Baccalauréat ES 2009

L'intégrale de septembre 2008 à juin 2009

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Durée : 3 heures

∾ Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2008 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs. Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique.

Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.

On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables.

On note :

- L : l'évènement « le chocolat choisi est au lait » ;
- N : l'évènement « le chocolat choisi est noir » ;
- B : l'évènement « le chocolat choisi est blanc » ;
- A : l'évènement « le chocolat choisi est garni de praliné » ;
- $\overline{A}$: l'évènement « le chocolat choisi est garni de caramel ».

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.
3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.
4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné.

   Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à $0,7$.
5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.
   - **a.** Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.
   - **b.** En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.
6. On dispose de deux boîtes de chocolats identiques à celle décrite précédemment. Une personne prend au hasard un chocolat dans la première boîte, puis un chocolat dans la deuxième boîte (les tirages sont indépendants).

   Déterminer la probabilité de l'évènement : « l'un des chocolats choisi est garni de praliné et l'autre est garni de caramel ».

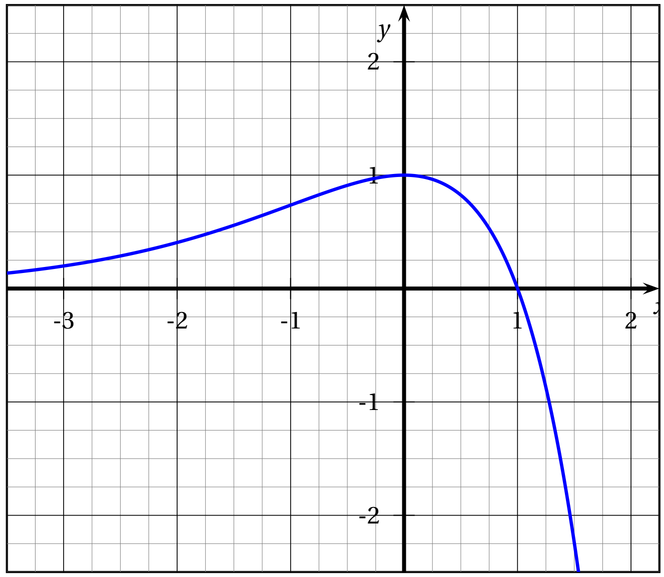
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (*figure ci-dessous*).



Partie A

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$).
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

Partie B

Soit F la fonction définie pour tout réel x par

$$F(x) = (-x+2)\mathrm{e}^{x}.$$

1. Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.
   a. Justifier l'égalité : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. À l'aide du graphique ci-dessus, justifier que : $0 < \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 1$.
   c. Déterminer, en unités d'aire, la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis sa valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une association caritative a constaté que, chaque année, 20 % des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que, chaque année, 300 nouveaux donateurs effectuaient un don.
On étudie l'évolution du nombre de donateurs au fil des années.
Lors de la première année de l'étude, l'association comptait 1 000 donateurs.
On note u_n le nombre de donateurs lors de la n-ième année ; on a donc $u_1 = 1\,000$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a : $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 300$.

3. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 100 (on prendra l'origine du repère en bas à gauche de la feuille), représenter les droites d'équation $y = x$ et $y = 0,8x + 300$.

   À l'aide d'une construction graphique, émettre une conjecture sur le comportement de la suite (u_n) quand n tend vers l'infini.

4. Afin de démontrer cette conjecture, on introduit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = 1500 - u_n$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

   b. Calculer la limite de (v_n) ; en déduire la limite de (u_n).

   Que peut-on en déduire pour l'évolution du nombre de donateurs de l'association ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun il tous les candidats

Le tableau ci-dessous indique le nombre y d'exploitations agricoles en France entre 1955 et 2005.

On appelle x le rang de l'année.

Année	1955	1970	1988	2000	2005
Rang x_i	0	15	33	45	50
Nombre d'exploitations y_i (en milliers)	2280	1 588	1 017	664	545

(Source INSEE)

Partie A : un ajustement affine

1. **a.** Tracer le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 1 cm pour 5 années sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 200 milliers d'exploitations sur l'axe des ordonnées ; (*on placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille*).

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis à l'unité*).

   b. Tracer la droite D sur le graphique.

3. Calculer le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir pour 2008 en utilisant cet ajustement (*le résultat sera arrondi au millier*).

Partie B : une autre estimation

1. Déterminer le pourcentage de diminution du nombre d'exploitations agricoles entre 2000 et 2005 (*le résultat sera arrondi au dixième*).

2. On suppose qu'entre 2000 et 2005, le pourcentage annuel de diminution du nombre d'exploitations agricoles est constant.

   Vérifier que ce pourcentage est environ de 3,87 %.

3. On suppose que le pourcentage annuel de diminution reste constant et est égal à 3,87 % entre 2005 et 2008.

   Quel est le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir en 2008 (*le résultat sera arrondi au millier*) ?

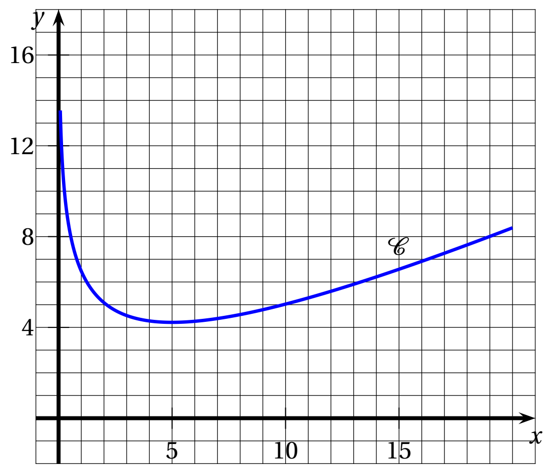
EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4 + \frac{3}{4}\ln(4x+10) - 3\ln x.$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe ci-dessous représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



Partie A

1. Déterminer la limite de f en 0. Quelle interprétation graphique peut-on en donner ?
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ 20]$,
$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x(2x+5)}.$$
3. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ et dresser son tableau de variations.

On admet que l'équation $f(x) = 6$ possède exactement deux solutions α et β dans l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ telles que $\alpha \approx 1,242$ et $\beta \approx 13,311$.

Partie B

Une entreprise produit au maximum 20 000 objets par jour.
On note x le nombre de milliers d'objets produits chaque jour travaillé : $x \in]0\ ;\ 20]$.
On admet que le coût moyen de fabrication, exprimé en euros, d'un objet est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie ci-dessus.

1. **a.** Pour combien d'objets produits le coût moyen de fabrication est-il minimal ?

   b. Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime.
2. Le prix de vente d'un objet est de 6 €. Pour quelles productions journalières l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Déterminer le bénéfice journalier, arrondi à la centaine d'euros, pour une production de 5 000 objets par jour.
4. L'année suivante, le coût moyen augmente de 2 %. Le prix de vente est alors augmenté de 2 %. Le bénéfice journalier reste-t-il identique ? Justifier.

   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

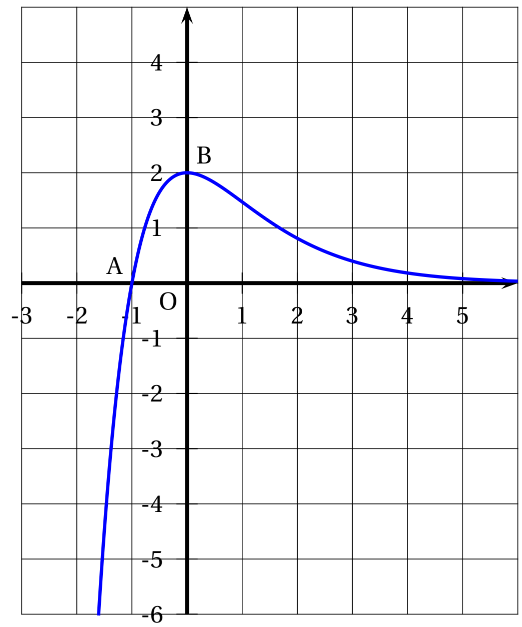
Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

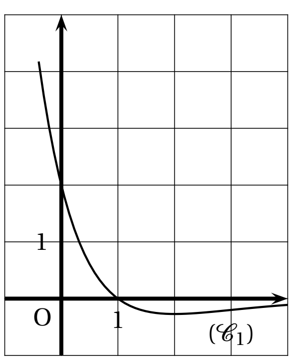
On a tracé ci-contre sa courbe représentative $(\mathscr{C})$ dans un repère orthonormal.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Les points $A(-1\ ;\ 0)$ et $B(0\ ;\ 2)$ appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$.
La courbe $(\mathscr{C})$ admet en B une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$.
La fonction f est décroissante et strictement positive sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.



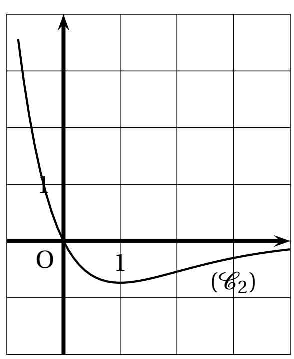
Pour chaque question, une et une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indique sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total est négatif la note est ramenée à* 0.

Question 1 :

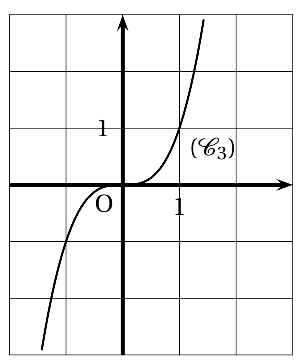
Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction f'. Déterminer laquelle.



Réponse A



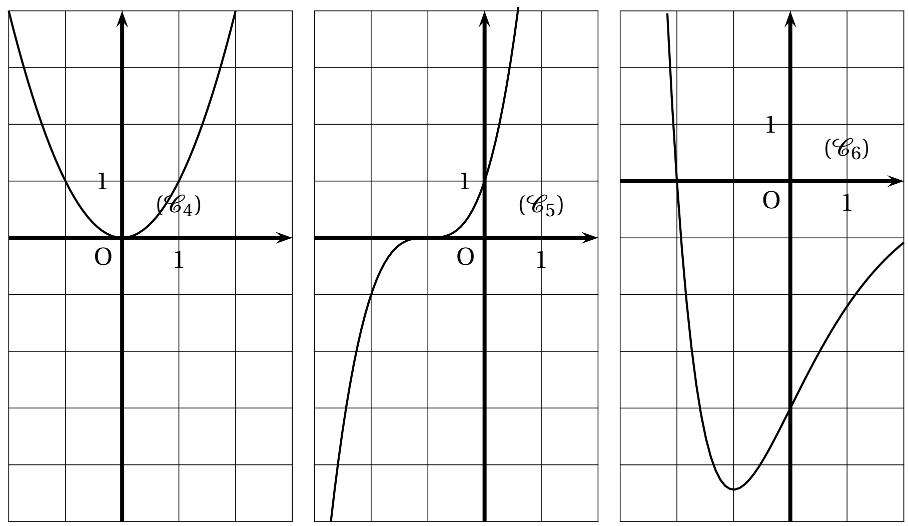
Réponse B



Réponse C

Question 2 :

Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer laquelle.



Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

Question 3 :
On désigne par ln la fonction logarithme népérien. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Un des trois intervalles ci-dessous est l'ensemble de définition de la fonction g.
Déterminer lequel.

$]0\,;\,+\infty[$	$]-1\,;\,+\infty[$	$[-1\,;\,+\infty[$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

Question 4 :
g' est la fonction dérivée de la fonction g définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Déterminer laquelle de ces affirmations est vraie.

$g'(1) \times g'(2) > 0$	$g'(1) \times g'(2) = 0$	$g'(1) \times g'(2) < 0$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le jeu d'échecs est un jeu à deux joueurs. L'un joue avec des pièces et pions clairs appelés « blancs », l'autre avec des pièces et pions foncés appelés les « noirs ». Une partie d'échecs se termine soit par la victoire des « blancs », soit par la victoire des « noirs », soit par un nul sans vainqueur.

Le président d'un club d'échecs a établi une enquête statistique sur les parties jouées par ses adhérents lors de tournois avec d'autres clubs, depuis la création de ce club. Pour les adhérents de ce club, l'analyse des résultats a conduit aux constatations suivantes :

- 45 % des parties ont été jouées avec les blancs,
- 70 % des parties jouées avec les blancs ont été gagnantes,
- 25 % des parties jouées avec les blancs ont été perdantes',
- 4 % des parties jouées avec les noirs ont fini par un nul,
- pour les parties jouées avec les noirs, il y a eu autant de parties gagnées que perdues.

Le président de ce club choisit au hasard une partie jouée par un de ses adhérents pour l'étudier.

On appellera

B l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les blancs »,

N l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les noirs »,
V l'évènement : « La partie choisie se termine par une victoire »,
E l'évènement : « La partie choisie se termine par un nul »,
D l'évènement : « La partie choisie se termine par une défaite ».

1. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Justifier que la probabilité de l'évènement « La partie choisie est jouée avec les noirs et est gagnée »est égale à $0,264$.
4. Calculer la probabilité que la partie choisie se termine par une victoire.
5. Sachant que la partie choisie se termine par une victoire, calculer la probabilité qu'elle ait été jouée avec les noirs et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans le cadre de la restructuration de son entreprise, afin de garantir la stabilité du nombre d'emplois, le directeur souhaite qu'à long terme plus de 82 % de ses employés ne travaillent que le matin.

Pour cela, il décide que désormais :
- 20 % des employés travaillant le matin une semaine donnée travaillent l'après-midi la semaine suivante.
- 5 % des employés travaillant l'après-midi une semaine donnée travaillent aussi l'après-midi la semaine suivante.

On note :
A : « L'employé travaille le matin »
B : « L'employé travaille l'après-midi »

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
   b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
2. La semaine notée 0, semaine de la décision, 60 % des employés travaillent le matin et les autres l'après-midi.
   a. Donner la matrice ligne notée P_0 décrivant l'état initial des employés dans cette entreprise.
   b. Calculer la probabilité qu'un employé travaille le matin lors de la semaine 2, deuxième semaine après la prise de décision,
3. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable.
   a. Démontrer que x et y vérifient l'égalité $x = 0,8x + 0,95y$.
   b. Déterminer x et y.
   c. Le souhait du directeur de cette entreprise est-il réalisable ? Justifier la réponse.
4. On admet qu'un an après cette décision la probabilité qu'un employé travaille le matin est égale à $\dfrac{19}{23}$. On choisit alors quatre employés au hasard. Le grand nombre d'employés de l'entreprise permet d'assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.
   Déterminer la probabilité qu'au moins un des quatre employés travaille l'après-midi et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

EXERCICE 3 **5 points**

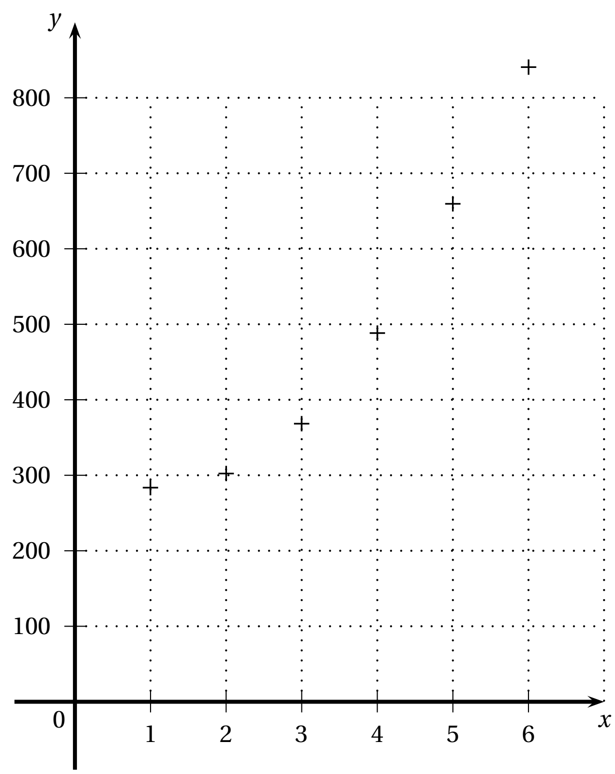
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du montant des exportations de biens et services de la Chine exprimé en milliards de dollars constants, sur la période 2000-2005.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des exportations en milliards de dollars constants y_i	280	299	365	485	656	837

Source : La banque Mondiale.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal.



Un ajustement affine semble-t-il adapté ? Justifier.

2. On pose, pour i variant de 1 à 6, $z_i = \ln y_i$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$			5,90			

b. On décide d'envisager un ajustement affine de la série $(x_i\ ;\ z_i)$, pour i variant de 1 à 6.
Déterminer une équation de la droite d'ajustement de $z = \ln y$ en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.

c. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\text{e}^{Bx}$, A étant arrondi l'unité et B au millième.

