques de fonctions f' et g



Baccalauréat ES Polynésie juin 2007

EXERCICE 1 **3 points**

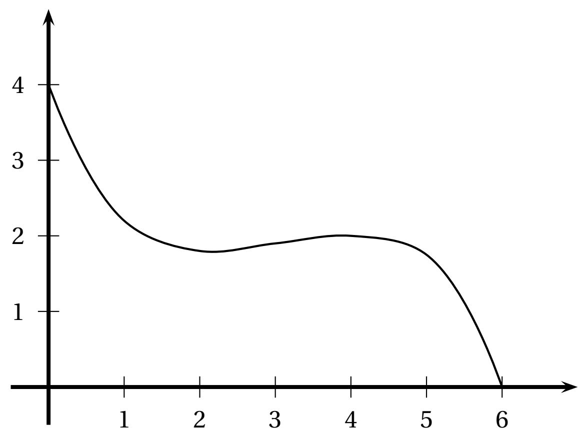
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ou une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.

1. Voici la courbe représentative d'une fonetion f sur l'intervalle $[0\,;\,6[$.



Sur l'intervalle $[0\,;\,6[$, la fonction composée $x \longmapsto \ln[f(x)]$:
- est strictement croissante.
- a les mêmes variations que f.
- a les variations contraires de celles de f.

2. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 4x - 2\ln x$.
Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :
- $y = 2x + 2$.
- $y = 4x - 2$.
- $y = 2x + 6$.

3. L'ensemble des solutions de l'équation $2\ln x = \ln(2x + 3)$ est :
- l'ensemble vide.
- $\{-1\,;\,3\}$.
- $\{3\}$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans un village de vacances, trois stages sont proposés aux adultes et aux enfants. Ils ont lieu dans la même plage horaire ; leurs thèmes sont : la magie, le théâtre et la photo numérique.

150 personnes dont 90 adultes se sont inscrites à l'un de ces stages. Parmi les 150 personnes inscrites, on relève que :
- la magie a été choisie par la moitié des enfants et 20 % des adultes
- 27 adultes ont opté pour la photo numérique ainsi que 10 % des enfants.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Magie	Théâtre	Photo numérique	Total
Adultes				
Enfants				
Total				150

On appelle au hasard une personne qui s'est inscrite à un stage. On pourra utiliser les notations suivantes :

- A l'évènement « la personne appelée est un adulte » ;
- M l'évènement « la personne appelée a choisi la magie » ;
- T l'évènement « la personne appelée a choisi le théâtre » ;
- N l'évènement « la personne appelée a choisi la photo numérique ».

2. **a.** Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ?

b. Quelle est la probabilité que la personne appelée ait choisi la photo sachant que c'est un adulte ?

c. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi le théâtre

3. Montrer que la probabilité que la personne appelée ait choisi la magie est $0,32$.

4. Le directeur du village désigne une personne ayant choisi la magie. Il dit qu'il y a deux chances sur trois pour que ce soit un enfant. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

5. On choisit, parmi les personnes qui désirent suivre un stage, trois personnes au hasard. On assimile ce choix à un tirage avec remise.
Quelle est la probabilité qu'une seule personne ait choisi la magie (*on donnera une valeur arrondie au centième*) ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise fabrique des savons et des bougies parfumées en quantités respectives x et y exprimées en tonnes.

Le coût total de production z, exprimé en milliers d'euros, est donné par la relation $z = 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + 18$ avec $x \in [0 ; 6]$ et $y \in [0 ; 8]$.

1. La surface $\mathcal{S}$ représentant le coût en fonction de x et y dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ est donnée sur la feuille annexe 1, figure 1.

L'annexe* 1 *sera rendue complétée avec la copie.

a. Le point A(3 ; 2 ; 3) appartient-il à la surface $\mathcal{S}$? Justifier.

b. Placer sur la figure 1 le point B d'abscisse 5 et d'ordonnée 2 qui appartient à $\mathcal{S}$.

c. Soit $y = 2$. Exprimer alors z sous la forme $z = f(x)$ puis donner la nature de la section de la surface $\mathcal{S}$ par le plan d'équation $y = 2$ en justifiant.

