∾ Baccalauréat ES 2011 ∾

L'intégrale de septembre 2010 à juin 2011

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires du commerce équitable en France, exprimé en millions d'euros.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $x_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires du commerce équitable en millions d'euros : $y_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	12	21	37	70	120	166	210	256

(Source : *M. H. leader du commerce équitable mondial*)

1. **a.** En 2007, le commerce de détail en France a généré un chiffre d'affaires de 447 milliards d'euros. (Source : INSEE). En 2007, quelle est la part du chiffre d'affaires du commerce équitable par rapport à celui du commerce de détail ? (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 0,001 %).

   b. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires du commerce équitable en France entre 2005 et 2008 (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 %).

Dans la suite de l'exercice, on souhaite estimer en quelle année le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007.

2. Ajustement affine

   a. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i~;~y_i\right)$ $(1 \leqslant i \leqslant 8)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 20 millions d'euros en ordonnée ; l'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré).

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D d'ajustement de y en x. Les coefficients seront arrondis au dixième. Tracer la droite D dans le repère précédent.

   c. En utilisant cet ajustement affine, à partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

3. Ajustement parabolique

   Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

   L'allure du nuage suggère de choisir un ajustement parabolique.
   On propose d'ajuster le nuage par la parabole P d'équation $y = 3x^2 + 7x - 4$, x étant un nombre réel supérieur ou égal à 1.
   En utilisant cet ajustement, en quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar).

Partie A

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1 200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise (on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés).

On note :

F l'évènement : « l'employé est une femme » ;

T l'évènement : « l'employé choisit le train ».

1. Calculer les probabilités $p(\text{F})$, $p(\text{T})$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train (on donnera les résultats sous forme décimale).
2. Expliquer ce que représente l'évènement $\text{F} \cap \text{T}$, puis calculer sa probabilité.

   Les évènements T et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme (on donnera le résultat arrondi au millième).

Partie B

Après l'étude des résultats de l'enquête, le comité d'entreprise choisit le train comme moyen de transport. Pour les employés inscrits à ce voyage, deux formules sont proposées :

- la formule n° 1 : voyage en 1$^{\text{e}}$ classe plus hôtel pour un coût de 150 € ;
- la formule n° 2 : voyage en 2$^{\text{e}}$ classe plus hôtel pour un coût de 100 €.

40 % des employés inscrits choisissent la formule n° 1.

Le comité d'entreprise propose une excursion facultative pour un coût de 30 €. Indépendamment de la formule choisie, 80 % des employés inscrits choisissent l'excursion facultative.

On interroge au hasard un employé inscrit à ce voyage. On note :

- U l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 1 » ;
- D l' évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 2 » ;
- E l' évènement : « l'employé inscrit choisit l'excursion facultative ».

1. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.
2. Montrer que la probabilité que l'employé inscrit choisisse la formule n° 2 et l'excursion facultative est égale à $0,48$.
3. Soit C le coût total du voyage (excursion comprise).
   - **a.** Déterminer les différentes valeurs possibles que peut prendre C.
   - **b.** Déterminer la loi de probabilité de C.

c. Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte $0,75$ *point. Une réponse fausse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f une fonction définie sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$.
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
Le tableau de variations de la fonction f est donné ci-dessous.

x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$\ln 2$		$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$2\ln 2 + 3$	$\nearrow$	$+\infty$

1. Dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, l'équation $f(x) = \mathrm{e}^2$ admet :

- aucune solution
- une unique solution
- deux solutions

2. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\ln(1,5)$ admet un coefficient directeur :

- strictement positif
- strictement négatif
- nul

3. $f[-\ln(2)]$ est égal à :

- $-2\ln(2) + 3$
- $\ln\left(\dfrac{1}{4}\right)$
- $-2\ln(2) + 1$

4. La courbe $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote d'équation :

- $y = 2x + 2$
- $y = 2x + 1$
- $x = 0$

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ par

$$f(x) = ax + b - \frac{16}{x} \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres réels.}$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.
La courbe représentative de f, donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées $(2\,;\,4)$.

1. **a.** Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$.

   b. En utilisant deux des quatre résultats de la question 1. a., déterminer les valeurs des réels a et b.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[1\,;\,6]$ par

$$f(x) = -4x + 20 - \frac{16}{x}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.

   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ en précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.
3. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ par

$$F(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x.$$

   a. Montrer que F est la primitive de la fonction f sur $[1\,;\,6]$ telle que $F(1) = 0$.

   b. En utilisant les résultats des questions précédentes, dresser le tableau de variations de la fonction F sur l'intervalle $[1\,;\,6]$, les valeurs seront arrondies au millième.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des pièces pour assemblage de moteurs qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 600 pièces. L'objectif est d'étudier le bénéfice quotidien réalisé par cette entreprise.