Dans la question suivante, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

3. On admet que cet ajustement reste fiable à moyen terme, avec $A = 198$ et $B = 0,233$.

a. Estimer, par le calcul, le montant des exportations de biens et services de la Chine pour l'année 2008 arrondi au milliard de dollars constants.

b. Selon ce modèle, peut-on affirmer que le pourcentage d'augmentation des exportations de biens et services de la Chine entre les années 2000 et 2008 sera supérieur à 450 % ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{5x-5}{\text{e}^x}.$$

On nomme $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer $f(0)$.

2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$,

$$f(x) = \frac{5-\dfrac{5}{x}}{\dfrac{\text{e}^x}{x}}.$$

b. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que pour tout nombre réel x positif : $f'(x) = \dfrac{-5x+10}{\text{e}^x}$.

b. Étudier le signe de la fonction f'.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Représenter graphiquement la courbe $(\mathcal{C})$ dans le plan (P).

5. On note F la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $F(x) = -5x\text{e}^{-x}$.

a. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

b. On considère l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 4$.

Hachurer ce domaine sur le graphique précédent.

Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.

Baccalauréat ES Polynésie septembre 2008

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. $e^{-2\ln 3}$ est égal à
   - $\frac{2}{3}$
   - $\frac{1}{9}$
   - 9
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $e^{3x} - 1 \geqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[0\ ;\ +\infty[$
   - $[1\ ;\ +\infty[$
   - $\left[\frac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$
3. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln x + 1$ est :
   - $x \longmapsto x\ln x + x$
   - $x \longmapsto x\ln x$
   - $x \longmapsto \frac{1}{x}$
4. Le prix TTC (toutes taxes comprises) d'un article est 299 €. Sachant que le taux de la TVA est de 19,6 %, son prix HT (hors taxes) est :
   - 240,40 €
   - 250 €
   - 279,40 €
5. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B tels que $P(\text{A}) = 0,6$ et $P(\text{B}) = 0,2$. On a alors :
   - $P(\text{A} \cup \text{B}) = 0,8$
   - $P(\text{A} \cup \text{B}) = 0,68$
   - $P(\text{A} \cup \text{B}) = 0,92$
6. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique telle que : $U_0 = 2$ et $U_8 = 32$.
   Sa raison est égale à :
   - $\sqrt{2}$
   - 2
   - 4

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

On considère un groupe de 2 000 lecteurs, tous abonnés à une des revues la *Drosera, l'Iguane* ou le *Nénuphar*. Chacun d'eux n'est abonné qu'à une revue et ne lit que celle-là.

Parmi ces abonnés :

- 400 abonnés lisent la *Drosera*, et 20 % des abonnés à la *Drosera* sont des femmes ;
- 700 abonnés lisent *l'Iguane* et 30 % des abonnés à *l'Iguane* sont des femmes
- les autres abonnés lisent le *Nénuphar* et 60 % des abonnés au *Nénuphar* sont des femmes.

On choisit un lecteur au hasard parmi ces abonnés.

On note par D, I, N, F et H les évènements suivants :

- D : « l'abonné lit la *Drosera* » ;
- I : « l'abonné lit *l'Iguane* » ;
- N : « l'abonné lit le *Nénuphar* » ;
- F : « l'abonné est une femme » ;
- H : « l'abonné est un homme ».

1. Traduire les données de l'exercice à l'aide d'un arbre de probabilité.
   - **a.** Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant la *Drosera*.
   - **b.** Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant *l'Iguane*.
   - **c.** Démontrer que la probabilité que l'abonné soit une femme est égale à 0,415.
   - **d.** Sachant que l'abonné choisi est une femme, calculer la probabilité qu'il soit lecteur de la *Drosera* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*).
   - **e.** On interroge au hasard et de façon indépendante trois abonnés.
     Quelle est la probabilité qu'aucun des abonnés ne soit une femme lectrice du *Nénuphar* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*) ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité.

Partie A

Soit la suite (U_n) définie par la donnée de son premier terme $U_0 = 14000$ et par la relation :

$$\text{pour tout entier naturel } n,\ U_{n+1} = 1,04 \times U_n + 200.$$

- **a.** Calculer U_1 et U_2.
- **b.** Pour tout entier naturel n, on pose $V_n = U_n + 5000$.
  - i. Calculer V_0.
  - ii. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.
    En déduire que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  - iii. Exprimer V_n en fonction de n.
  - iv. En déduire que $U_n = 19000 \times (1,04)^n - 5000$.

Partie B

On suppose que U_n représente le salaire annuel d'une personne pour l'année $2002 + n$, n étant un entier naturel.

- **a.** Calculer le salaire annuel, arrondi à l'euro, de la personne en 2010.
- **b.**
  - i. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation d'inconnue x : $1,04^x \geqslant \dfrac{33}{19}$.
  - ii. À partir de quelle année le salaire annuel de cette personne aura-t-il doublé par rapport à celui de 2002 ?

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats.

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x-1} + x - 1.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

Partie A

a. Calculer $f(0)$ et $f(1)$. *On donnera les valeurs exactes.*

b. i. Calculer la limite de f en $-\infty$.

ii. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe $\mathcal{C}$.

c. Calculer la limite de f en $+\infty$.

Partie B

a. i. On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour tout x réel et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.

ii. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

b.

2. **a.** Montrer que sur l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α.

b. Donner une valeur, arrondie au centième, de α.

c. Préciser le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

3. Tracer la droite $\mathcal{D}$ et la courbe $\mathcal{C}$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie C

1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\text{d}x$.

Donner la valeur exacte de I, puis une valeur décimale arrondie au centième.

Donner une interprétation graphique de cette intégrale.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats.

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de l'Inde de 1951 à 1991.

année	1951	1961	1971	1981	1991
Rang x_i	1	2	3	4	5
Population y_i (en millions)	361	439	548	683	846
z_i					

On cherche à étudier l'évolution de la population y exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année.

1. Représenter graphiquement le nuage de points $\left(x_i ; y_i\right)$ dans le plan muni d'un repèreorthonormal d'unités graphiques 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.

b. En utilisant cet ajustement, déterminer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001, c'est-à-dire pour $x = 6$ (*le résultat sera arrondi au million*).

3. On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant : $z = \ln y$.

a. Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne (*les valeurs seront arrondies au millième*).

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

c. En déduire qu'une approximation de la popu1ation y, exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année est donnée par :
$y \approx 289\text{e}^{0,215x}$.

d. En utilisant cet ajustement, calculer la population que l'on pouvait prévoir pour 2001(*le résultat sera arrondi au million*).

4. Les résultats obtenus en 2001 ont révélé que la population comptait 1 027 millions d'habitants.

Déterminer une estimation de la population, arrondie au million d'habitants, en 2011 en choisissant le modèle qui semble le plus approprié. Justifier ce choix.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2008

EXERCICE 1 **4 points**

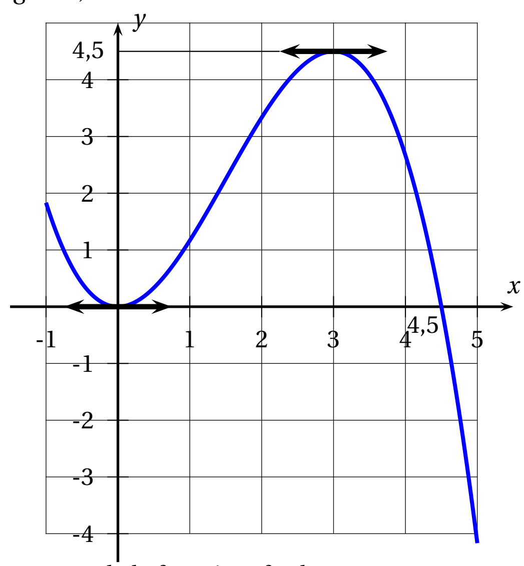
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si la somme des points de cet exercice est négative, la note est ramenée à* 0.

Les deux parties sont indépendantes.

Première partie

Dans cette partie, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1~;~5]$ (voir ci-contre). On note f' la dérivée de la fonction f.



1. On peut affirmer que :

Réponse A : $f'(4,5) = 0$;
Réponse B : $f'(3) = 0$;
Réponse C : $f'(3) = 4,5$.

2. Soit F une primitive sur l'intervalle $[-1~;~5]$ de la fonction f. Alors :

Réponse A : F est décroissante sur l'intervalle $[3~;~4,5]$;
Réponse B : F présente un minimum en $x = 0$;
Réponse C : F présente un maximum en $x = 4,5$.

Deuxième partie

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $\left]-\infty~;~-\dfrac{1}{3}\right[$ par

$$h(x) = 9 + \ln\left(\frac{3x+1}{x-2}\right).$$

1. Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction h admet pour asymptote la droite d'équation :

   Réponse A : $y = 9$;
   Réponse B : $y = -\dfrac{1}{3}$;
   Réponse C : $y = 9 + \ln(3)$.

2. Parmi les expressions suivantes de $h(x)$, l'une d'elles est fausse, laquelle ?

   Réponse A : $h(x) = 9 + \ln(3x+1) - \ln(x-2)$;
   Réponse B : $h(x) = 9 + \ln\left(3 + \dfrac{7}{x-2}\right)$;
   Réponse C : $h(x) = 9 - \ln\left(\dfrac{x-2}{3x+1}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Suite à une panne technique, un distributeur de boissons ne tient aucun compte de la commande faite par le client.

Cette machine distribue soit un expresso, soit du chocolat, soit du thé en suivant une programmation erronée.

Chaque boisson peut être sucrée ou non.

- La probabilité d'obtenir un expresso est $\frac{1}{2}$.
- La probabilité d'obtenir un thé sucré est $\frac{2}{9}$.
- Si l'on obtient un expresso, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{5}{9}$.
- Si l'on obtient un chocolat, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{1}{3}$.
- La probabilité d'obtenir une boisson sucrée est $\frac{5}{9}$

On pourra considérer les évènements suivants :

T : « On a obtenu un thé ».
E : « On a obtenu un expresso ».
C : « On a obtenu un chocolat ».
S : « La boisson obtenue est sucrée ».

1. Construire un arbre probabiliste modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un expresso sucré.
3. Démontrer que la probabilité d'obtenir un chocolat sucré est $\frac{1}{18}$.
4. En déduire la probabilité d'obtenir un chocolat.
5. Une personne obtient une boisson sucrée.
   Quelle est la probabilité que cette boisson soit un thé ?

EXERCICE 2 **5 points**

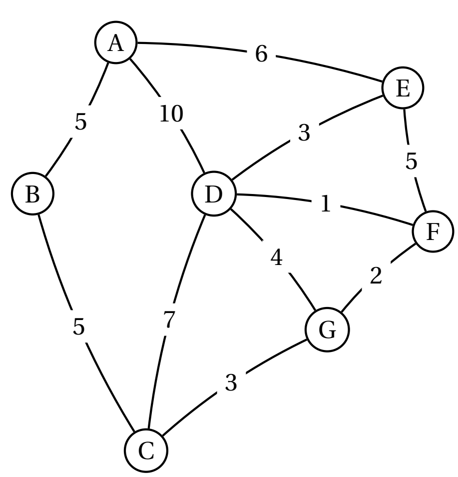
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Laurent s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux d'une grande entreprise.

Le graphe ci-dessous représente les différents parcours qu'il peut faire pour distribuer le courrier dans les bureaux A, B, C, D, E, F et G.

Le poids de chaque arête indique le nombre d'obstacles (portes, escaliers, machines à café...) qui nuisent à la distribution du courrier.



Laurent se voit confier par le bureau A un colis à livrer au bureau G.
Indiquer un parcours qui permette à Laurent de partir du bureau A pour arriver au bureau G en rencontrant le minimum d'obstacles.

Partie B

Pris par le temps, il n'est pas rare de voir Laurent oublier de livrer le courrier du matin !
On considère que :

- Si Laurent a distribué le courrier du matin un certain jour, la probabilité qu'il y pense le lendemain est de 0,7.
- Si Laurent a oublié de distribuer le courrier du matin un certain jour, la probabilité pour qu'il oublie à nouveau le lendemain est de 0,8.

Le lundi matin 1$^{\text{er}}$ octobre, Laurent a bien distribué le courrier.
On note a_n la probabilité que Laurent distribue le courrier le n-ième jour de travail (on considère donc que le lundi 1$^{\text{er}}$ octobre est le premier jour et que $a_1 = 1$).

1. Traduire les données de cet exercice à l'aide d'un graphe probabiliste. Préciser la matrice de transition associée à ce graphe.

2. Démontrer que, pour tout $n \geqslant 1$, on a : $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$.

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout $n \geqslant 1$, par $u_n = a_n - 0,4$.

  a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Calculer son premier terme.

  b. En déduire, pour tout $n \geqslant 1$, la valeur de a_n en fonction de n.

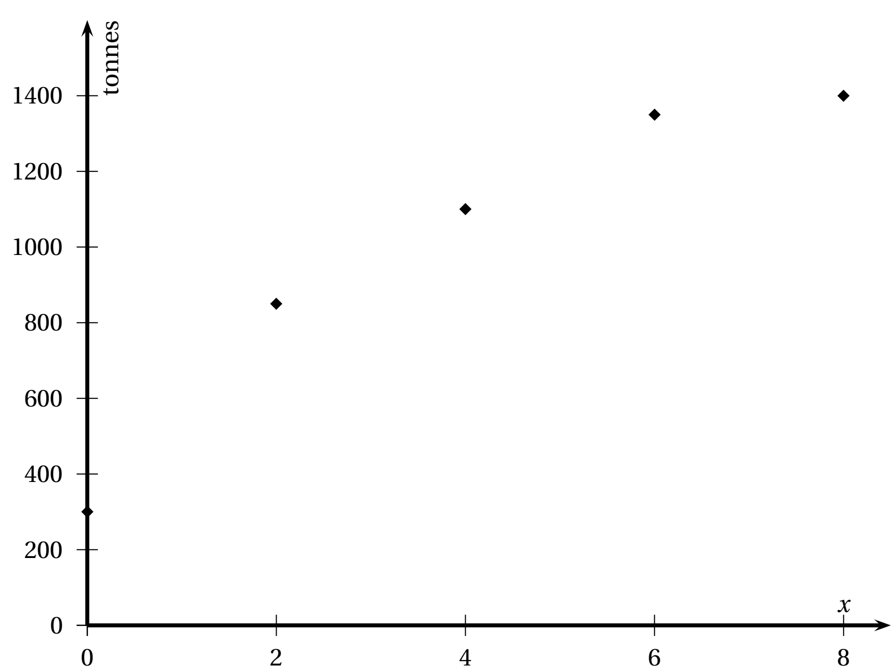
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Depuis 1997, une collectivité territoriale s'intéresse à la quantité annuelle de déchets recyclés, en particulier l'aluminium.
En 2008, cette collectivité dispose des données suivantes :

Année	1997	1999	2001	2003	2005
Rang de l'année x_i	0	2	4	6	8
Aluminium recyclé (en tonnes) y_i	300	850	1 100	1 350	1 400

1. On a représenté ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.



a. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. À l'aide de cet ajustement, estimer la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

2. Un responsable affirme que l'augmentation annuelle moyenne entre 2003 et 2005 a été d'environ 1,8 %.

a. Justifier ce taux de 1,8 %.

b. En utilisant ce taux, estimer, à une tonne près, la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

c. Avec cette méthode, en quelle année peut-on estimer que plus de 1 600 tonnes d'aluminium seront recyclées ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En janvier 2008 sont publiés les résultats de l'année 2007. La quantité d'aluminium recyclé en 2007 est de 1 500 tonnes. Lorsque ce résultat paraît, une réunion des responsables de la collectivité est organisée pour ajuster les prévisions. Lequel des deux modèles précédents semble-t-il le plus adapté ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = (8x+6)\text{e}^{-0,8x}.$$

On admet que la dérivée f' de f est donnée pour tout x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par : $f'(x) = (-6,4x+3,2)\text{e}^{-0,8x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphique de cette limite.