2. La fabrication de x tonnes de savons et de y tonnes des bougies parfumées engendre la contrainte $x + y = 5$.

a. Quelle est la nature de l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient $x + y = 5$?

b. Vérifier que, sous la contrainte $x + y = 5$, z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$ avec $g(x) = 3x^2 - 12x + 13$.

c. Déterminer la valeur de x pour laquelle g admet un minimum puis la valeur de y et le coût de production z qui correspondent. On note C le point de la surface $\mathcal{S}$ qui correspond à ce coût minimum.

d. On donne, sur la feuille annexe 1, figure 2, la projection orthogonale de la surface $\mathcal{S}$ sur le plan $(x\text{O}y)$ (« vue de dessus de la surface $\mathcal{S}$ »).

Construire sur cette figure 2 la projection orthogonale sur le plan $(x\text{O}y)$ des points dont les coordonnées vérifient $x + y = 5$.

Placer sur cette figure 2 le point C_1, projeté orthogonal du point C sur le plan $(x\text{O}y)$.

ANNEXE 1 : Exercice 2 (spécialité)

à rendre avec la copie

Figure 1

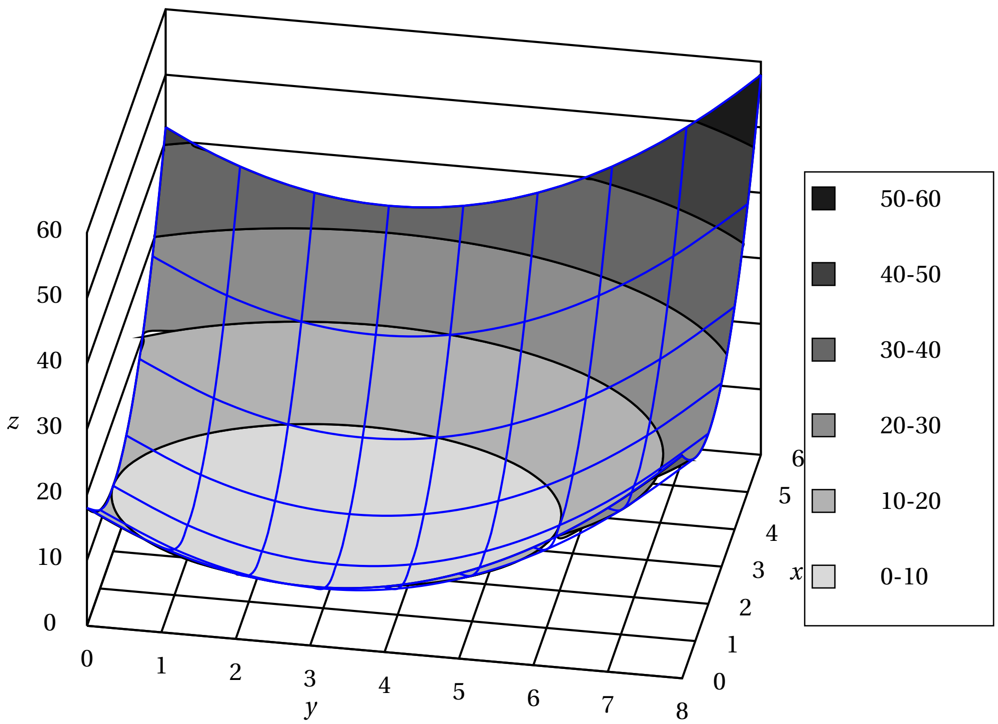
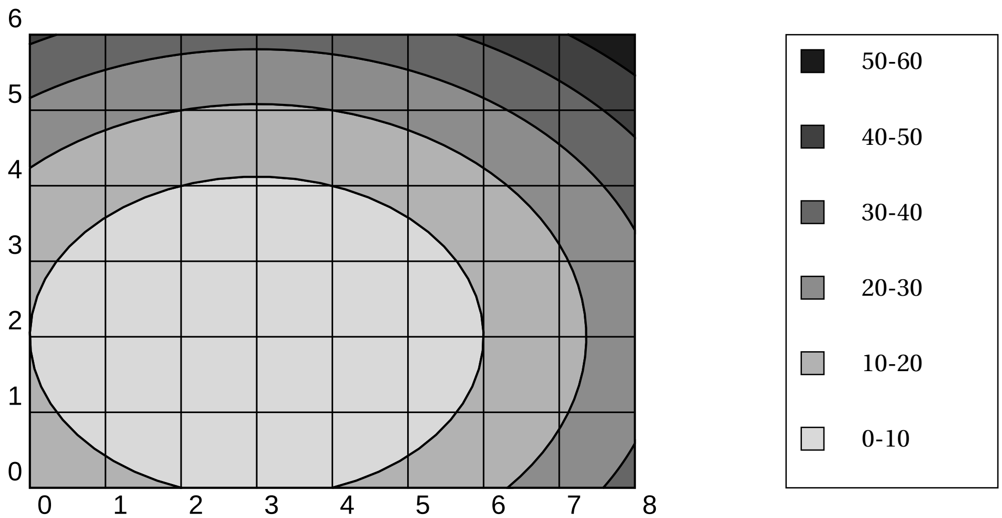