Une étude a montré que le bénéfice marginal quotidien de cette entreprise est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, appelée fonction « bénéfice marginal ». Pour x compris entre 1 et 6, x est exprimé en centaines de pièces fabriquées et vendues quotidiennement et $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

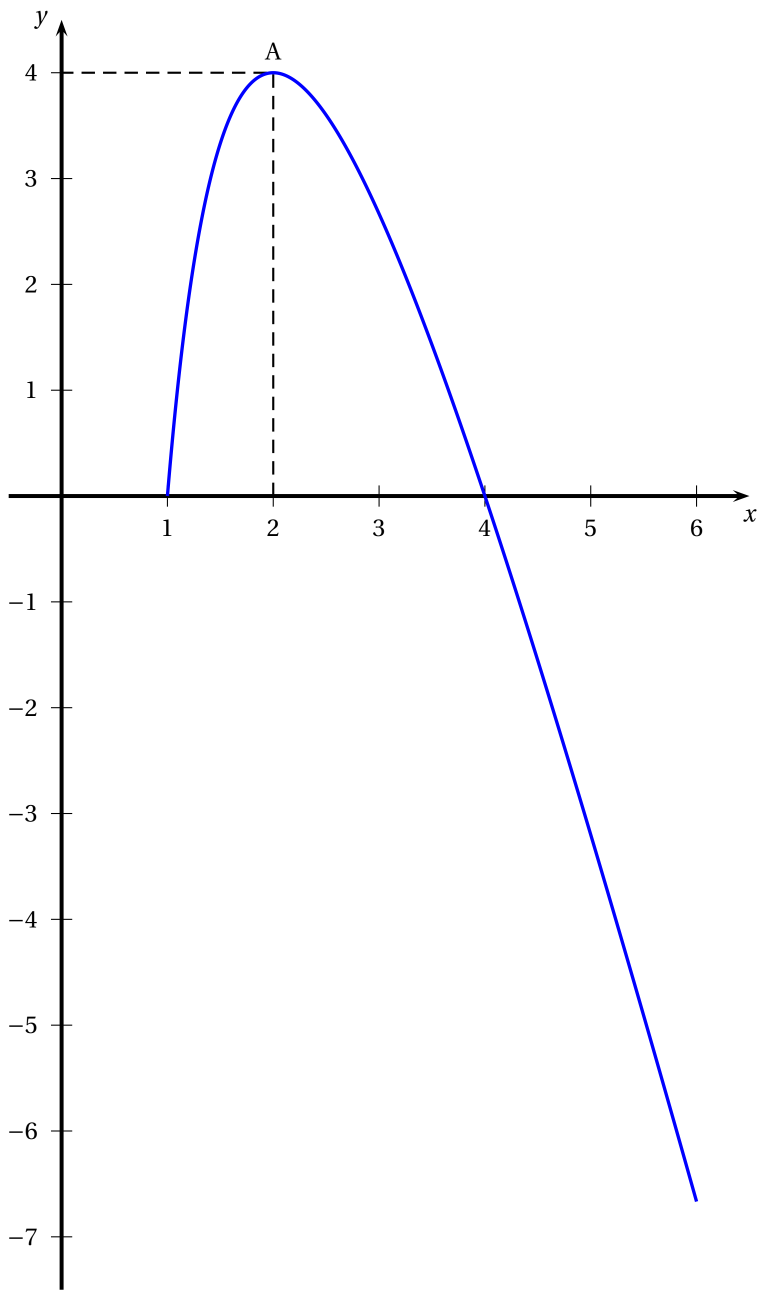
En économie, la fonction « bénéfice marginal » est considérée comme la dérivée d'une fonction appelée fonction « bénéfice ».
On sait de plus que le bénéfice de l'entreprise est nul pour la fabrication et la vente quotidienne de 100 pièces.

Dans ces questions toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. En déduire le bénéficie maximal (on donnera ce bénéfice maximal arrondi à l'unité d'euro).
2. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice supérieur à 3 000 € (on donnera le résultat arrondi à l'unité)

ANNEXE

Exercice 4



Baccalauréat ES Métropole–La Réunion 17 septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la population des personnes âgées de plus de 65 ans d'un certain pays en 2006.
Dans cette population :

- 58 % sont des femmes ;
- 5 % des personnes sont atteintes d'une maladie incurable appelée maladie $\mathscr{A}$ et parmi celles-ci les deux tiers sont des femmes.

On choisit au hasard une personne dans cette population.
On note :

F l'évènement : « la personne choisie est une femme » ;

H l'évènement : « la personne choisie est un homme » ;

A l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ » ;

$\overline{A}$ l'évènement : « la personne choisie n'est pas atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ ».

Les résultats seront arrondis au millième.

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement F et celle de l'évènement A.
   Donner la probabilité de l'évènement F sachant que l'évènement A est réalisé, notée $p_A(F)$.

   b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap F$ puis calculer sa probabilité.

   c. Montrer que la probabilité de l'évènement A sachant que F est réalisé est égale à $0,057$ à 10^{-3} près.
2. La personne choisie est un homme. Démontrer que la probabilité que cet homme soit atteint de la maladie $\mathscr{A}$ est égale à $0,040$ à 10^{-3} près.
3. Peut-on affirmer que, dans ce pays en 2006, dans la population des personnes âgées de plus de 65 ans, une femme risquait davantage de développer la maladie $\mathscr{A}$ qu'un homme ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est composé de deux parties :

- la partie I est un « vrai-faux » sans justification,
- la partie II est un questionnaire à choix multiples avec justification.