2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
Dresser son tableau de variation.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

4. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = -10(x+2)\text{e}^{-0,8x}$$

est une primitive de la fonction f.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'objet de cette partie est d'étudier les ventes d'un nouveau baladeur numérique.
On considère que le nombre de baladeurs numériques vendus par un fabricant à partir du début des ventes jusqu'au temps t est donné par

$$B(t) = \int_0^t f(x)\,\text{d}x.$$

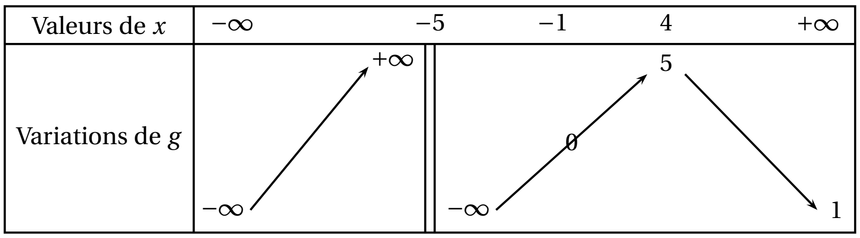
Le temps t est exprimé en année, le début des ventes (correspondant à $t = 0$) étant le 1^er^ janvier 2000.
Le nombre de baladeurs numériques est exprimé en centaines de milliers.
À l'aide de la partie A, décrire l'évolution du rythme des ventes au cours des années.
En quelle année le nombre de baladeurs vendus dans le courant de l'année est-il devenu inférieur à 100 000 ?

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit g une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $]-\infty\,;\,-5[\,\cup\,]-5\,;\,+\infty[$.
On appelle $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de g dans un repère donné du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variations de g :



Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, indiquer sur votre copie :
VRAI ou FAUX ou LES INFORMATIONS DONNÉES NE PERMETTENT PAS DE RÉPONDRE.
Aucune justification n'est demandée,
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0

1. Pour tout réel $x \in]-1\,;\,+\infty[$, $g(x) \leqslant 5$.
2. Pour tout réel $x \in]-5\,;\,4]$, $g'(x) \geqslant 0$ (g' désigne la fonction dérivée de g).
3. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.
4. La courbe $(\mathcal{C})$ admet une droite asymptote en $-\infty$.
5. On appelle f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln[g(x)]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien :
   a. Pour tout réel $x \in [4\,;\,+\infty[$, $f(x) \geqslant 0$;
   b. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$;
   c. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$;
   d. $\displaystyle\lim_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers d'euros) d'une entreprise pour les années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant y_i (en milliers d'euros) de la facture de gaz	105	112	116	120	124	131	139	148

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de cette série statistique dans un plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées en commençant à 50 milliers).
2. On utilise un ajustement affine comme premier modèle.
   a. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au dixième.
   b. Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce modèle pour l'année 2012.
3. Déterminer le pourcentage annuel moyen d'augmentation de cette facture entre 2000 et 2007 (arrondir à l'unité).
4. On envisage un second modèle pour prévoir l'évolution de cette facture ; on considère qu'à partir de 2007, la facture augmentera de 5 % chaque année.
   Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le montant (en milliers d'euros) de la facture de gaz obtenu avec ce second modèle pour l'année $2007+n$. Ainsi, $u_0 = 148$.
   a. Calculer u_1.
   b. Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison $1,05$.
   c. Exprimer u_n en fonction de n.
   d. Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce second modèle pour l'année 2012.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante :
« Le premier jour, nous vous offrons 100 € puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5 % de plus que la veille et une somme fixe de 20 €.
Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 € ? »

1. Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en € versé à Marc le n-ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.
   a. Calculer u_2.
   b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.
   a. Calculer v_1.
   b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.
   c. Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire que
   $u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$.
   d. Déterminer, en fonction de n, la somme $v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.
3. Quelle réponse Marc doit-il donner ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Deux joueurs Roger et Raphaël disputent un match de tennis.
Dans cet exercice, on s'intéresse aux points gagnés par Roger lorsqu'il sert (c'est-à-dire lorsqu'il effectue la mise en jeu).

À chaque point disputé, Roger dispose de deux essais pour son service. S'il rate ces deux essais, il perd le point (on parle de double faute).

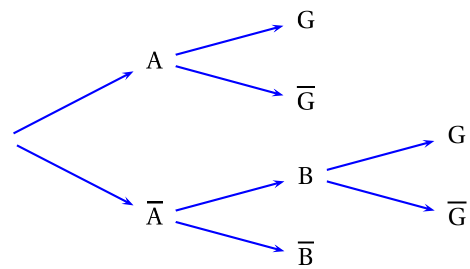
Roger s'apprête à servir. On note :

- A l'évènement « Roger réussit son premier service »,
- B l'évènement « Roger réussit son second service »,
- G l'évènement « Roger gagne le point ».

On note respectivement $\overline{\text{A}}$, $\overline{\text{B}}$ et $\overline{\text{G}}$ les évènements contraires respectifs des évènements A, B et G.
Une étude sur les précédents matchs de Roger a permis d'établir que, lorsque Roger sert :

- il réussit dans 75 % des cas son premier essai et lorsque ce premier service est réussi, il gagne le point dans 92 % des cas.
- s'il ne réussit pas son premier essai, il réussit le second dans 96 % des cas et lorsque ce second service est réussi, il gagne le point dans 70 % des cas.

On va décrire la situation précédente par un arbre pondéré :



Les probabilités demandées seront données sous forme décimale arrondie, si nécessaire, au millième.

1. Reproduire l'arbre ci-dessus et le pondérer à l'aide des données du texte.
2. Quelle est la probabilité que Roger fasse une double faute ?
3. Quelle est la probabilité que Roger rate son premier service, réussisse le second et gagne le point ?
4. Montrer que la probabilité que Roger gagne le point est de $0,858$.
5. Sachant que Roger a gagné le point joué, quelle est la probabilité qu'il ait réussi son premier service ?
6. Les deux joueurs disputent quatre points de suite (Roger servant à chaque fois). On admet que chaque point joué est indépendant des points joués précédemment. Quelle est la probabilité que Roger ne gagne pas la totalité des quatre points ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$B(x) = (x-5)\mathrm{e}^{u(x)} + 2 \quad \text{avec} \quad u(x) = -0,02x^2 + 0,2x - 0,5.$$

Si $B(x)$ est positif il s'agit d'un bénéfice, s'il est négatif il s'agit d'une perte.

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B et u' la fonction dérivée de la fonction u.
   a. Calculer $u'(x)$ et démontrer que, pour tout x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a :

$$B'(x) = (-0,04x^2 + 0,4x)\mathrm{e}^{u(x)}.$$

b. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1~;~15]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction B.

2. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

Déterminer le nombre minimum d'objets que l'entreprise doit vendre pour réaliser un bénéfice.

Pour quel nombre d'objets ce bénéfice est-il maximal ? Et quel est alors ce bénéfice maximal (arrondi à l'euro près) ?

3. La valeur moyenne m d'une fonction f qui admet des primitives sur un intervalle $[a~;~b]$ avec $a < b$ est : $m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

a. Vérifier que $B(x) = -25 \times u'(x)\mathrm{e}^{u(x)} + 2$.

b. En déduire l'arrondi au millième de la valeur moyenne de B sur $[1~;~15]$.

c. Interpréter ce résultat pour l'entreprise.

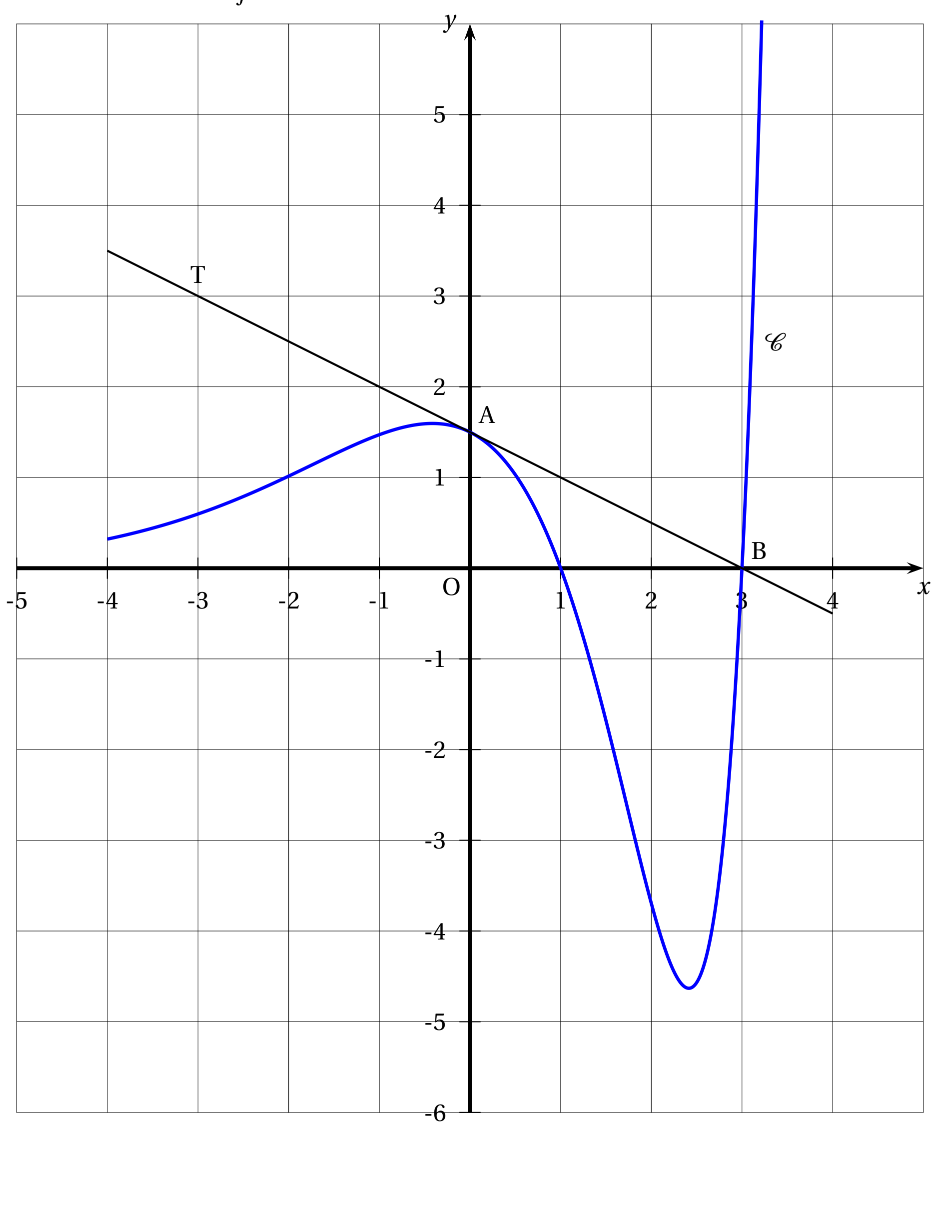
Baccalauréat ES Nouvelle–Calédonie mars 2009

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

QCM
Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Barème : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle I = $[-4\,;\,4]$. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(0 ; 1,5) passe par le point B(3 ; 0). On note f' la fonction dérivée de f.



1. $f'(0)$ est égal à :

   Réponse A : 1,5 Réponse B : $-0,5$ Réponse C : 0,5

2. $f'(x) \leqslant 0$ si x appartient à l'intervalle :

   Réponse A : $[-4 ; -1]$ Réponse B : $[1 ; 3]$ Réponse C : $[0 ; 1]$

3. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ est un nombre de l'intervalle :

   Réponse A : $[0 ; 2]$ Réponse B : $[2 ; 4]$ Réponse C : $[4 ; 6]$

4. L'équation $\ln[f(x)] = 0$ a exactement :

   Réponse A : 1 solution Réponse B : 2 solutions Réponse C : 3 solutions

5. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[-4 ; 1[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. La fonction g est croissante sur l'intervalle :

   Réponse A : $[-3 ; -1]$ Réponse B : $[-2 ; 1[$ Réponse C : $[0 ; 1[$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels y_i effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5
y_i	6 096	7 602	9 170	11 155	15 385

1. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i ; y_i\right)$, avec i compris entre 1 et 5, associe à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée.

   On commencera les graduations au point de coordonnées (0 ; 6 000).
2. On pose, pour i variant de 1 à 5, $z_i = \ln y_i$.
   a. Calculer z_i en arrondissant les valeurs à 10^{-3} près.
   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.
   c. En déduire que l'on peut écrire une relation entre y et x sous la forme : $y = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\mathrm{B}x}$ avec $\mathrm{A} \approx 4\,817$ et $\mathrm{B} \approx 0,22$.
   d. En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.
3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.

   La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.

   En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les évènements suivants :

A « La personne interrogée pratique l'aquagym »,
C « La personne interrogée pratique la natation en compétition »,
L « La personne interrogée pratique la natation en loisir »,
R « La personne interrogée participe à la rencontte » et $\overline{\text{R}}$ son évènenement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.

   b. Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.
3. On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-2} *près.*
4. Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

   On appelle S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S :

S_i	60	75	100	115
p_i		0,11		0,35

   b. Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce nombre.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

I. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 0,5x + \text{e}^{-0,5x+0,4}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II. Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?

2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0,1x - \text{e}^{-0,5x+0,4}$.

- **a.** Étudier les variations de R sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
- **b.** Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
- **c.** En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.

Baccalauréat ES Pondichéry 16 avril 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Cette première partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient. Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 0,75 *point, une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cette partie sera ramenée à zéro.*

Rappel de notations : $p(\text{A})$ désigne la probabilité de A, $p_{\text{B}}(\text{A})$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B, $p(\text{A} \cup \text{B})$ signifie la probabilité de « A ou B »et $p(\text{A} \cap \text{B})$ signifie la probabilité de « A et B ».

1. On lance un dé cubique équilibré. Les faces sont numérotées de 1 à 6.
   La probabilité d'obtenir une face numérotée par un multiple de 3 est
   - $\frac{1}{6}$
   - $\frac{1}{3}$
   - $\frac{1}{2}$
2. Soient A et B deux évènements tels que $p(\text{A}) = 0,2$, $p(\text{B}) = 0,3$ et $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,1$; alors
   - $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,4$
   - $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,5$
   - $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,6$
3. Soient A et B deux évènements indépendants de probabilité non nulle, alors on a obligatoirement :
   - $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0$
   - $p_{\text{A}}(\text{B}) = p_{\text{B}}(\text{A})$
   - $p(\text{A} \cap \text{B}) = p(\text{A}) \times p(\text{B})$
4. Une expérience aléatoire a trois issues possibles : 2 ; 3 et a (où a est un réel).
   On sait que $p(2) = \frac{1}{2}$, $p(3) = \frac{1}{3}$ et $p(a) = \frac{1}{6}$.
   On sait de plus que l'espérance mathématique associée est nulle. On a alors
   - $a = -12$
   - $a = 6$
   - $a = -5$

Partie B

Dans cette partie toutes les réponses seront justifiées

Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

1. Julien lance Je ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
   a. Montrer que la probabilité que Julien ne marque aucun panier est égale à 0,025 6.
   b. Calculer la probabilité que Julien marque au moins un panier.
2. Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu'il marque au moins un panier soit supérieure à 0,999 ?
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie 1

Sachant qu'il y avait 13 millions de cotisants au régime général de retraites en France métropolitaine en 1975 et 16,6 millions de cotisants en 2005, calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de cotisants entre 1975 et 2005. On arrondira le résultat à 0,1 % près.

Partie 2

Le tableau ci-dessous donne le nombre de retraités en France métropolitaine entre 1975 et 2005 :

Année	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année x_i, $0 \leqslant i \leqslant 6$	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de retraités (en millions) y_i $0 \leqslant i \leqslant 6$	4,1	5,0	5,9	7,4	8,3	9,7	10,7

Source : INSEE / Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse 2007

1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, $0 \leqslant i \leqslant 6$, associé à la série statistique dans un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm en abscisse (pour les rangs d'année) et 1 cm en ordonnée (pour 1 million de retraités).
2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique.

   b. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite d d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients au dixième).

   c. Placer le point G et tracer la droite d dans le repère construit à la première question.
3. En utilisant l'ajustement trouvé à la question 2, déterminer par un calcul une estimation du nombre de retraités en 2010.

Partie 3

On utilisera les données des parties 1 *et* 2. *Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de pourcentage, arrondis au dixième.*

On appelle rapport démographique de l'année n le rapport

$$R_n = \frac{\text{nombre de cotisants de l'année} n}{\text{nombre de retraités de l'année} n}.$$

1. Calculer le taux d'évolution de R_n entre 1975 et 2005.
2. Entre 2005 et 2010, une étude montre que le nombre de cotisants devrait augmenter de 6,4 % et que le nombre de retraités devrait augmenter de 12,1 %. Calculer le taux d'évolution du rapport démographique entre 2005 et 2010.