Figure 2



EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du montant des ventes d'appareils photos numériques en France, en milliers d'euros, entre 1999 et 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des ventes y_i	179	332	584	1092	2675	4164

1. Calculer l'augmentation, en pourcentage, du montant des ventes entre 1999 et 2000 puis entre 2000 et 2001. On exprimera ces pourcentages par un nombre entier en effectuant un arrondi.
   Peut-on additionner ces augmentations successives pour obtenir le pourcentage d'augmentation entre 1999 et 2001 ? Justifier.
2. La rapidité de la croissance suggère un ajustement de type exponentiel. On pose : $z_i = \ln\left(y_i\right)$.
   a. Présenter la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$ dans un tableau en arrondissant les valeurs de z_i au centième.
   b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, les coefficients seront arrondis au centième.
   c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du montant des ventes pour l'année 2008, arrondie au millier d'euros.
3. Du fait de l'apparition des téléphones mobiles avec appareil photo intégré, on a observé un ralentissement dans la progression des ventes, avec un montant de 5027 milliers d'euros en 2005 puis une diminution de 10 % en 2006.
   a. Calculer le montant des ventes, arrondi au millier d'euros, pour 2006.
   b. En supposant qu'après 2006 le montant des ventes continuera de baisser de 10 % par an, quelle prévision peut-on faire pour 2008 ? (On arrondira le montant au millier d 'euros)

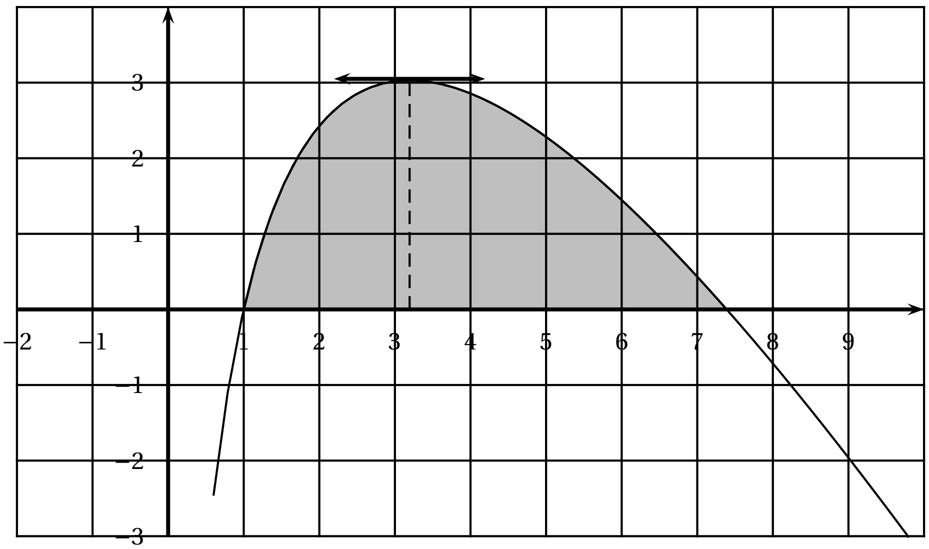
EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, on a modélisé le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de x centaines d'appareils par la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = -2x + \left(\mathrm{e}^2 - 1\right)\ln x + 2.$$

La courbe de la fonction f est donnée sur la figure ci-dessous :



1. Vérifier par le calcul que $f(1) = 0$ et $f\left(e^2\right) = 0$.

2. à l'aide du graphique, déterminer approximativement :

a. le nombre d'appareils que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice ;

b. les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice réalisé est positif ou nul,

3. **a.** Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

b. étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f.

c. En déduire le nombre d'appareils vendus par cette entreprise quand elle réalise le bénéfice maximal (le résultat sera arrondi à l'unité).