PARTIE 1 : Pour chacune des affirmations, **recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer sans justifier** si elle est vraie ou fausse.

Une réponse exacte rapporte 0,5 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.*

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2+3}{x-4} = +\infty$
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 3[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère. La tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 a pour équation $y = -6x+9$.
3. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2+5\right)$. Le nombre dérivé de la fonction f en 1 est $\dfrac{1}{3}$.
4. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x+1$. On définit la fonction g par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$. On affirme que la fonction g est définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

PARTIE II : Pour chacune des questions, une seule réponse parmi les trois est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question **et la réponse choisie correspondante** puis **justifier cette réponse**.
Chaque réponse exacte et justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Si pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $\mathrm{e}^{-x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x+1}$, alors la limite en $+\infty$ de $f(x)$ est :	$-\infty$	0	$+\infty$
2. $\dfrac{\ln\left(\mathrm{e}^2\right)}{\ln 16}$ est égal à :	$2\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}}{4}\right)$	$\dfrac{1}{2\ln 2}$	$2\ln\mathrm{e} - \ln 16$
3. $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \dfrac{\mathrm{e}^x}{\left(\mathrm{e}^x+1\right)^2}\,\mathrm{d}x$ est égale à :	$-\dfrac{1}{12}$	$\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$	$\dfrac{1}{12}$

EXERCICE 2 **5 points**

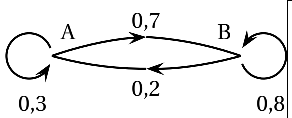
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses parmi les trois proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la question choisie.

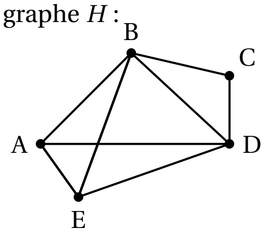
Partie 1 : Aucune justification n'est demandée

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k}\right)$, on désigne par (S) l'ensemble des points M de coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ tels que $z = 2x - y^2 + 1$ et par (P) le plan d'équation $2x + 3y - 5 = 0$.	**1. a.** La surface (S) passe par le point de coordonnées :		
	$(1\ ;\ -1\ ;\ 4)$	$(-1\ ;\ -1\ ;\ 0)$	$(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$
	1. b. La courbe de niveau de cote 3 de la surface (S) est :		
	une droite	une parabole	une hyperbole
	1. c. Le plan (P) :		
	contient le point de coordonnées $(0\ ;\ 0\ ;\ -5)$	est parallèle au plan $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\right)$	est parallèle à l'axe $\left(\text{O}\ ;\ \vec{k}\right)$
2. Soient G le graphe probabiliste ci-dessous et M la matrice de transition associée à ce graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique.			
	$M^2 = \begin{pmatrix}0,23 & 0,77\\0,22 & 0,78\end{pmatrix}$	$M = \begin{pmatrix}0,7 & 0,3\\0,8 & 0,2\end{pmatrix}$	$M = \begin{pmatrix}0,3 & 0,8\\0,2 & 0,7\end{pmatrix}$

Partie II : Recopier pour chaque question la réponse exacte et justifier celle-ci.

Chaque réponse exacte et bien justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. On considère le graphe H :  On peut affirmer que :	**a.**	Le graphe H admet une chaîne eulérienne.	Le graphe H admet un cycle eulérien.	Le graphe H est complet.
	b.	Le nombre chromatique du graphe est 3.	Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4.	Le graphe n'est pas connexe.
2. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = -0,4u_n + 1750$. On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1250$. Alors :		La suite (v_n) est arithmétique.	La suite (v_n) est géométrique.	La suite (u_n) est géométrique.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

On considère les fonctions f, g et h définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $[4\ ;\ 6]$ par :

$$f(x) = 100\left(\text{e}^x - 45\right),\ g(x) = 10^6\text{e}^{-x} \text{ et } h(x) = g(x) - f(x).$$

On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.

Résolution de l'équation $h(x) = 0$.

1. **a.** Démontrer que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   c. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.

2. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe (les résultats seront arrondis à la centaine la plus proche).

b. Sur la figure fournie en annexe, tracer la courbe représentative $\mathcal{C}_h$ de la fonction h dans le plan muni d'un repère orthogonal.

c. Placer α sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la valeur exacte du nombre réel α est égale à $3\ln 5$ *où* ln *désigne la fonction logarithme népérien.*

Partie B : Application économique

Les fonctions f et g définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit de prix unitaire x, compris entre 4 et 6 euros :

- $f(x)$ est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire x ;
- $g(x)$ la quantité, exprimée en kilogrammes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire x.

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de x pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé au centime d'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ? Justifier.

2. Quelle quantité de produit, exprimée en kilogrammes, correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

L'évolution de la population de bouquetins des Alpes, dans le Parc National de la Vanoise depuis sa création, est donnée par le tableau suivant :

On note X_i l'année, l'indice i étant un nombre entier variant de 1 à 8.