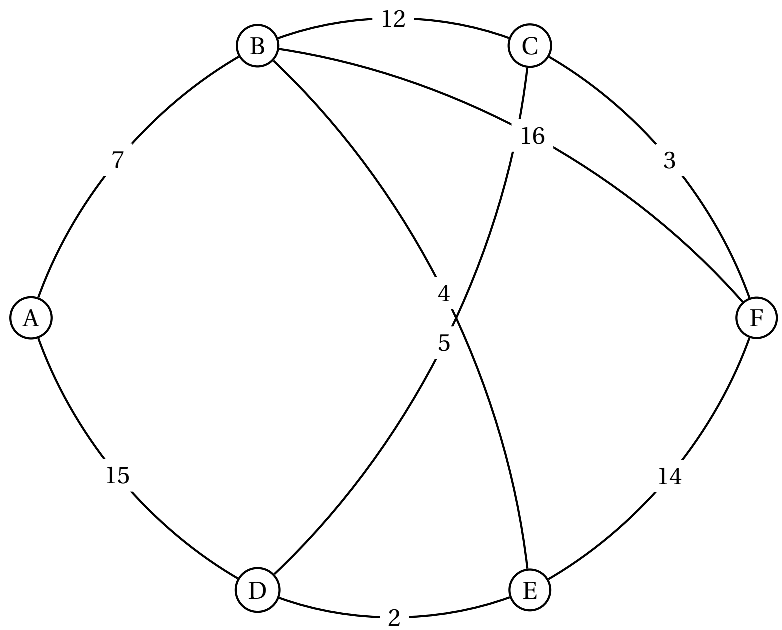
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F.

Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites, les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.



1. Justifier que ce graphe est connexe.
2. Un touriste désire aller du site A au site F en limitant au maximum les temps de transport.

   a. En utilisant un algorithme, déterminer la plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet F.

   b. En déduire le temps de transport minimal pour aller du site A au site F.

3. Un touriste désirant apprécier un maximum de paysages souhaite suivre un parcours empruntant toutes les routes proposées une et une seule fois.

   Si ce parcours existe, le décrire sans justifier ; dans le cas contraire justifier qu'un tel parcours n'existe pas.

EXERCICE 3 — 10 points

Commun à tous les candidats

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

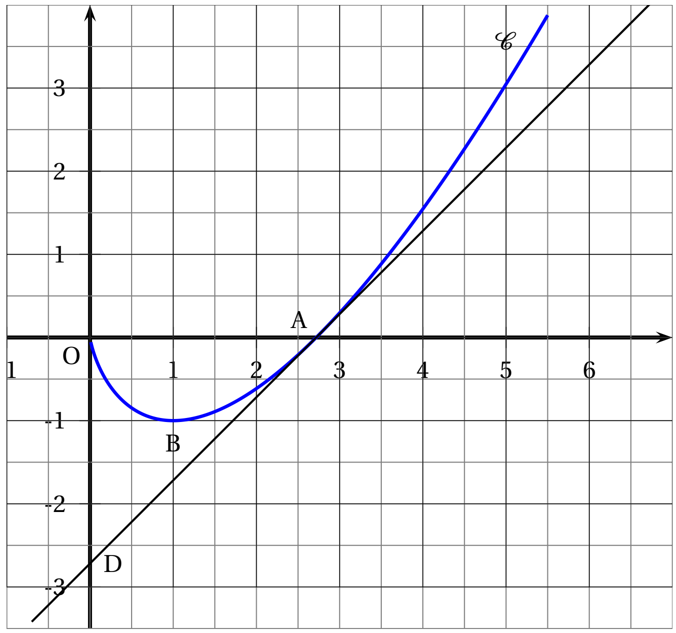
Partie A. Lectures graphiques

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A(e ; 0) et B(1 ; −1).

La courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1 et la tangente au point d'abscisse e passe par le point D(0 ; −e).



1. Déterminer une équation de la droite (AD).

   Aucune justification n'est exigée pour les réponses à la question 2. 2.

2. Par lectures graphiques :
   a. Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.
   b. Dresser le tableau de signes de f' sur $]0\,;\ 5]$.
   c. Soit F une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$. Déterminer les variations de F sur $]0\,;\,5]$.
   d. Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équation $x = 4$ et $x = 5$.

Partie B. Étude de la fonction

La courbe $\mathscr{C}$ de la partie A est la représentation graphique de la fonction f définie sur $]0\,;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x(\ln x - 1).$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\ +\infty[$ par $h(x) = x\ln x$. On rappelle que $\lim\limits_{x\to 0} h(x) = 0$.
   Déterminer la limite de f en 0.
2. **a.** Montrer que, pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, on a : $f'(x) = \ln x$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $]0\,;\ +\infty[$.
3. **a.** Démontrer que la fonction H définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par
   $H(x) = \dfrac{1}{2}x^2\ln x - \dfrac{1}{4}x^2$ est une primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ de la fonction h définie à la question 1. b.
   b. En déduire une primitive F de f et calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   c. En déduire l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$. On arrondira le résultat au dixième.

Baccalauréat ES Amérique du Nord 4 juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chaque question, une seule des réponses est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse juste rapporte $0,5$ *point, une réponse fausse enlève* $0,25$ *point, l'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à* 0.

1. Le prix d'un article subit une première augmentation de 20 % puis une seconde augmentation de 30 %. Le prix de l'article a augmenté globalement de :

a. 25 % **b.** 50 % **c.** 56 %

2. Le nombre réel $\dfrac{\ln \mathrm{e}}{\ln\left(\mathrm{e}^2\right)}$ est égal à :

a. $\ln\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$

3. Le nombre réel $\mathrm{e}^{-3\ln 2}$ est égal à

a. $\dfrac{1}{9}$ **b.** $\dfrac{1}{8}$ **c.** -8

4. Une primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$ est définie par :

a. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}$ **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}$ **c.** $F(x) = -2\mathrm{e}^{-2x}$

5. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

a. $y = x + 1$ **b.** $y = \mathrm{e}x$ **c.** $y = \mathrm{e}^x$

6. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{\mathrm{e}^x - 1}$. La fonction f est définie sur :

a. $\mathbb{R}$ **b.** $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ **c.** $]-1\,;\,+\infty[$

7. On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{2x}$.
Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction f admet au voisinage de $+\infty$:

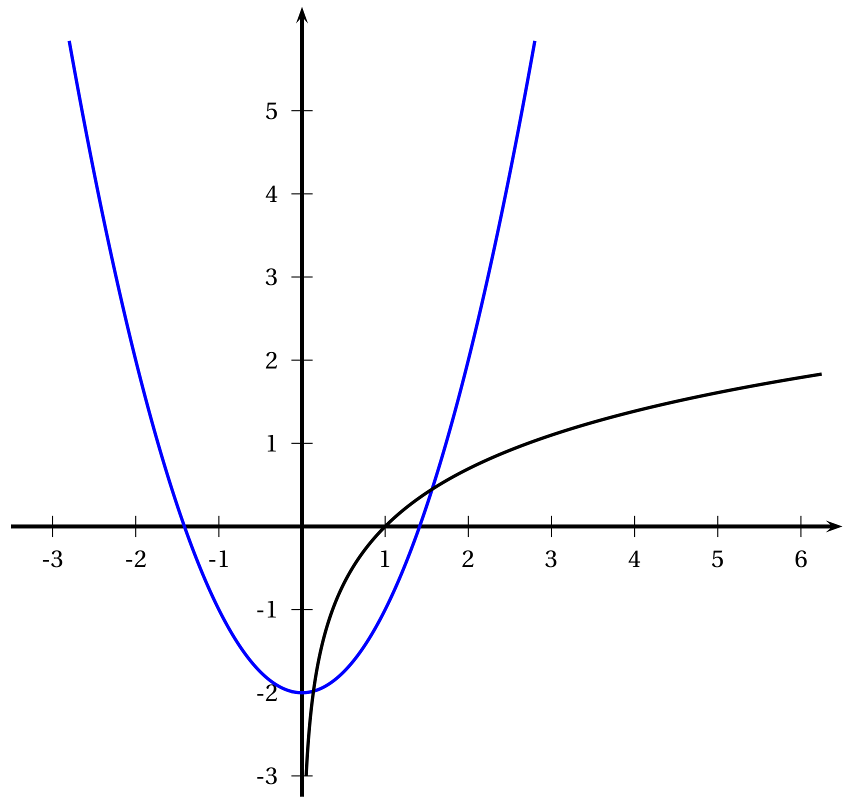
a. L'axe des abscisses comme asymptote horizontale
b. La droite d'équation $y = 2x$ comme asymptote oblique
c. La droite d'équation $y = 2x - 1$ comme asymptote oblique

8. On considère la fonction logarithme népérien et la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2$. On donne ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln x = x^2 - 2$ admet :

a. Une solution

b. Deux solutions de signes contraires

c. Deux solutions positives



EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un pépiniériste a planté trois variétés de fleurs dans une prairie de quelques hectares : des violettes, des primevères et des marguerites. Il se demande s'il peut considérer que sa prairie contient autant de fleurs de chaque variété. Il cueille au hasard 500 fleurs et obtient les résultats suivants :

Variétés	Violettes	Primevères	Marguerites
Effectifs	179	133	188

1. Calculer les fréquences f_V d'une fleur de variété Violette, f_P d'une fleur de variété Primevère et f_M d'une fleur de variété Marguerite. On donnera les valeurs décimales exactes.

2. On note $d^2_{\text{obs}} = \left(f_V - \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(f_P - \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(f_M - \dfrac{1}{3}\right)^2$.

Calculer $500d^2_{\text{obs}}$. On donnera une valeur approchée arrondie au millième.

3. Le pépiniériste, ne voulant pas compter les quelques milliards de fleurs de sa prairie, opère sur ordinateur en simulant le comptage, au hasard, de 500 fleurs suivant la loi équirépartie. Il répète 2 000 fois l'opération et calcule à chaque fois la valeur de $500d^2_{\text{obs}}$. Ses résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Intervalle auquel appartient $500d_{\text{obs}}^2$	[0 ; 0,5[	[0,5 ; 1[	[1 ; 1,5[	[1,5 ; 2[	[2 ; 2,5[	[2,5 ; 3[	[3 ; 3,5[	[3,5 ; 4[	[4 ; 4,5[	[4,5 ; 5[
Nombre par intervalle	163	439	458	350	231	161	80	47	37	34

Par exemple : le nombre $500d_{\text{obs}}^2$ apparaît 163 fois dans l'intervalle $[0\,;\,0{,}5[$.
On note D_9 le neuvième décile de cette série statistique.
Montrer que $D_9 \in [2{,}5\,;\,3[$.

4. En argumentant soigneusement la réponse, dire si pour la série observée au début, on peut affirmer avec un risque inférieur à 10 % que « la prairie est composée d'autant de fleurs de chaque variété ».

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un nouveau bachelier souhaitant souscrire un prêt automobile pour l'achat de sa première voiture, a le choix entre les trois agences bancaires de sa ville : agence A, agence B et agence C. On s'intéresse au nombre de prêts automobiles effectués dans cette ville.

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prêts effectués dans l'agence B lors des premiers mois de 2009.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de prêts y_i	56	44	42	52	50	56

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Combien de prêts automobiles peut-on prévoir pour le mois de décembre 2009 avec cet ajustement ? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.

Partie B

Après vérification, on a constaté que :
20 % des prêts sont souscrits dans l'agence A,
45 % des prêts sont souscrits dans l'agence B,
les autres prêts étant souscrits dans l'agence C.
On suppose que tous les clients souscrivent à une assurance dans l'agence où le prêt est souscrit.
Deux types de contrats sont proposés : le contrat tout risque, dit *Zen* et le deuxième contrat appelé *Speed.*

80 % des clients de l'agence A ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen.*
30 % des clients de l'agence B ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen.*
$\frac{2}{7}$ des clients de l'agence C ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Speed.*

On interroge au hasard un client d'une de ces trois banques ayant souscrit un contrat d'assurance automobile.
On considère les évènements suivants :

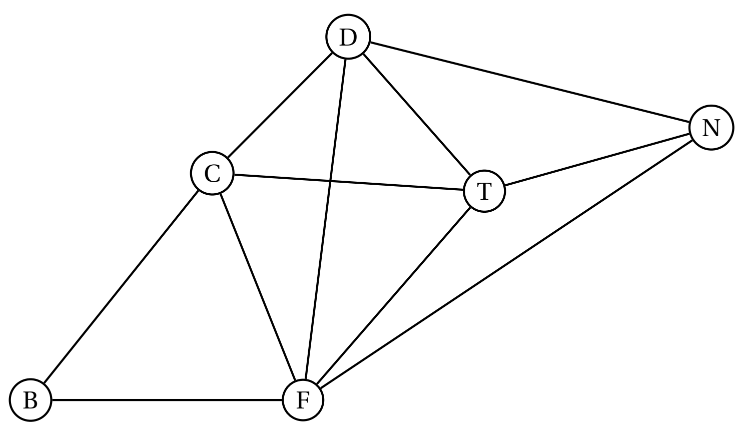
A : « le prêt a été souscrit dans l'agence A »,
B : « le prêt a été souscrit dans l'agence B »,
C : « le prêt a été souscrit dans l'agence C »,
Z : « le contrat d'assurance *Zen* a été souscrit »,
S : « le contrat d'assurance *Speed* a été souscrit ».

Dans tout l'exercice, on donnera les valeurs exactes.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt automobile avec une assurance *Zen* dans l'agence A.
3. Vérifier que la probabilité de l'évènement Z est égale à $0,545$.
4. Le client a souscrit une assurance *Zen*.
   Déterminer la probabilité que le prêt soit souscrit dans l'agence C.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



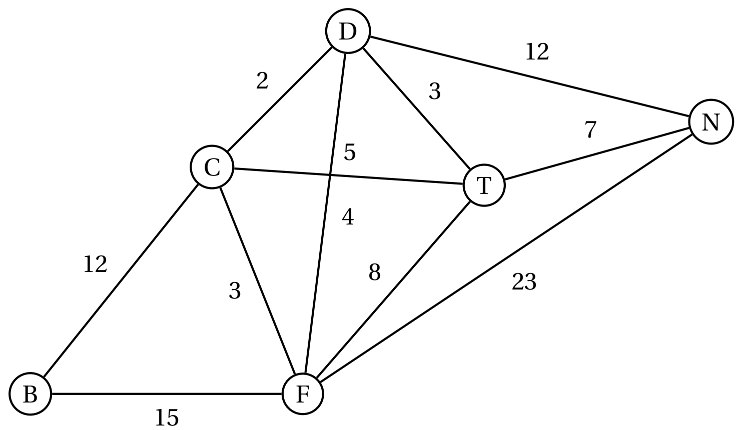
1. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré des sommets du graphe						

   b. Justifier que le graphe est connexe.
2. Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.
   Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.
3. Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.
   a. Montrer que $4 \leqslant n \leqslant 6$.

b. Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

4. Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe.



Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes. Le candidat pourra utiliser les résultats préliminaires dans la partie A, même s'il ne les a pas établis.

Préliminaires

On admet les éléments du tableau de signes ci-dessous.

x	0		1		$+\infty$
Signe de $\dfrac{6}{x} - 6x^2$	‖	$+$	0	$-$	

Soit g la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = 6\ln x - 2x^3 - 3.$$

On désigne par g' la fonction dérivée de g.

1. Calculer $g'(x)$.

2. En utilisant 1., déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$. On ne demande pas les limites dans cette question.

3. En déduire que $g(x) < 0$ pour tout $x \in]0~;~+\infty[$.

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x + \frac{3\ln x}{2x^2}$$

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0.

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a. Montrer que, pour tout $x \in]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{2x^3}$.