4. Parmi les courbes données en annexe, une seule correspond à celle d'une primitive de f. Déterminer la courbe qui convient, en expliquant votre choix (on pourra s'appuyer sur le signe de $f(x)$).

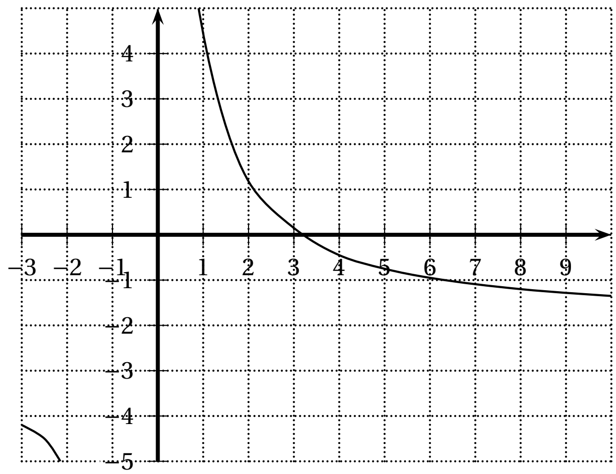
5. En utilisant le résultat de la question précédente, en déduire, par une lecture graphique, une valeur approchée (en unité d'aire) de l'aire du domaine hachuré dans la figure ci-dessus.

6. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

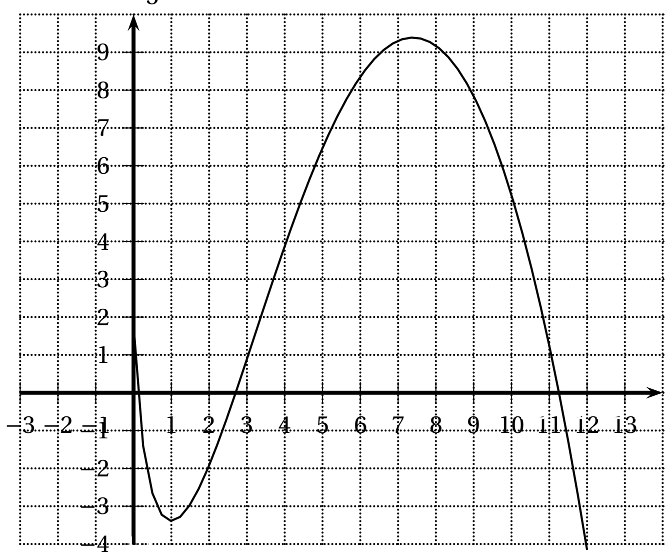
$$F(x) = -x^2 + \left(3 - e^2\right)x + \left(e^2 - 1\right)x\ln x \quad \text{est une primitive de } f.$$

b. Déterminer la valeur moyenne du bénéfice de l'entreprise sur l'intervalle où ce bénéfice est positif ou nul.

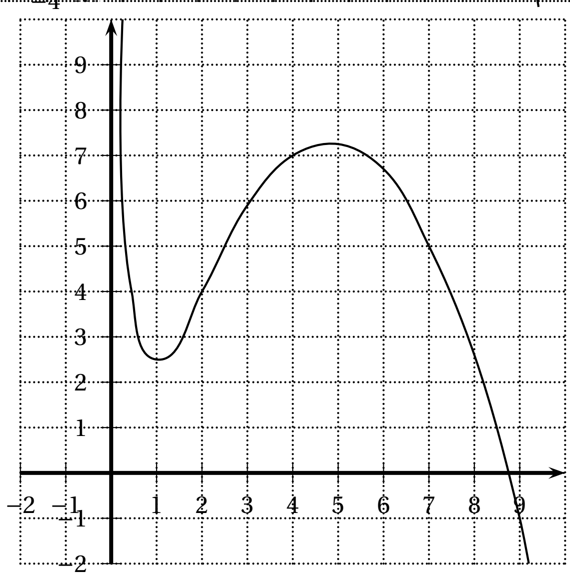
ANNEXE : exercice 4



Courbe de F_1



Courbe de F_2



Courbe de F_3