On note x_i le rang de l'année par rapport à 1960 : $x_i = X_i - 1960$.

On désigne par y_i le nombre de bouquetins l'année X_i.

Année X_i	1963	1976	1986	1993	1997	1998	2003	2005
Rang de l'année x_i	3	16	26	33	37	38	43	45
Nombre de bouquetins y_i	65	500	700	1 250	1 453	1 800	2 066	2 568

(Source : http ://www.bouquetin-des-alpes.org/populations/vanoiselvanoise.htm)

On se place dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :

- 5 cm pour 10 années sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 200 bouquetins sur l'axe des ordonnées.

On note M_i le point de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

Ainsi M_1 a pour coordonnées (3 ; 65) et M_3 a pour coordonnées (26 ; 700).

1. En disposant la feuille de papier millimétrée dans le sens de la longueur pour les abscisses, représenter le nuage des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.

2. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage formé par les six points M_3, M_4, M_5, M_6, M_7 et M_8.

On admet qu'un ajustement affine de ce sous-nuage est justifié et que la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés pour ce sous-nuage a pour équation $y = 92,6x - 1\,787$.

a. Tracer cette droite D sur le graphique précédent.

b. Estimer, avec cet ajustement affine, le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir dans le Parc National de la Vanoise en 2010.

3. Dans cette question, on s'intéresse au nuage constitué des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.

L'allure de ce nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel de la série.

a. On pose $z_i = \ln y_i$.

Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.

b. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\text{e}^{Bx}$, A étant arrondi à l'unité et B au centième.

c. En utilisant cette modélisation, calculer le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir en 2010 dans le Parc.

d. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

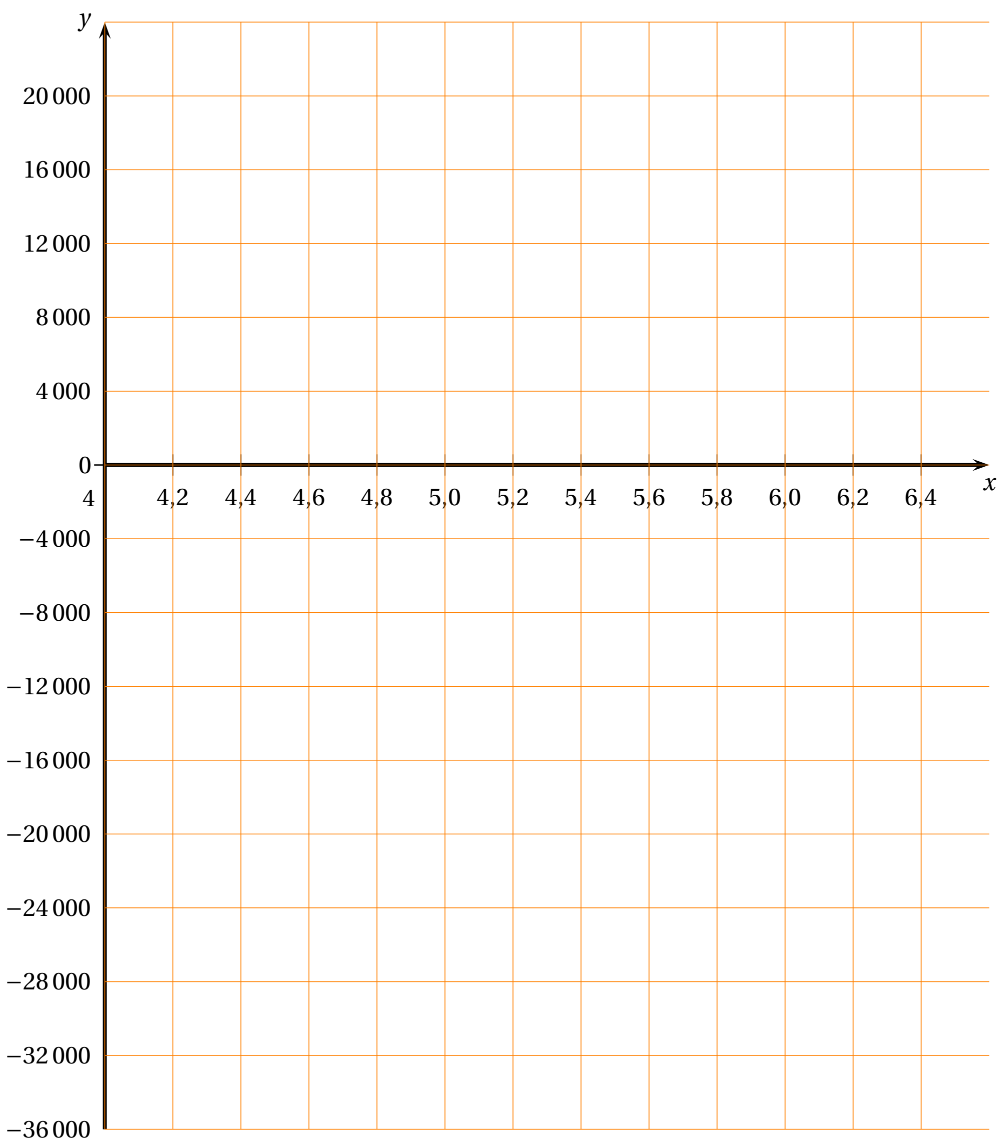
En utilisant cette modélisation, à partir de quelle année la population de bouquetins dépassera-t-elle 5 000 unités ?