   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

Partie B

1. On définit la fonction F sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

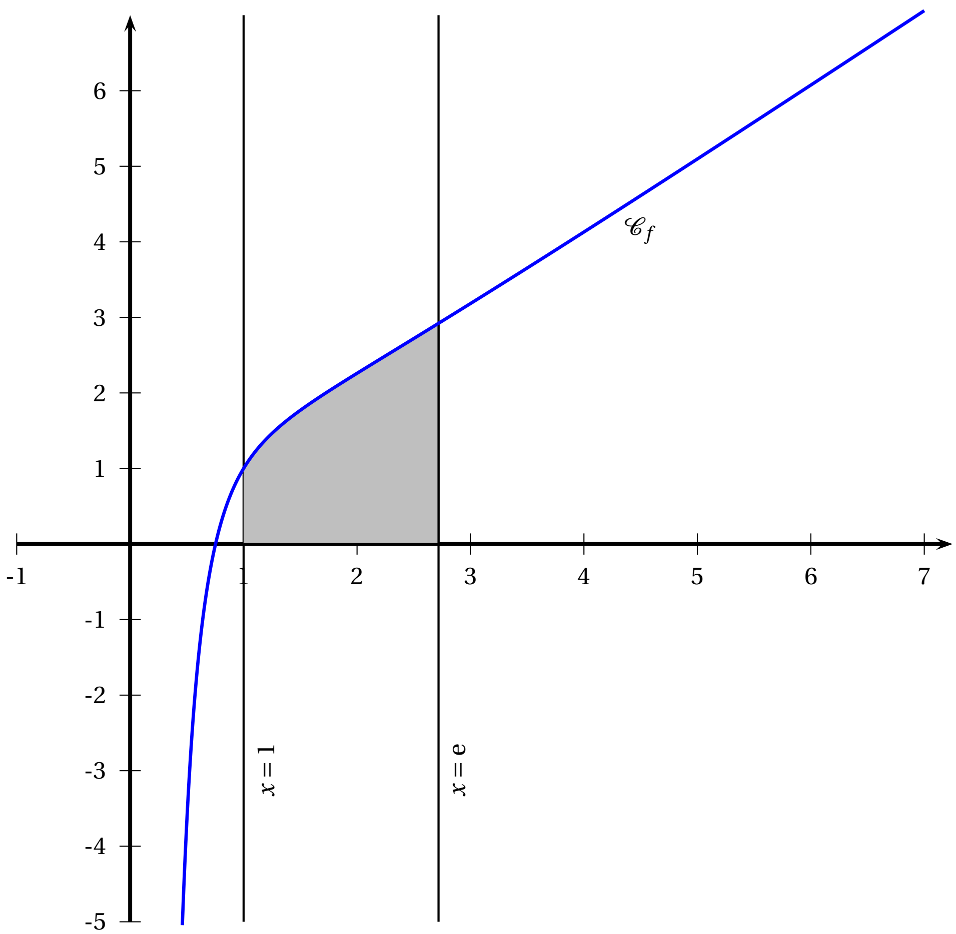
$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} \times \frac{1+\ln x}{x}.$$

   Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

2. On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe représentative de f notée $\mathscr{C}_f$.

   On a colorié le domaine limité par $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

   Donner la valeur exacte, exprimée en unités d'aire, de l'aire de ce domaine, puis une valeur approchée arrondie au centième.



∽ Liban 2009 Terminale ES ∾

Exercice 1 — 4 points

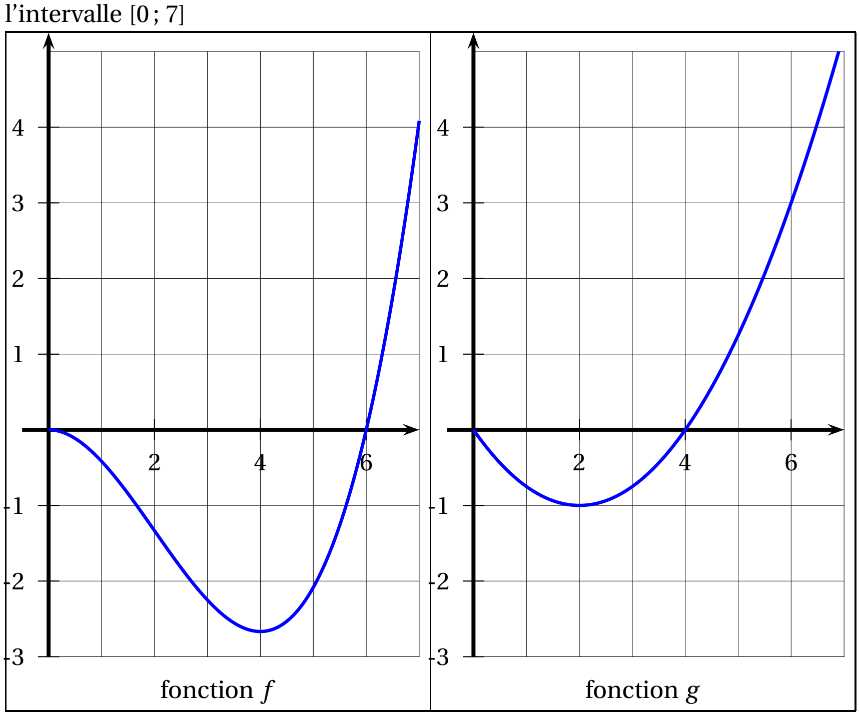
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à* 0.

1. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(x+4)+\ln(x-2)=\ln(2x+1)$

A : n'a pas de solution.
B : admet exactement une solution.
C : admet exactement deux solutions.

2. On connait la représentation graphique de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,7]$



A : Les fonctions f et g ont le même sens de variation sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
B : La fonction f est la dérivée de la fonction g.
C : La fonction f est une primitive de la fonction g.

3. On sait que f est une fonction strictement positive sur $\mathbb{R}$ et que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.

A : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right]=1$.
B : La limite de $\ln(f)$ en $-\infty$ n'existe pas.
C : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right]=-\infty$.

4. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A : $\mathrm{e}-1$.
B : $1-\mathrm{e}$.
C : $1+\mathrm{e}$.

Exercice 2 5 points

Commun à tous les candidats

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un lot important de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Il note aussi que :

- 4 % de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les évènements suivants :

B : « le chemisier a un bouton manquant »,
C : « le chemisier présente un défaut de coloris ».

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   D : « cette cliente prend un chemisier ayant au moins un défaut »,
   E : « cette cliente prend un chemisier ayant un seul défaut »,
   F : « cette cliente prend un chemisier sans défaut ».
2. On sait que le chemisier qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris. Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier ?
3. Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard avec remise dans le lot de chemisiers.
   Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?
4. Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros, il fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et de 50 % s'il a les deux défauts.
   a. Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté X, d'un chemisier.
   b. Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

Exercice 3 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 10 + (x-3)\mathrm{e}^x$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Démontrer que $f'(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   d. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
2. **a.** Démontrer que la fonction $G : x \longmapsto (x-4)\mathrm{e}^x$ est une primitive sur $[0\ ;\ +\infty[$ de la fonction $g : x \longmapsto (x-3)\mathrm{e}^x$.
   b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   c. Étudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0~;~4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de x tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où f est la fonction définie dans la partie A.

1. Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total C à une primitive du coût marginal.

   En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.
2. L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.
   - **a.** En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   - **b.** Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.
   - **c.** Quel est alors le coût moyen de fabrication ?

     On rappelle que le quotient $\dfrac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de x tonnes de produit.

Exercice 4 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'énergie d'origine éolienne en France, exprimée en milliers de tonnes d'équivalent pétrole (Ktep) :

Année	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	2	3	4	5	6	7
Production y_i	7	23	34	51	83	188	348

Source : INSEE avril 2008

1. - **a.** Calculer le pourcentage d'augmentation de la production entre 2000 et 2007.
   - **b.** Justifier que le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la production entre 2000 et 2007 est 74,72 %, valeur arrondie au centième.
   - **c.** En utilisant ce pourcentage d'augmentation annuel moyen de 74,72 %, déterminer la valeur obtenue en partant de l'année 2000 pour la production d'énergie d'origine éolienne en 2005 ? On donnera la valeur arrondie à l'unité.

     Quel est le pourcentage d 'erreur par rapport à la valeur réelle ?
2. Dans cette question, on se propose de réaliser un ajustement de type exponentiel.

   On pose $z = \ln y$.
   - **a.** Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	0	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

b. Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; les résultats seront arrondis au centième.

c. En déduire que : $y = 6,82 \times 1,72^x$, les résultats étant arrondis au centième.

d. En utilisant cet ajustement, déterminer la valeur arrondie à l'unité obtenue pour 2005.

3. On a représenté le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ ainsi que l'ajustement précédent dans un repère semi-logarithmique donné en annexe.

a. À l'aide du graphique, estimer la production pour l'année 2009. Placer le point correspondant sur le graphique.

b. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année la production de 2007 sera multipliée par dix. On mettra en évidence sur le graphique toute trace utile pour la réponse.

Exercice 4 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de services à la personne propose dans ses services l'entretien de jardins. Pour ce service, cette entreprise a recours à des employés à temps partiel pour une durée globale de x heures, et elle loue le matériel nécessaire pour une durée globale de y heures. La surface de jardin traitée en une semaine, exprimée en centaines de m^2, est donnée par la fonction $f(x\ ;\ y) = \sqrt{2xy}$ où x et y sont exprimées en heures.

Une heure de travail coûte 15 euros et une heure de location du matériel coûte 30 euros. Les contraintes matérielles imposent que $0 \leqslant x \leqslant 120$ et $0 \leqslant y \leqslant 100$.
La figure 1 donnée en annexe représente la surface $\mathscr{S}$ d'équation $z = f(x\ ;\ y)$.
La figure 2 donnée en annexe représente la projection orthogonale de la surface $\mathscr{S}$ sur le plan $(x\mathrm{O}y)$, les courbes de niveau de cette surface étant représentées pour z variant de 10 en 10.

1. **a.** Les points $\mathrm{A}(20\ ;\ 40\ ;\ z_{\mathrm{A}})$ et $\mathrm{B}\left(60\ ;\ y_{\mathrm{B}}\ ;\ 60\right)$ sont des points de la surface $\mathscr{S}$.
Déterminer pour chacun la coordonnée manquante.

b. Lire sur la figure 1 les coordonnées du point C et en donner une interprétation concrète.

c. Placer sur la figure 1 le point D de coordonnées (10 ; 80 ; 40).

d. Donner la nature de la courbe de niveau $z = 50$.

2. Les contraintes financières imposent de fixer le coût hebdomadaire correspondant à 2 400 euros.

a. Démontrer que x et y sont liés par la relation $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$.

b. Quelle est la nature de l'ensemble $(\mathscr{E})$ des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ de l'espace dont les coordonnées vérifient $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$?

c. Représenter l'ensemble $(\mathscr{E})$ sur la figure 2 de l'annexe.

d. En déduire graphiquement la surface de jardin maximum qu'on peut traiter avec un coût hebdomadaire de 2 400 euros.

3. **a.** Vérifier que, sous la contrainte $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$, z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$, g étant la fonction définie sur $[0\,;\,120]$ par $g(x) = \sqrt{160x - x^2}$.

b. Démontrer que sur $]0\,;\,120]$, $g'(x) = \dfrac{80 - x}{\sqrt{160x - x^2}}$, g' désignant la fonction dérivée de g, puis démontrer que la fonction g admet un maximum sur l'intervalle $[0\,;\,120]$.

c. En déduire le temps de travail et la durée de location hebdomadaire qui permettent de traiter une surface maximum.

ANNEXE

Enseignement de spécialité : exercice 4

Figure 1 :

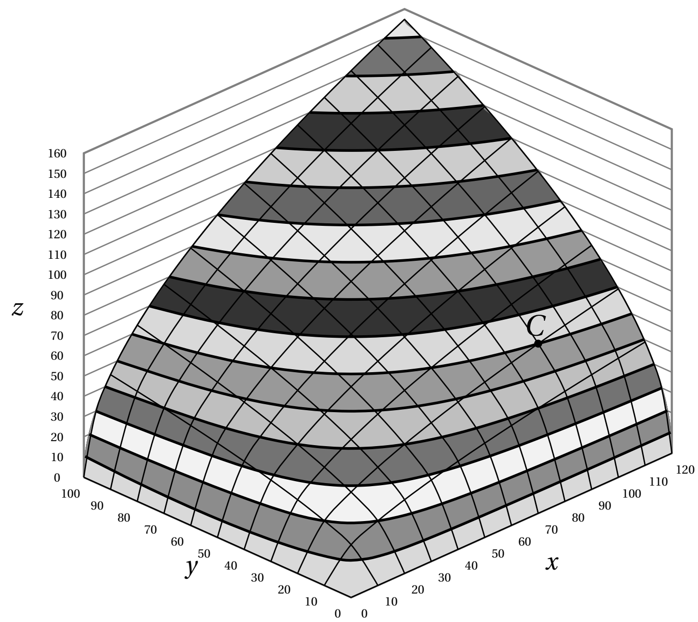
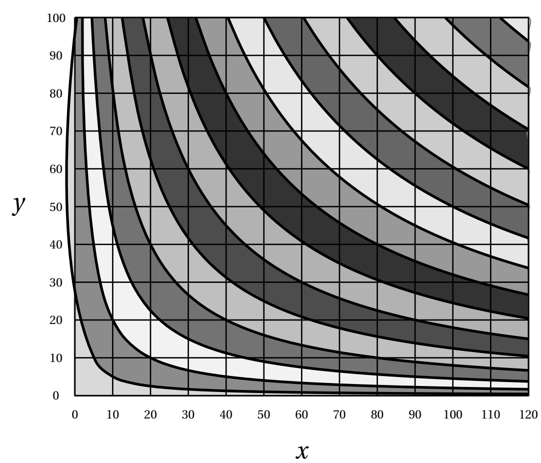


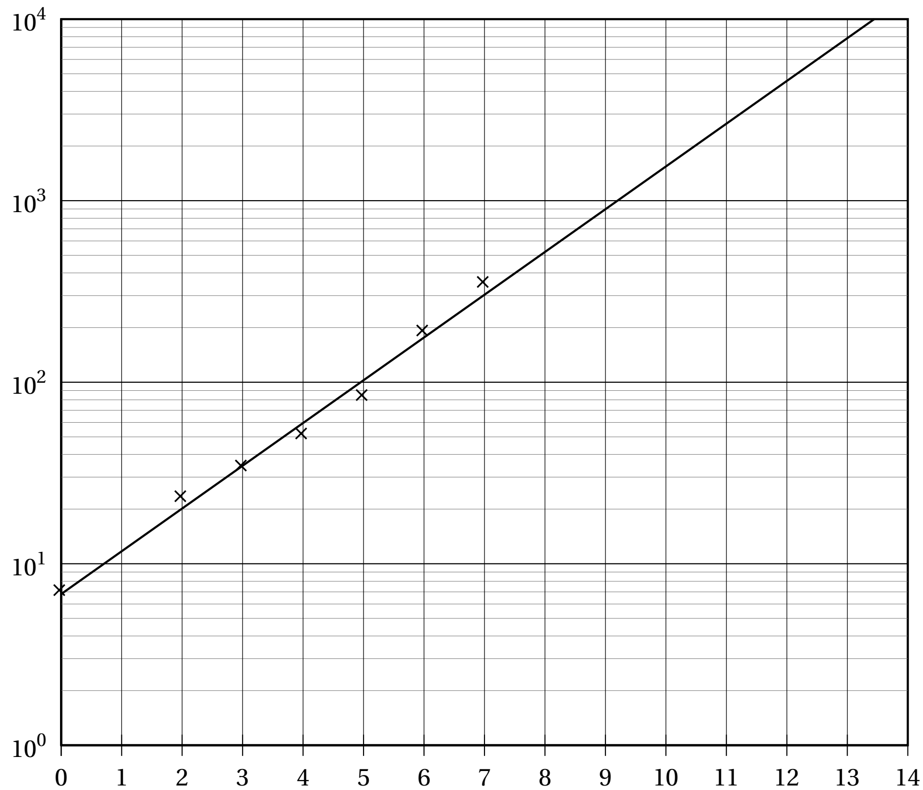
Figure 2 :



Annexe

À remettre avec la copie

Enseignement obligatoire : exercice 4



∽ Baccalauréat Asie ES 16 juin 2009 ∾

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le prix du kilogramme de pain dans un quartier d'une grande ville depuis 2001 (les prix sont relevés au premier janvier).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i du kilogramme de pain en euro	1,90	1,94	2,01	2,07	2,13	2,16

1. Calculer le pourcentage d'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier entre les années 2000 et 2005. On donnera une valeur arrondie au centième.
2. Représenter le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère du plan.
   a. Pourquoi un ajustement affine du nuage de points est-il justifié ?
   b. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.
   c. Représenter la droite (D) dans le repère précédent,
   d. En admettant que le modèle précédent est valable pour les années suivantes, calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième).
3. On considère maintenant un autre modèle pour étudier l'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier. Les relevés de prix entre 2005 et 2008 ont permis de constater que le prix du kilogramme de pain a augmenté de 1,5 % par an.
   En admettant que le prix du kilogramme de pain continue d'augmenter chaque année de 1,5 % calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième.
4. Pour chacun des modèles précédents, déterminer à partir de quelle année le prix du kilogramme de pain dans ce quartier dépassera 2,60 euros.

Exercice 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une association propose à ses adhérents une sortie payante, Les adhérents peuvent choisir d'emporter leur pique-nique ou de payer à l'association un supplément pour le repas. Le tableau ci-dessous donne les différents tarifs suivant l'âge des adhérents.

catégorie	A : adultes (plus de 18 ans)	B : jeunes de 10 à 18 ans	C : enfants de moins de 10 ans
prix de la sortie	20 €	15 €	8 €
prix du repas	6 €	5 €	3 €

L'association a inscrit 87 participants pour cette sortie, dont 58 adultes et 12 enfants de moins de 10 ans. La moitié des adultes, un quart des enfants de moins de 10 ans et 10 jeunes de 10 à 18 ans ont emmené leur pique-nique.

On choisit un participant au hasard, et on note :

- A l'évènement « le participant fait partie de la catégorie A » ;
- B l'évènement « le participant fait partie de la catégorie B » ;
- C l'évènement « le participant fait partie de la catégorie C » ;
- R l'évènement « le participant choisit le repas proposé par l'association ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.

2. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement B.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $R \cap A$.

c. Montrer que la probabilité de l'évènement R est égale à $\dfrac{15}{29}$.

d. Sachant que le participant choisi a pris le repas proposé par l'association, quelle est la probabilité que ce participant soit un adulte ?

3. On note X le prix payé à l'association par un participant,

a. Déterminer les différentes valeurs que peut prendre le prix X.

b. Établir la loi de probabilité du prix X.

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un enfant joue aux fléchettes. Un adulte observe son jeu et remarque que si l'enfant atteint la cible lors d'un lancer, alors il atteint encore la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{3}{4}$.
Si l'enfant n'atteint pas la cible lors d'un lancer, alors il atteint la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{8}$.

Lors du premier lancer, l'enfant atteint la cible avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$.

1. On note C l'état : « l'enfant atteint la cible » et on note R l'état : « l'enfant n'atteint pas la cible ».

a. Représenter la situation par un graphe probabiliste.

b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.

2. On désigne par n un nombre entier naturel non nul.
Soient C_n l'évènement : « l'enfant atteint la cible au n-ième lancer » et R_n l'évènement : « l'enfant n'atteint pas la cible au n-ième lancer ». L'état probabiliste lors du n-ième lancer est donné par la matrice ligne $E_n = (c_n \quad r_n)$ où c_n désigne la probabilité de l'évènement C_n et r_n la probabilité de l'évènement R_n.

a. Écrire la matrice ligne E_1 de l'état probabiliste initial.

b. Déterminer la matrice ligne E_3 et donner une interprétation du résultat obtenu.

3. Soit $E = (c \quad r)$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.

a. Déterminer c et r.

b. L'adulte affirme qu'après un très grand nombre de lancers, l'enfant a deux fois plus de chance de manquer la cible que de l'atteindre. Cette affirmation est-elle justifiée ?

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des quatre propositions a, b, c ou d est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

1. Une ville en pleine expansion a vu sa population augmenter de 20 % pendant quatre années consécutives, puis de 7 % durant chacune des cinq années suivantes, et enfin de 6 % la dixième et dernière année. Le taux d'augmentation annuel moyen (arrondi au dixième) durant la décennie qui vient de s'écouler s'élève à :

   a. 33,0 %
   b. 12,1 %
   c. 11,9 %
   d. 11,0 %

2. La population de la ville voisine a diminué de 5 % en 2008. Quel pourcen.tage d'augment ation (arrondi au dixième) devrait-elle connaître en 2009 pour que le nombre d'habitants le 1er janvier 2010 soit égal au nombre d'habitants à la date du 1er janvier 2008 ?

   a. 10,0 %
   b. 5,3 %
   c. 5,0 %
   d. 4,7 %

3. Le double du logarithme d'un nombre est égal au logarithme de la moitié de ce nombre. Quel est ce nombre ?

   a. -1
   b. 0
   c. 0,5
   d. 2

4. Une telle fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[5\ ;\ +\infty[$. Sa courbe représentative C dans un repère du plan admet une tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse 6. Laquelle des équations suivantes est celle de la tangente $\mathcal{T}$.

   a. $y = -3x + 3$
   b. $y = x$
   c. $y = 6x - 36$
   d. $x = 6$

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\ ;\ \infty[$ par :

$$f(x) = (7 - x)\mathrm{e}^{x-4} \quad \text{et} \quad g(x) = 2\ln\left(\frac{x+5}{x+1}\right).$$

Partie A : Étude des fonctions f et g.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   b. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ on a

$$f'(x) = (6 - x)\mathrm{e}^{x-4}.$$

   c. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et établir son tableau de variations.

2. **a.** Soit h la fonction définie sur $]-\infty~;~-1[\,\cup\,]-1~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{x+5}{x+1}$$

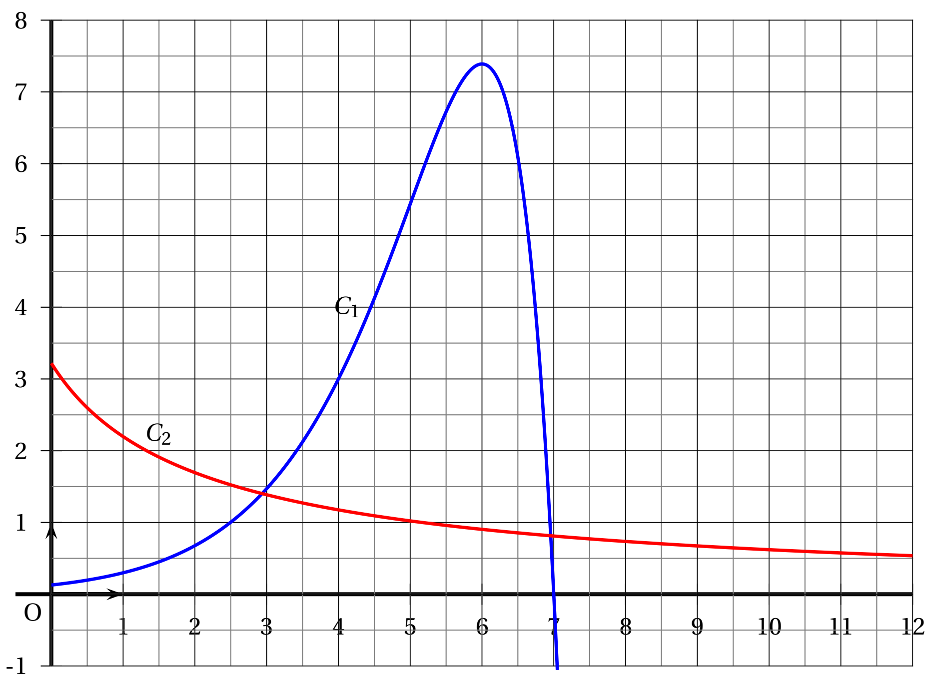
   Le tableau de variations de la fonction h est donné ci dessous :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	||	$-$	
$h(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

   Déterminer, en le justifiant, le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$

   b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. Quelle en est la conséquence graphique ?

3. Les courbes représentatives des fonctions f et g sont données dans le repère $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ ci-dessous



   a. Laquelle de ces deux fonctions est représentée par la courbe $\mathcal{C}_1$?

   b. Déterminer graphiquement une valeur approchée arrondie à l'unité des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche 011 de la méthode utilisée sera valorisée.*

Le professeur a demandé à Perrine et Elliot de calculer $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Voici des extraits de leurs productions :

Production de Perrine :

Une primitive de f est F telle que $F(x) = (8-x)\mathrm{e}^{x-4}$, donc $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5\mathrm{e}^{-1} - 8\mathrm{e}^{-4} \approx 1,69$.

Production d'Elliot :

Une primitive de f est F telle que $F(x) = \left(7x - \dfrac{1}{2}x^2\right)\mathrm{e}^{x-4}$, donc $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 16,5\mathrm{e}^{-1} \approx 6,07$.

Lors de la correction, le professeur indique que l'un des deux s'est trompé. Est-ce Perrine ou Elliot ? Justifier le choix.

Partie B : Application économique

Sur l'intervalle $[0 ; 5]$, la fonction f modélise la fonction d'offre des producteurs d'un certain produit et la fonction g modélise la fonction de demande des consommateurs pour ce même produit. La quantité x est exprimée en millier de tonnes et le prix $f(x)$ ou $g(x)$ est en euro par kg.

On rappelle que le prix d'équilibre est le prix qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

Par lecture graphique, donner une valeur approchée de la quantité d'équilibre x_0, ainsi qu'une valeur approchée du prix d'équilibre y_0.

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Centres étrangers 15 juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions proposées, une seule des trois réponses A, B et C est exacte. Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, indiquer la lettre (A, B ou C) désignant la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,5 *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} x\text{e}^{-x}$ est égale à :
   Réponse A : 0.
   Réponse B : $+\infty$.
   Réponse C : $-\infty$.
2. On considère une fonction u définie, strictement positive et dérivable sur un intervalle I. On note u' sa fonction dérivée.
   On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x appartenant à I par : $f(x) = \ln(u(x))$. Si l'on suppose que u' est négative sur I alors :
   Réponse A : on ne peut pas déterminer le sens de variation de la fonction f.
   Réponse B : la fonction f est décroissante sur I.
   Réponse C : la fonction f est croissante sur I.
3. Dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $2\ln x - 1 > 1$ est :
   Réponse A : $\left]\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right]$
   Réponse B : $]1~;~+\infty[$.
   Réponse C : $]\text{e}~;~+\infty[$.
4. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\text{e}^{2x} + 2\text{e}^{x} - 3 = 0$:
   Réponse A : admet une unique solution.
   Réponse B : admet exactement deux solutions.
   Réponse C : n'admet aucune solution.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un collectionneur de pièces de monnaie a observé que ses pièces peuvent présenter au maximum deux défauts notés a et b. Il prélève au hasard une pièce dans sa collection.

On note A l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut a ».
On note B l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut b ».
On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires respectifs de A et B.
On donne les probabilités suivantes : $p(A) = 0,2$; $p(B) = 0,1$ et $p(A \cup B) = 0,25$.
Dans cet exercice, toutes les valeurs approchées des résultats demandés seront arrondies au centième.

Première partie

1. Démontrer que la probabilité de l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans la collection présente les deux défauts » est égale à $0,05$.
2. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement « une pièce prélevée au hasard dans la collection ne présente aucun des deux défauts » est égale à $0,75$.
4. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui présentent le défaut b. Calculer la probabilité que cette pièce présente également le défaut a.
5. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui ne présentent pas le défaut b. Calculer la probabilité que cette pièce présente le défaut a.

Deuxième partie

On prélève au hasard trois pièces dans la collection et on suppose que le nombre de pièces de la collection est suffisamment grand pour considérer ces trois prélèvements comme étant indépendants.

1. Calculer la probabilité qu'une seule des trois pièces soit sans défaut.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une des trois pièces soit sans défaut.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque mois, un institut de sondage donne la cote de popularité d'un même groupe politique dans l'opinion publique. Les personnes sondées sont, soit favorables, soit défavorables à ce groupe. Initialement, il y a autant de personnes favorables à ce groupe politique que de personnes qui lui sont défavorables. De chaque mois au mois suivant, on considère que :

- 10 % des personnes qui étaient favorables à ce groupe politique ne le sont plus.
- 15 % des personnes qui n'étaient pas favorables à ce groupe politique le deviennent.

On note, pour tout entier naturel n :

- a_n, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de n mois soit favorable à ce groupe politique.
- b_n, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de n mois ne soit pas favorable à ce groupe politique.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$, la matrice traduisant l'état probabiliste au bout de n mois.

On note M la matrice de transition telle que, pour tout entier naturel n : $P_{n+1} = P_n \times M$.

Première partie

1. Déterminer la matrice P_0 donnant l'état probabiliste initial.
2. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à la situation.
3. On admet que $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$.

   Déterminer la matrice P_2 en détaillant les calculs, (on donnera les coefficients sous forme décimale arrondie au centième).
4. Déterminer l'état stable et interpréter ce résultat.

Deuxième partie

1. Montrer que $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,15$ pour tout entier naturel n.
2. On considère la suite (u_n) telle que $u_n = a_n - 0,6$ pour tout entier naturel n.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique de raison $0,75$.
   b. En déduire que $a_n = -0,1 \times (0,75)^n + 0,6$ pour tout entier naturel n.

c. Calculer la limite de a_n quand n tend vers $+\infty$. Comment peut-on interpréter cette limite ? En quoi ce résultat est-il cohérent avec celui demandé à la question 4. de la première partie.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une exploitation minière extrait un minerai rare dans ses gisements depuis l'année 1963.
Le tableau suivant indique la quantité extraite y_i en tonnes durant l'année désignée par son rang x_i :

Année	1963	1968	1973	1978	1983	1988	1993	1998	2003	2008
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantité extraite y_i en tonnes	18,1	15,7	13,3	11	9,3	7,8	7,1	6,1	5,2	4,3

Le nuage de points associé à cette série statistique à deux variables est représenté dans le repère orthogonal (O ; I, J) de **l'annexe 1**. Les unités graphiques de ce repère sont 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée.
Dans cet exercice, on désigne par la variable y la quantité extraite en tonnes et par la variable x le rang de l'année.

Première partie

En première approximation, on envisage de représenter y en tant que fonction affine de x.
La droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés admet pour équation $y = -1,5x + 16,5$ dans laquelle les deux coefficients sont des valeurs arrondies au dixième.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point dans le repère de **l'annexe 1**.
2. Tracer la droite D dans le repère de **l'annexe 1**.
3. En considérant cet ajustement affine, quelle quantité de minerai, au dixième de tonne près, l'exploitation peut-elle prévoir d'extraire durant l'année 2013 ?

Deuxième partie

On admet que la courbe tracée en **annexe 1** représente un ajustement exponentiel de y en fonction de x et que son équation est de la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ où k est un entier naturel et p un nombre réel.

1. En utilisant cette courbe, lire la quantité de minerai extrait, au dixième de tonne près, que l'ajustement exponentiel laisse prévoir pendant l'année 2013.
2. En supposant que la courbe passe par les points A(0 ; 18) et B(3 ; 11,2), calculer l'entier naturel k et le réel p dont on donnera une valeur approchée arrondie au centième.

Troisième partie

On effectue le changement de variable $z = \ln y$ et on pose $z_i = \ln y_i$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant une valeur approchée de chaque résultat arrondie au centième :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_i										

2. À l'aide de la calculatrice et en donnant une valeur approchée de chaque coefficient arrondie au centième, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
3. En déduire l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ et retrouver ainsi, en arrondissant k au dixième, les coefficients k et p calculés à la question 2. de la deuxième partie.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{5\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$$

On désigne par f' la fonction dérivée de f et par F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 0$.
Dans le repère orthonormal d'unité 2 cm de l'annexe 2, la courbe $\mathscr{C}_f$ tracée représente la fonction f et la droite D est sa tangente au point $\mathrm{A}\left(0\ ;\ \frac{5}{2}\right)$.

Première partie

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet pour asymptotes en $-\infty$ la droite d'équation $y = 0$ et en $+\infty$ la droite d'équation $y = 5$. En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \dfrac{5\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}$.
3. Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
4. En utilisant le résultat de la question 2., déterminer une équation de la droite D.

Deuxième partie

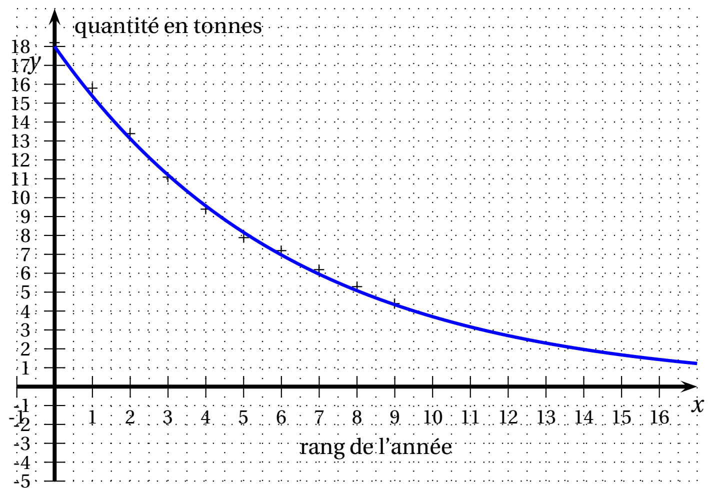
1. Pour tout réel x, exprimer $F(x)$ en fonction de x.
2. Vérifier que $F(1) = 5\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}\right)$.
3. Sur l'annexe 2, le domaine grisé est délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, les axes de coordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

   Calculer l'aire, en unités d'aire, de ce domaine et en donner une valeur approchée arrondie au dixième.