Annexe de l'exercice 3 à rendre avec la copie

Tableau à compléter

x	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400					−3 600	−8 100			−25 500	−33 400

Graphique à compléter



Durée : 3 heures

∾ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2010 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un nom de domaine, sur Internet, est constitué de deux éléments :

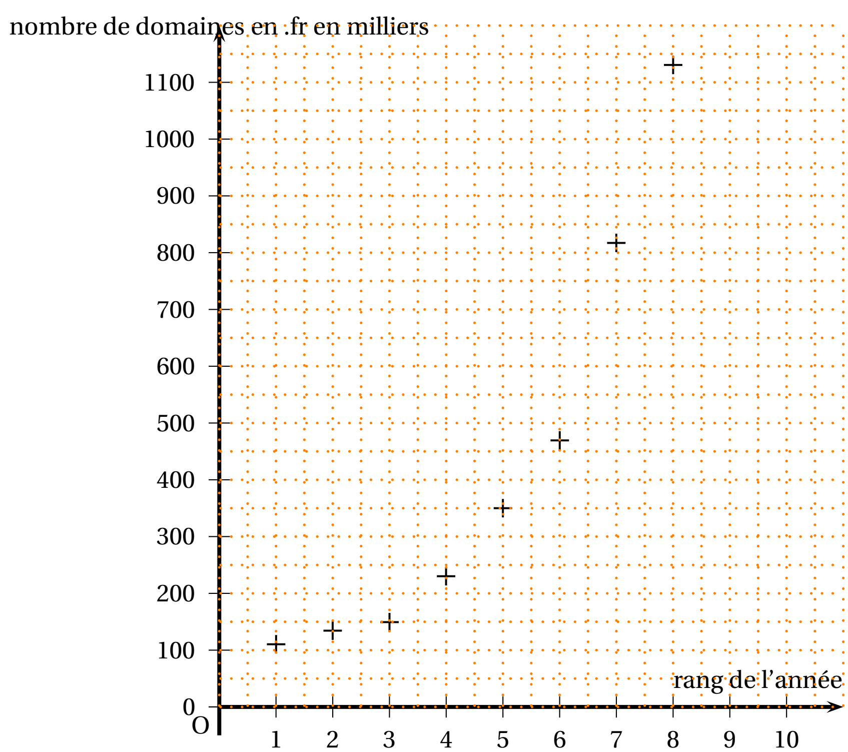
- un nom (celui d'une société, d'une marque, d'une association, d'un particulier. ..) ;
- une extension (appelée aussi suffixe) : .fr, .de, .ca, .jp, .net, .com, .org, etc.

Le tableau ci-dessous donne, en milliers, le nombre de domaines en « .fr » gérés par l'AFNIC (*Association Française pour le Nommage Internet en Coopération*), organisme qui centralise les noms de domaine Internet, pour les mois de juin des années 2001 à 2008 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i de l'année $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i des domaines en « .fr », en milliers, $1 \leqslant i \leqslant 8$	105,045	128,927	143,741	224,452	344,465	463,729	811,674	1 125,161

(Source : AFNIC, 2009)

Le nuage de points associé à cette série statistique est donné ci-dessous.



1. Calculer, en pourcentage, l'augmentation du nombre de domaines en « .fr »entre juin 2001 et juin 2002, arrondi à 1 %.
2. **a.** Expliquer pourquoi un ajustement affine de y en x ne semble pas justifié.

   On cherche alors un ajustement exponentiel.

b. Pour tout $1 \leqslant i \leqslant 8$, on pose $z_i = \ln y_i$.

Recopier sur votre copie et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln y_i$								

c. À l'aide de la calculatrice et en utilisant les données du tableau précédent, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au centième).

d. En déduire que $y = 60,34\text{e}^{0,35x}$ où les coefficients sont arrondis au centième, est une ajustement exponentiel possible.

3. **a.** En utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., quel est le nombre estimé de domaines en « .fr »en juin 2009 ? (le résultat sera arrondi au millier).

b. Si l'erreur commise en utilisant le modèle proposé est inférieure à 1 %, on considère que le modèle est pertinent.

En réalité, le relevé de juin 2009 de l'AFNIC indiquait 1 412 652 domaines en « .fr ». Le modèle proposé est-il pertinent ?

4. **a.** Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $60,34\text{e}^{0,35x} \geqslant 10\,000$ (le résultat sera arrondi au dixième).

b. En déduire, en utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., à partir du mois de juin de quelle année le nombre de « domaines en .fr » dépassera 10 millions.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

« Un geste qui sauve : en France, chaque année, 55 000 personnes sont victimes d'un accident cardio-vasculaire. Sept fois sur dix, ces accidents surviennent devant témoin. » (*Source : TNS / Fédération Française de Cardiologie, 2009*).
En 2009, environ 36 % de la population française a appris à accomplir les gestes qui sauvent.

Partie 1

Lors d'un accident cardio-vasculaire devant témoins, on admet que la proportion de témoins formés aux gestes qui sauvent suit la proportion nationale.
La probabilité qu'un accident cardio-vasculaire se produise devant un témoin formé aux gestes qui sauvent est de 0,25.
Lorsque l'accident cardio-vasculaire s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent, la probabilité que le malade survive est 0,1.
Sinon, la probabilité que le malade survive est de 0,007.

On appelle T l'évènement : « L'arrêt cardiaque s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent ».
On appelle S l'évènement : « Le malade survit à l'arrêt cardiaque ».
On appelle $\overline{\text{T}}$ et $\overline{\text{S}}$ les évènements contraires à T et à S.

Rappel de notation : si A et B sont deux évènements donnés, $p(\text{A})$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_{\text{B}}(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On pourra s'aider d'un arbre pondéré. Les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer, d'après l'énoncé, $p(\text{T})$, $p_{\text{T}}(\text{S})$ et $p_{\overline{\text{T}}}(\text{S})$.

2. En déduire $p(\text{T} \cap \text{S})$.

3. Vérifier que la valeur arrondie au centième de $p(\text{S})$ est 0,03.

4. Interpréter ces deux derniers résultats.

5. Justifier que le nombre de victimes d'accidents cardiaques survivant à cet accident peut s'estimer à environ 1 650.

Partie 2

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En 2015 tous les lieux publics (stades, centres commerciaux, ...) seront équipés en défibrillateurs. Par ailleurs, un sondage montre qu'environ 71 % de la population souhaite se former à accomplir les gestes qui sauvent. Si ce taux de formation est atteint :

- la probabilité que l'accident cardiaque survienne devant un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de $0,5$;
- la probabilité de survie en cas d'intervention d'un témoin formé aux gestes qui sauvent serait augmentée à $0,25$, et $0,046$ sinon.

Déterminer combien de vies supplémentaires pourraient être sauvées si ces conditions étaient satisfaites.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

x	2		3		10		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	$-\infty$		6		-5		4

On suppose de plus que $f(5) = 0$ et que $f'(5) = -2$.

1. À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes. **Aucune justification n'est demandée.**

a. Quelles sont les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition ?

Interpréter graphiquement les résultats.

b. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.

c. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$ sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$?

2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ par : $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.

a. Calculer $g(5)$.

b. Calculer la limite de la fonction g en 2.

c. Déterminer le sens de variations de g sur l'intervalle $[3\ ;\ 10]$, en justifiant la réponse.

d. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 5.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\ 4]$.
3. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;\ 4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α.

   Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;4]$.
4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par :

   $$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

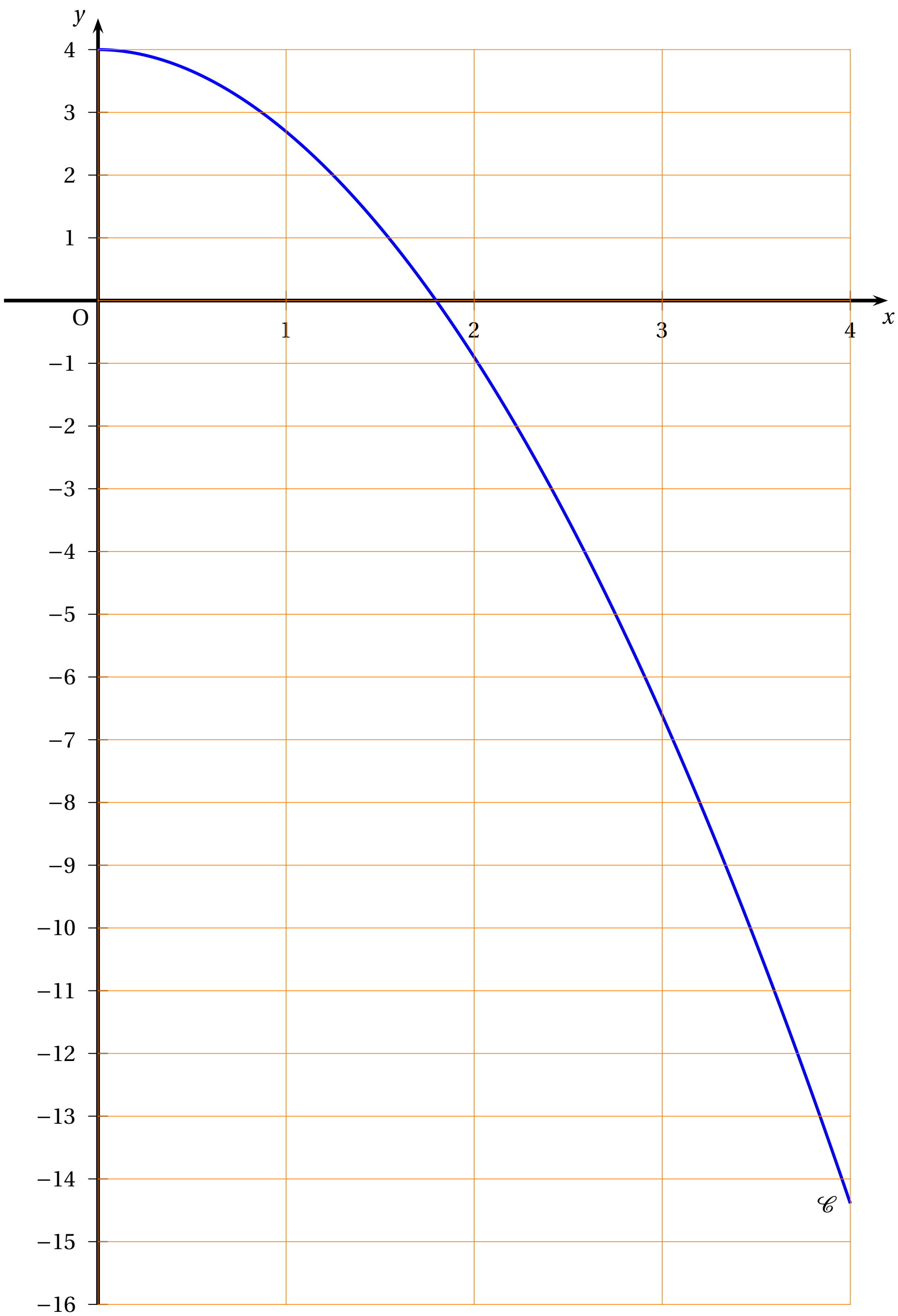
   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.
5. Soit $\mathscr{A}$ l' aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