ANNEXE 1

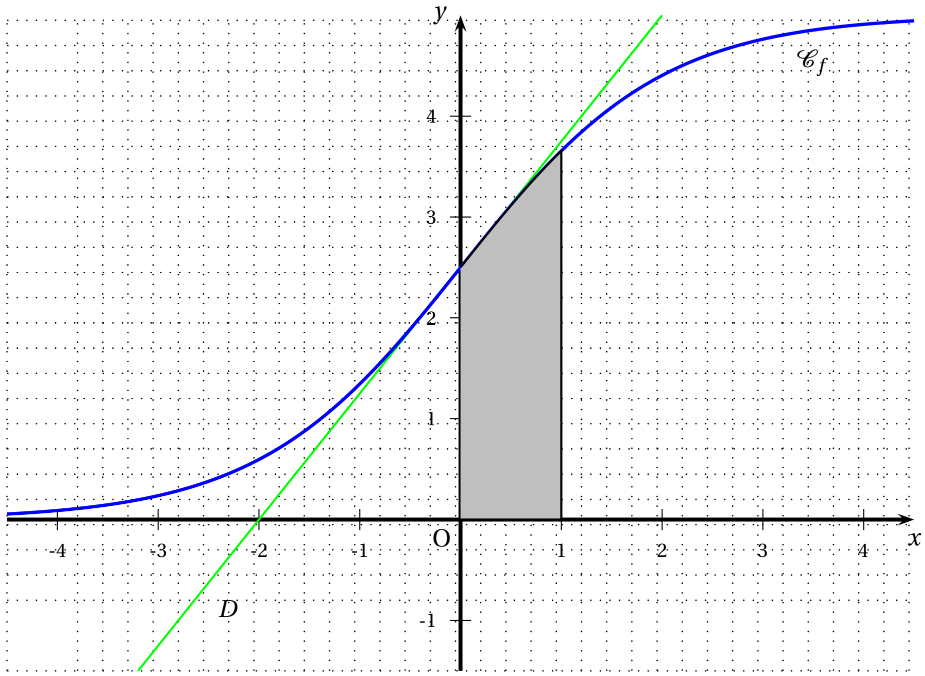
(À remettre avec la copie)

Exercice 3



ANNEXE 2

Exercice 4



Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE A : aucune justification n'est demandée

Cette partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. ***Une seule*** *de ces réponses est exacte.*
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 0,5 point.
Une réponse fausse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse en rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des réels.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-x+2)\text{e}^{-x}$.

1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :	**a.** $-\infty$ **b.** 0 **c.** $+\infty$
2. L'équation $f(x) = 0$:	**a.** n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$ **b.** admet une seule solution dans $\mathbb{R}$ **c.** admet deux solutions dans $\mathbb{R}$
3. L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 est :	**a.** $y = -3x+2$ **b.** $y = -x+2$ **c.** $y = x+2$
4. Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est :	**a.** $\dfrac{1}{\text{e}^3}$ **b.** $\dfrac{-1}{\text{e}^3}$ **c.** $\dfrac{-1}{\text{e}^{-3}}$

PARTIE B : la réponse devra être justifiée.

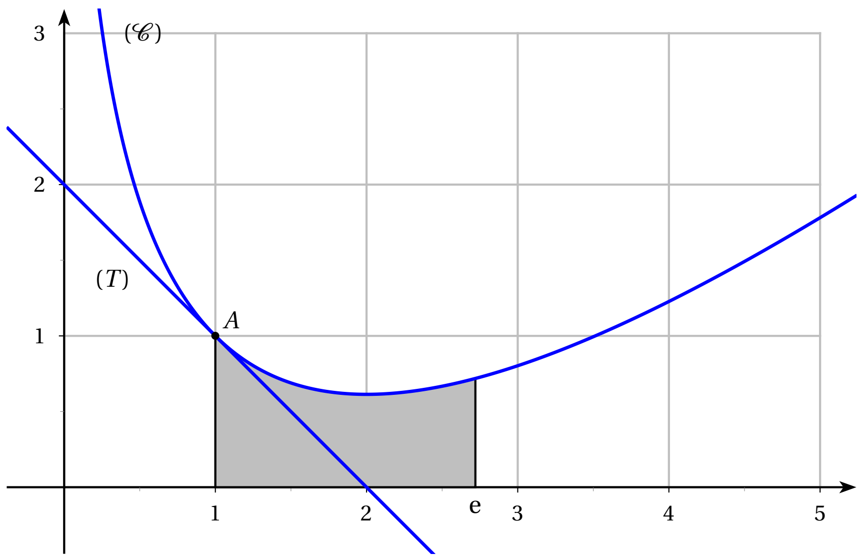
La fonction f est celle définie dans la partie A. On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal. Étudier la position relative de la courbe C et de la droite (Δ) d'équation $y = -x+2$ sur l'intervalle $]0~;~2[$.

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ dont on donne la représentation graphique $(\mathscr{C})$ dans le repère ci-dessous.



On admet que :

- le point A de coordonnées (1 ; 1) appartient à la courbe $(\mathscr{C})$;
- la tangente (T) en A à la courbe $(\mathscr{C})$ passe par le point de coordonnées $(2;0)$;
- la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2 ;
- l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe de la fonction f.

Partie A

1. Donner, par lecture graphique ou en utilisant les données de l'énoncé, les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, et $f'(2)$, où f' est la fonction dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$.
2. On admet que l'expression de f sur $]0 ; +\infty[$ est :

$$f(x) = ax + b + c\ln x$$

où a, b et c sont des nombres réels.

a. Calculer $f'(x)$ en fonction de x et de a, b et c.

b. Démontrer que les réels a, b et c vérifient le système $\left\{\begin{array}{rcl} a+b & = & 1 \\ a+c & = & -1 \\ a+\dfrac{c}{2} & = & 0 \end{array}\right.$

c. Déduire de la question précédente les valeurs de a, b et c puis l'expression de $f(x)$.

Partie B

Dans cette partie, on admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie pour tout réel x appartenant à $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2\ln x.$$

1. Justifier que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe représentative de f.
2. **a.** Calculer la dérivée g' de la fonction g définie pour tout réel $x \in]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x\ln x - x.$$

b. En déduire une primitive F de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.

c. Déterminer la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine grisé sur le graphique ci-dessus, délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Au tennis, le joueur qui « est au service » joue une première balle.

- Si elle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.
- Si elle est jugée « faute », il joue une deuxième balle.
  - Si cette deuxième balle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.
  - Si cette deuxième balle est jugée « faute », il perd.

On désigne par :

S_1 **:** l'évènement « la 1$^{\text{ère}}$ balle de service est « bonne » ;

S_2 **:** l'évènement « la 2$^{\text{e}}$ balle de service est « bonne » ;

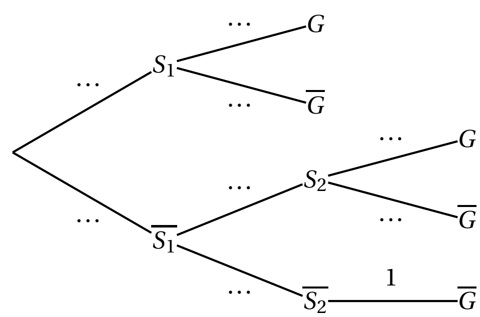
G **:** l'évènement « le point est gagné par le joueur qui est au service ».

Pour le joueur Naderer qui est au service, on dispose des données suivantes :

- sa première balle de service est jugée « bonne » dans 40 % des cas ;
- sa deuxième balle de service est jugée « bonne » dans 95 % des cas ;
- si sa première balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 80 % des cas ;
- si sa deuxième balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 60 % des cas.

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre suivant :

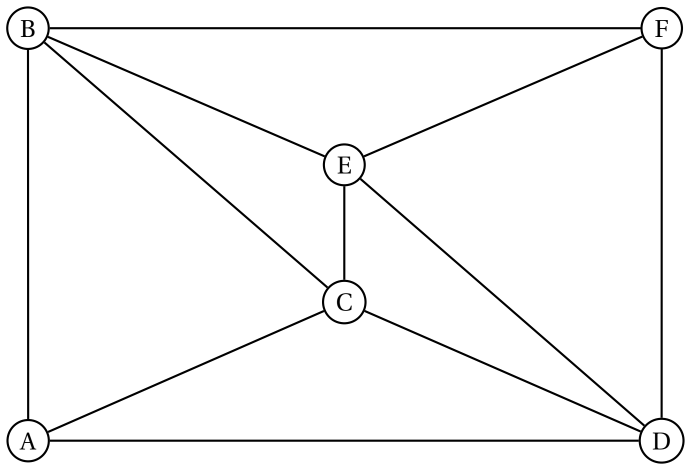


2. Calculer $p(S_1 \cap G)$.
3. Montrer que la probabilité que le joueur Naderer gagne l'échange est de 0,662.
4. Sachant que le joueur Naderer a gagné l'échange, calculer la probabilité que sa première balle de service ait été jugée « bonne ». Le résultat sera arrondi au millième.
5. Calculer la probabilité que le joueur Naderer gagne quatre échanges consécutifs. On donnera le résultat arrondi au millième.

EXERCICE 4 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère le graphe G suivant :



1. Le graphe G est-il connexe ? Expliquer la réponse.
2. Le graphe G admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe G. Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
4. Déterminer un encadrement du nombre chromatique du graphe G. Justifier la réponse.
5. Déterminer alors ce nombre chromatique, en explicitant clairement la démarche.
6. Déterminer la matrice M associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).
7. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 16 & 6 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 8 & 11 & 8 & 11 & 11 & 6 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 11 & 11 & 8 & 8 \\ 5 & 10 & 6 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$.

   Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet A et aboutissant au sommet F. Citer alors toutes ces chaînes.

Baccalauréat ES Métropole 19 juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice des prix de vente des appartements anciens à Paris au quatrième trimestre des années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice : y_i	100	108,5	120,7	134,9	154,8	176,4	193,5	213 ,6

Source : INSEE

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de cet indice de l'année 2000 à l' année 2007.
2. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année.
   - sur l'axe des ordonnées, on placera 100 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 10 unités.
3. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Placer le point G dans le plan (P).
4. L'allure de ce nuage permet de penser qu'un ajustement affine est adapté.
   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite (d) d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b. Tracer la droite (d) dans le plan (P).
5. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les deux années suivantes, estimer l'indice du prix de vente des appartements anciens de Paris au quatrième trimestre 2009. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$, décroissante sur chacun des intervalles $[-2\ ;\ 0]$ et $[2\ ;\ 5]$ et croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$.

On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.

La courbe (Γ) représentative de la fonction f est tracée en annexe 1 dans le plan muni d'un repère orthogonal. Elle passe par les points A$(-2\ ;\ 9)$, B$(0\ ;\ 4)$, C$(1\ ;\ 4{,}5)$, D$(2\ ;\ 5)$ et E$(4\ ;\ 0)$.

En chacun des points B et D. la tangente à la courbe (Γ) est parallèle à l'axe des abscisses.

On note F le point de coordonnées $(3\ ;\ 6)$.

La droite (CF) est la tangente à la courbe (Γ) au point C.

1. À l'aide des informations précédentes et de l'annexe 1, préciser sans justifier :
   a. les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.

b. le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2~;~5]$.

c. le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2~;~5]$.

2. On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(f(x))$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a. Expliquer pourquoi la fonction g est définie sur l'intervalle $[-2~;~4[$.

b. Calculer $g(-2)$, $g(0)$ et $g(2)$.

c. Préciser, en le justifiant, le sens de variations de la fonction g sur l'intervalle $[-2~;~4[$.

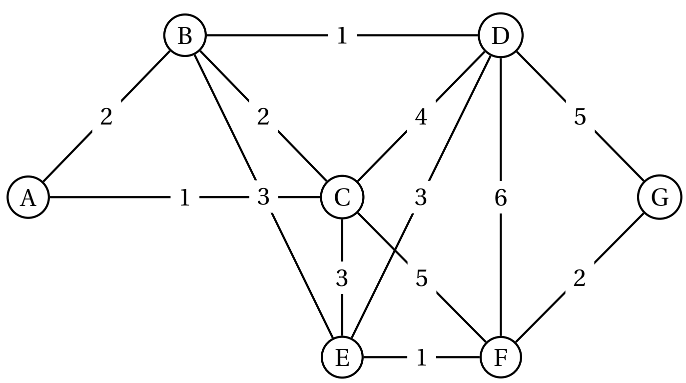
d. Déterminer la limite de la fonction g lorsque x tend vers 4.
Interpréter ce résultat pour la représentation graphique de la fonction g.

e. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.
Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.
Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.



Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

On s'intéresse au graphe non pondéré.

1. Répondre sans justification aux quatre questions suivantes :

a. Ce graphe est-il connexe ?

b. Ce graphe est-il complet ?

c. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?

d. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ?

2. Déterminer, en justifiant, le nombre chromatique de ce graphe.

Partie II

On s'intéresse au graphe pondéré.
Proposer un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G.
La réponse sera justifiée par un algorithme.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun tous les candidats

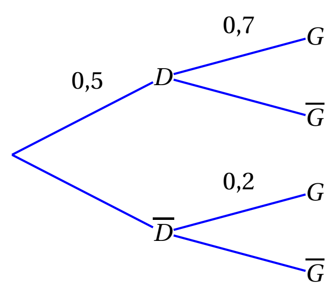
Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu.
Un jour l'une des deux est déréglée.
Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et il joue une partie sur cette console.

   On note :

   D l'évènement « le joueur choisit la console déréglée » et $\overline{D}$ l'évènement contraire ;
   G l'évènement « le joueur gagne la partie » et $\overline{G}$ l'évènement contraire.

   Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant, dans lequel figure certaines probabilités.



   Ainsi, $0,7$ est la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il a choisi une console déréglée.

   a. Reproduire cet arbre sur la copie et le compléter.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».

   c. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».

   d. Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à $0,45$.

   e. Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.

2. Trois fois successivement et de façon indépendante, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et joue une partie.

   Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur gagne exactement deux fois ».
   Le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au millième.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun tous les candidats

Partie A : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\ 8]$ par

$$f(x) = 20(x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;8]$

1. **a.** Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0,5\,;\ 8]$

$$f'(x) = 10(-x+3)\mathrm{e}^{-0,5x}$$

  b. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0,5\,;\ 8]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f.

2. Construire la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

On prendra pour unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm, sur l'axe des ordonnées.

3. Justifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0,5\,;\ 8]$ par $F(x) = \dfrac{-40(x+1)}{\text{e}^{0,5x}}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,8]$.

4. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\text{I} = \displaystyle\int_{1,5}^{5} f(x)\,\text{d}x$.

Partie B : Application économique

Une entreprise produit sur commande des bicyclettes pour des municipalités.
La production mensuelle peut varier de 50 à 800 bicyclettes.
Le bénéfice mensuel réalisé par cette production peut être modélisé par la fonction f de la partie A de la façon suivante :
si, un mois donné, on produit x centaines de bicyclettes, alors $f(x)$ modélise le bénéfice, exprimé en milliers d' euros, réalisé par l'entreprise ce même mois.
Dans la suite de l'exercice, on utilise ce modèle.

1. **a.** Vérifier que si l'entreprise produit 220 bicyclettes un mois donné, alors elle réalise ce mois-là un bénéfice de 7 989 euros.

  b. Déterminer le bénéfice réalisé par une production de 408 bicyclettes un mois donné.

2. *Pour cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte*

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la **partie A** et le modèle précédent.

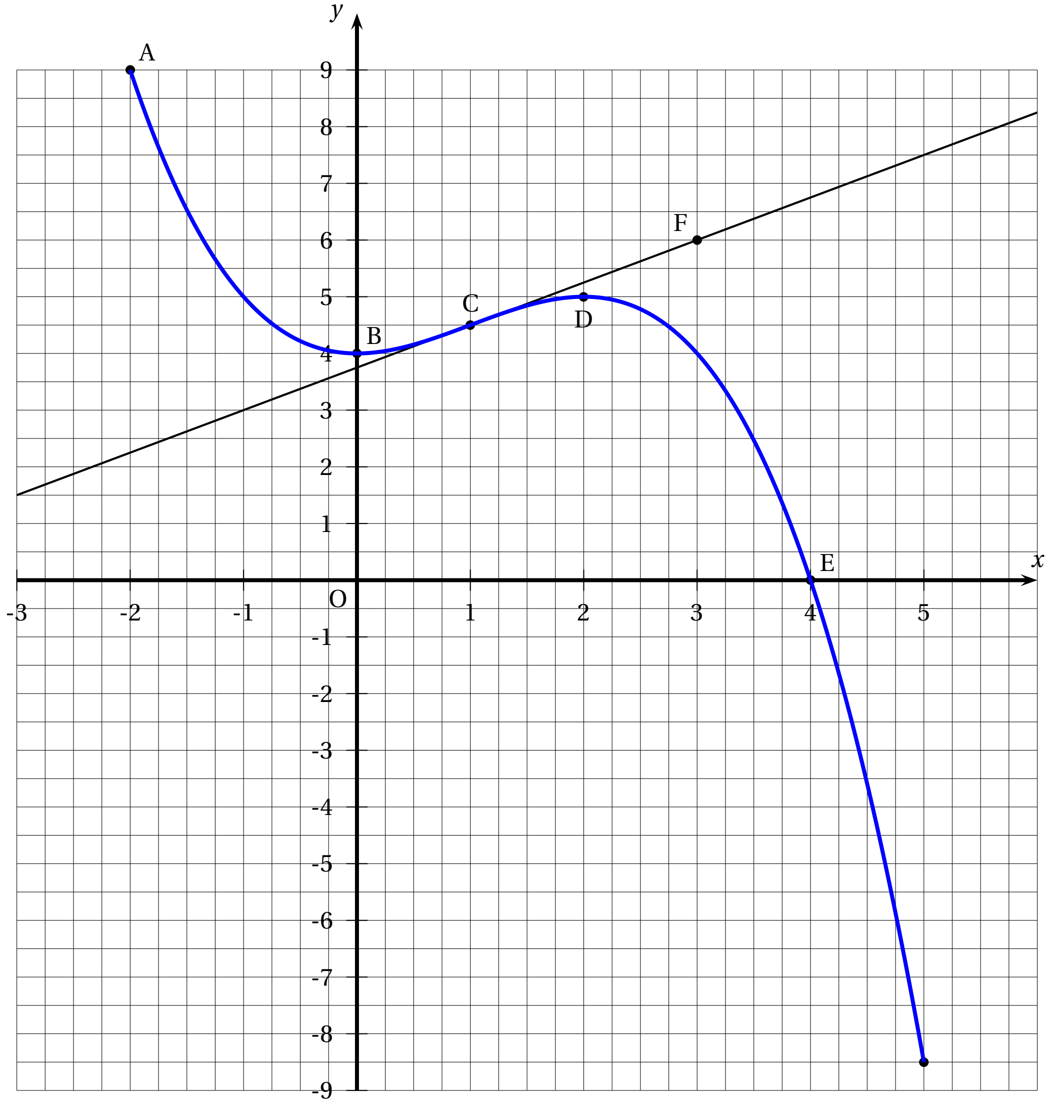
Justifier chaque réponse.

  a. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire au minimum de bicyclettes pour ne pas travailler à perte ?

  b. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice maximum. Préciser alors ce bénéfice à l'euro près.

  c. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice supérieur à 8 000 euros ?