   a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur la figure fournie en annexe.

   b. Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\mathscr{A}$.

   c. Calculer la valeur exacte en unités d'aire de $\mathscr{A}$. Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE à rendre avec la copie
Exercice 4



Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2010

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

On se propose d'étudier l'évolution des productions d'électricité d'origines hydraulique et éolienne depuis 1999.
Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A : Production d'électricité d'origine hydraulique

Le tableau suivant donne la production d'électricité d'origine hydraulique en France pour plusieurs années entre 2000 et 2005.

Année	2000	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i :	0	2	3	4	5
Production en GWh y_i :	71 593	65 826	64 472	65 393	57 271

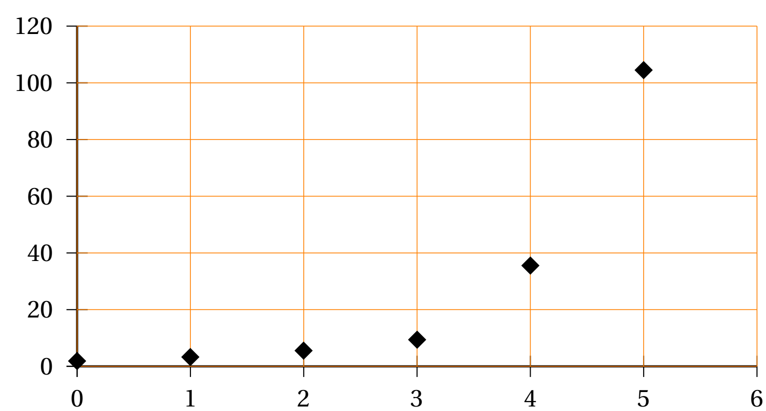
1. Représenter, dans le plan muni d'un repère orthogonal, le nuage de points associés à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ définie ci-dessus.
On utilisera une feuille de papier millimétré et on choisira comme unités graphiques 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 10 000 GWh sur l'axe des ordonnées. On débutera la graduation sur l'axe des ordonnées à 50 000.
2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation $y = mx + p$ de la droite d d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, les coefficients m et p seront arrondis au dixième.
   b. Placer le point G et tracer la droite d sur le graphique précédent.

Partie B : Production d'électricité d'origine éolienne

Le tableau suivant donne la capacité de production d'électricité d'origine éolienne installée enFrance de 2003 à 2008.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i :	0	1	2	3	4	5
Puissance installée en MWh y_i :	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5

1. Ces données sont représentées par le nuage de points ci-après :



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent.
L'allure du nuage suggère de rechercher un ajustement exponentiel de y en x.
Pour cela on pose pour tout entier naturel i compris entre 0 et 5 :

$$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$$

Dans les questions a et b suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Puissance installée : y_i	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5
$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$						

b. Déterminer une équation de la droite d' d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés.

c. Sachant que $z = \ln\left(\frac{y}{100}\right)$, déterminer l'expression de y sous la forme $k\mathrm{e}^{ax}$ où k et a sont des nombres réels à calculer.