Annexe 1



∽ Baccalauréat ES La Réunion 19 juin 2009 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 1 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. On connaît les probabilités suivantes :
   $p(A) = 0,23$; $p(B) = 0,56$ et $p(A \cap B) = 0,11$. Alors :

   A. $p(A \cup B) = 0,79$ **B.** $p(A \cup B) = 0,68$ **C.** $p(A \cup B) = 0,9$

2. x est un réel strictement positif. La limite de $(1 - \ln x)$ en 0 est :

   A. 1 **B.** $-\infty$ **C.** $+\infty$

3. Le prix d'un article a doublé en dix ans. L'augmentation annuelle moyenne du prix de cet article, à 1 % près, est de :

   A. 7 % **B.** 10 % **C.** 50 %

4. Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de la fonction f, définie pour tout x réel par $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$:

   A. $F(x) = \mathrm{e}^{3x}$ **B.** $F(x) = \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + 5$ **C.** $F(x) = 3\mathrm{e}^{3x} + 5$

EXERCICE 2 **4 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 2]$ par

$$f(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x} + 2.$$

On note f' sa dérivée.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(-2)$, $f(0)$ et $f(2)$.
2. Calculer $f'(x)$. Donner le tableau de variations de f sur $[-2 ; 2]$.
3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**
   On considère les points A(1 ; 2) et B(0 ; 2 − e). Démontrer que la droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Sur la feuille de papier millimétré, construire avec précision la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de f dans un repère orthogonal (unités : 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

5. On admet que la fonction F définie par $F(x) = (x-2)\mathrm{e}^x + 2x$ est une primitive de la fonction f sur $[-2 ; 2]$. Hachurer la partie $\mathscr{A}$ du plan délimitée par les axes du repère, la droite d'équation $x = 2$ et la courbe $\mathscr{C}_f$. Calculer la mesure en cm^2 de l'aire de $\mathscr{A}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, donner les réponses sous forme de nombres décimaux qui ne seront pas arrondis.

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture.

On note :

R l'évènement : « la voiture achetée est une routière » ;

B l'évènement : « la voiture achetée est une break » ;

E l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;

D l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.
- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité $p(R)$ de l'événement R ?
2. **a.** Construire l'arbre de probabilité complet.

   b. Démontrer que $P_R(D) = 0,42$ (probabilité de D sachant R).
3. Calculer $p(D)$.
4. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on note x le prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée.

   Compléter le tableau de la feuille annexe donnant la loi de probabilité de x.

   Calculer l'espérance mathématique de x. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une usine produit deux types E et F de moteurs.

Le bénéfice B, exprimé en milliers d'euros, pour une production journalière de x moteurs E et y moteurs F est :

$$B(x ; y) = -0,05x^2 - 0,08y^2 + 0,6x + 0,7y.$$

On admet que la production totale est vendue et que $0 \leqslant x \leqslant 10$; $0 \leqslant y \leqslant 8$.

1. Calculer le bénéfice réalisé avec :

   a. Une production de 7 moteurs E et de 5 moteurs F.

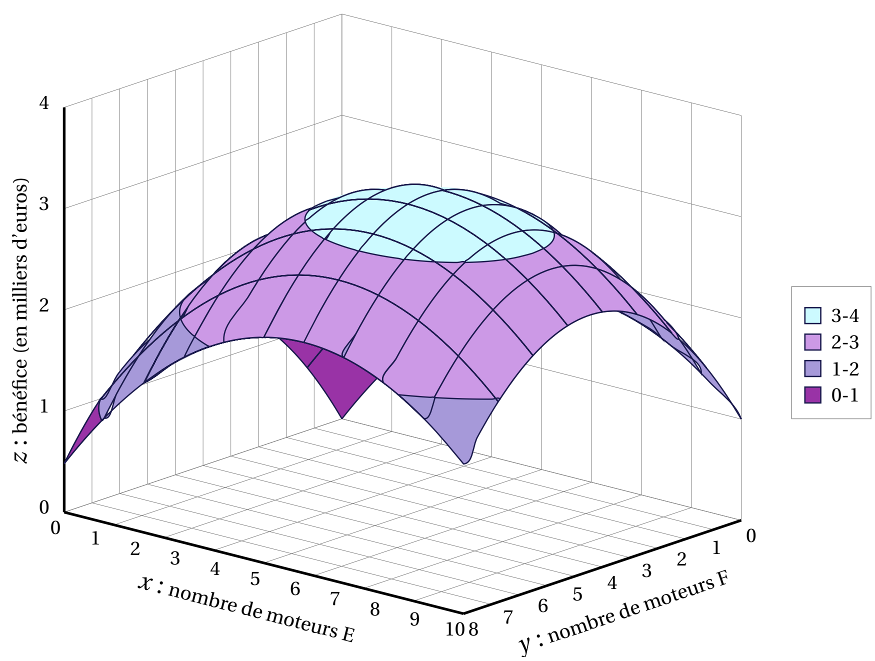
   b. Une production de 10 moteurs E et aucun moteur F.
2. La fonction B est représentée par la surface S (figure ci-dessous).

   L'usine veut obtenir un bénéfice dépassant 3 000 €. Par lecture graphique de B :

a. Si l'usine fabrique 6 moteurs F, indiquer le nombre de moteurs E qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.

b. Si l'usine fabrique 8 moteurs E, indiquer le nombre de moteurs F qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.

Représentation graphique du bénéfice B



3. La demande contraint l'usine à fabriquer autant de moteurs E que de moteurs F. Dans ce cas :

a. Exprimer, en fonction de x, le bénéfice B réalisé, lorsque x varie de 0 à 8.

b. Déterminer la production permettant de réaliser le bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal exprimé en euros.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année, y centaines de nouveaux résidants et z centaines de résidants quittant la ville.
Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

Année	2000	2002	2004	2006	2007
Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	7
Nouveaux résidants (en centaines) : y_i	9,71	10,95	10,83	11,95	11,99
Départs de résidants (en centaines) : z_i	9,6	11,79	12,63	12,9	13,18

Partie A

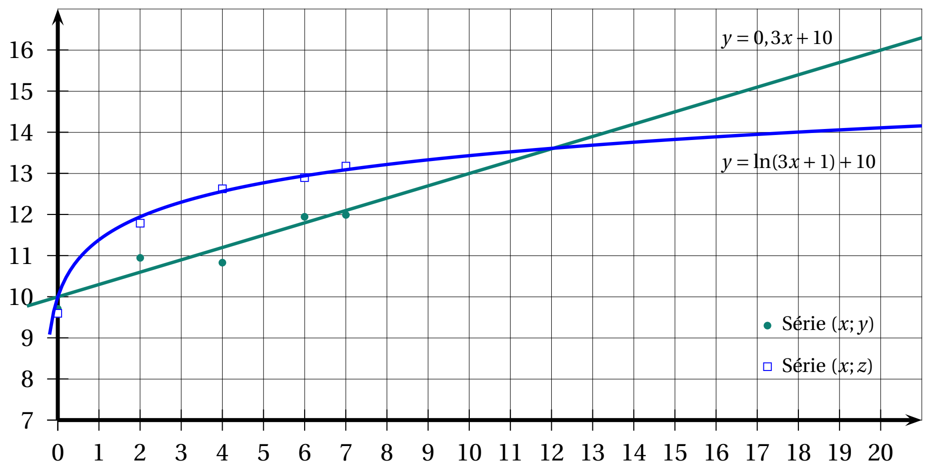
Pour la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ donner une équation de la droite d'ajustement $\mathscr{D}$ de y en x, obtenue par la méthode des moindre carrés (arrondir les coefficients au centième).

Partie B

Dans toute la suite de l'exercice 4, on admettra le modèle d'ajustement $y = f(x)$ et $y = g(x)$ avec :

$f(x) = 0,3x + 10$ pour la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ et $g(x) = \ln(3x+1) + 10$ pour la série $\left(x_i\ ;\ z_i\right)$.

Les nuages de points et les courbes représentatives de f et g sont donnés dans la figure ci-dessous :



1. En utilisant ces ajustements :

a. Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1 400.

b. Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1 400.

On considère la fonction d définie sur $[0\ ;\ 20]$ par

$$d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x+1) - 0,3x.$$

On note d' la dérivée de d.

2. Calculer $d'(x)$ et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction d.

3. Montrer que l'équation $d(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[3\ ;\ 20]$.

À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

4. En considérant ces ajustements et en tenant compte uniquement des départs et des arrivées de résidants :

a. En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ?

Estimer alors cette baisse.

b. À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?

ANNEXE (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 3

(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Version	Routière		Break	
Motorisation	Essence	Diesel	Essence	Diesel
x_i : prix de vente (en milliers d'euros)	15	18	17	20
P_i : probabilité		0,273		

ꟹ Baccalauréat ES Polynésie juin 2009 ꟹ

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes quatre réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.
Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.*

1. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative dans un repère orthogonal d'une fonction g définie sur $]2~;~+\infty[$. Si $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ alors :
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $x = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équalion $x = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$
2. Pour tout nombre réel x, $\ln\left(4\mathrm{e}^{x}\right)$ est égal à :
   - $x + \ln 4$
   - $4 + x$
   - $2x$
   - $4x$
3. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$ et soit f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$. Alors :
   - $f'(x) = -x^2\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$
4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{1-\ln x}$ est égale à :
   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du marché des capteurs solaires installés en France métropolitaine entre 2000 et 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
Surface de capteurs solaires installés en milliers de m^2 : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	6	18	23	39	52	121	220	253

Source : ENERPLAN (*Association professionnelle de l'énergie solaire*)

L'objectif gouvernemental est d'atteindre un marché d'un million de m^2 en 2010.

1. **a.** Calculer le pourcentage d'augmentation de la surface des capteurs solaires installés entre les années 2006 et 2007.

   b. Si ce pourcentage reste le même d'année en année jusqu'en 2010. l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

2. **a.** Sur une feuille de papier milimétré, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$; $1 \leqslant i \leqslant 8$, dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour une année eu abscisse et en ordonnée 1 cm pour 20 milliers de m^2 de capteurs solaires installés).

   La forme du nuage suggère de faire un ajustement exponentiel.

   Pour cela on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

   b. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où les valeurs z_i seront arrondies au centième.

Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln\left(y_i\right)$, $1 \leqslant i \leqslant 8$	1,79							

   c. En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au centième.

   d. On suppose que l'évolution se poursuit de cette façon jusqu'en 2010.

   À l'aide de cet ajustement exponentiel, estimer en m^2 la surface de capteurs solaires installés en 2010.

   Si l'évolution se poursuit selon ce modèle, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

Exercice 2 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8.$$

1. Sur une feuille de papier millimétré construire un repère orthonormé (unité 1 cm), où l'axe des ordonnées est placé à gauche de la feuille.

   a. Dans ce repère, tracer les droites d'équations respectives $y = 0,85x + 1,8$ et $y = x$.

   b. Dans ce repère. placer u_0 sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sut le même axe u_1, u_2 et u_3. On laissera apparents les traits de construction.

c. À l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite (u_n).

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 12$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$.

c. Donner le sens de variation de la suite (v_n). En déduire celui de la suite (u_n).

d. Déterminer la limite de la suite (u_n)).

3. Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que :
- il y a 1 800 nouveaux abonnés chaque année ;
- d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.

En 2008, il y avait 8 000 abonnés.

a. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'abonnés en $(2008 + n)$.

b. En utilisant la question 2. b., calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014.

Exercice 3 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Dans un laboratoire, se trouve un atelier nommé « L'école des souris ». Dès leur plus jeune âge, les souris apprennent à effectuer régulièrement le même parcours. Ce parcours est constitué de trappes et de tunnels que les souris doivent emprunter pour parvenir à croquer une friandise. Plus la souris effectue le parcours, plus elle va vite.
Une souris est dite « performante » lorsqu'elle parvient à effectuer le parcours en moins d'une minute.
Cette « école » élève des souris entraînées par trois dresseurs :
48 % des souris sont entraînées par Claude, 16 % par Dominique et les autres par Éric.
Après deux mois d'entraînement, on sait que :
- parmi les souris de Claude 60 % sont performantes ;
- 20 % des souris de Dominique ne sont pas encore performantes ;
- parmi les souris d'Éric, deux sur trois sont performantes.

On choisit au hasard une souris de cette « école ».
On note C, D, E et P les évènements suivants :
- C : « la souris est entraînée par Claude » ;
- D : « la souris est entraînée par Dominique » ;
- E : « la souris est entraînée par Éric » ;
- P : « la souris est performante ».

1. **a.** Déterminer $p(C)$, $p(E)$, $P_D\left(\overline{P}\right)$ et $p_E(P)$.

b. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. DétermIner la probabilité de l'évènement « la souris est entraînée par Claude et est performante ».

3. Démontrer que la probabilité pour une souris d'être performante est de $0,656$.

Pour les questions suivantes, on arrondira les résultats au millième.

4. On choisit au hasard une souris parmi celles qui sont performantes.
Quelle est la probabilité que cette souris soit entraînée par Dominique ?
5. *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.*
On choisit maintenant au hasard quatre souris de cette « école ».
On assimile ce choix à un tirage avec remise.
Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une souris performante ?

Exercice 4 6 points

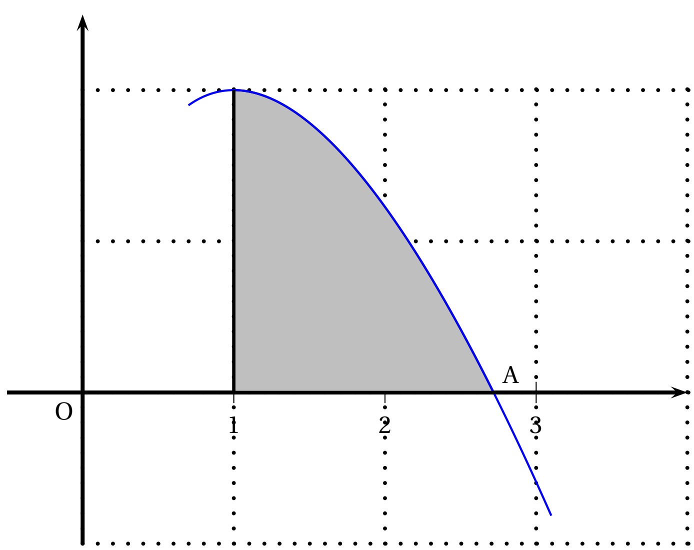
Commun à tous les candidats.

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2x(1 - \ln x).$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en 0 (on rappelle que la limite en 0 de la fonction u définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ [par $u(x) = x\ln x$ est 0).
   b. Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0~;~+\infty[$ (où f' est la fonction dérivée de f).
   c. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0~;~+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. Résoudre sur $]0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}$ admet un unique point d'intersection A avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point A.
3. a. Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?
   b. Montrer que la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par $F(x) = x^2\left(\dfrac{3}{2} - \ln x\right)$ est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
   c. On désigne par $\mathcal{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.



Calculer en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de $\mathcal{D}$ puis, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.