2. On suppose que l'évolution de la puissance installée se poursuit dans un avenir proche selon le modèle précédent.
Estimer, au centième de MWh près, la puissance installée prévue pour l'année 2010.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.
Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ par $f(x) = x^2$. Sa valeur moyenne sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ est :

- $\mu = 4,5$
- $\mu = 3$
- $\mu = \frac{1}{3}$
- $\mu = -3$

2. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2 + x + 1\right)$, f' désigne sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.
Alors :

- $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

3. La primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x}$ telle que $F(1) = 1$ vérifie :

- $F(x) = \dfrac{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2} - \dfrac{17}{3}$
- $F(x) = x^2 - 1 + 3\ln x$
- $F(x) = x^2 - x + 3\ln x + 1$
- $F(x) = 2 - \dfrac{3}{x^2} + 1$

4. f est la fonction définie sur l'intervalle $\text{I} =]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5}{x}$, on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan. L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$ est égale à :

   - $5\ln 2$
   - $\ln 10 - \ln 5$
   - $3,466$
   - $\ln\left(\dfrac{2}{5}\right) - \ln\left(\dfrac{1}{5}\right)$

5. La limite de la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} =]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2 - x - \ln x$ lorsque x tend vers $+\infty$ est :

   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

Exercice 2 **5 points**

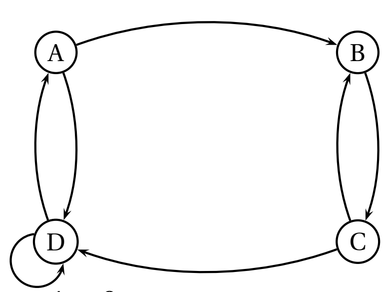
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.*
Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. Les points A $(1\,;2\,;3)$, B$(3\,;2\,;1)$ et C $(1\,;1\,;1)$ sont trois points de l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. Le plan (ABC) est parallèle au plan P d'équation :
   - $x + y - z = 0$
   - $y = \dfrac{1}{2}$
   - $x + y + z - 1 = 0$
   - $x - 2y + z + 3 = 0$

2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n}{1 + n}$. Cette suite :
   - a pour limite $\dfrac{1}{n}$
   - a pour limite 0
   - a pour limite 1
   - n'a pas de limite

3. Le graphe ci-contre admet exactement n chaînes de longueur 4 allant de A vers B avec :
   - $n = 1$
   - $n = 3$
   - $n = 5$
   - $n = 8$

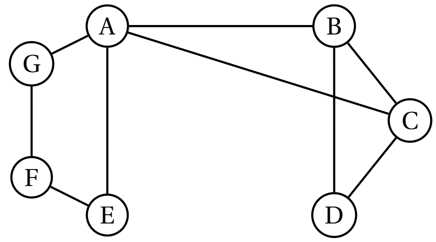


4. La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{4n + 3}{n + 1}$:
   - n'est pas monotone
   - n'admet pas de limite

- est croissante
- est majorée par 0

5. Le graphe ci-dessous a un nombre chromatique κ égal à :

- 2
- 3
- 4
- 5



EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on appellera motard tout conducteur d'une moto dont la cylindrée est supérieure à 50 cm^3. Ces motards se décomposent en deux catégories :

– la catégorie A définie par le fait que les motards conduisent une moto de cylindrée 125 cm^3 ou plus,
– la catégorie B définie par le fait que les motards conduisent une moto d'une cylindrée strictement inférieure à 125 cm^3.

La moto peut être de type *sportive* ou *routière*.

On considère que :

- ceux de la catégorie A représentent 44 % de l'ensemble des motards
- 65 % de ceux de la catégorie B possèdent une moto de type sportive.

On interroge au hasard un motard et on note :

A : l'évènement « le motard est de la catégorie A »,
B : l'évènement « le motard est de la catégorie B »,
S : l'évènement « la moto est de type sportive »,
R : l'évènement « la moto est de type routière ».

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous forme décimale et arrondis au millième. On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le motard interrogé soit dans la catégorie B et conduise une moto de type routière est égale à $0,196$.
2. 36,6 % des motos sont de type routière.
   Quelle est la probabilité que le motard choisi conduise une moto de type sportive et soit dans la catégorie A ?
3. Quelle est la probabilité qu'un motard soit dans la catégorie B sachant qu'il conduit une moto de type routière ?
4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois motards. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux soit de la catégorie B ?

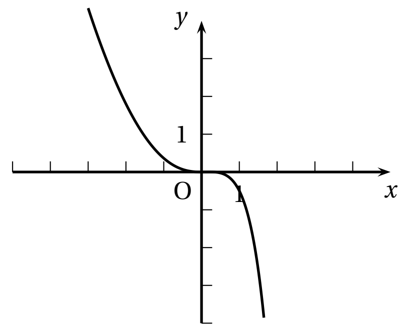
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction numérique f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x, on ait :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - x^2\text{e}^{x-1}.$$

On note f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.
Le graphique ci-après est la courbe représentative de cette fonction telle que l'affiche une calculatrice dans un repère orthogonal.



1. Quelle conjecture pourrait-on faire concernant le sens de variation de f sur l'intervalle $[-3 ; 2]$ en observant cette courbe ?

Dans la suite du problème, on va s'intéresser à la validité de cette conjecture.

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = xg(x)$ où $g(x) = 1 - (x+2)\mathrm{e}^{x-1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Pour la suite, on admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.

3. Étude du signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

a. Calculer les limites respectives de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers $-\infty$.

On pourra utiliser sans la démontrer l'égalité : $g(x) = 1 - \dfrac{x\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}}$.

b. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs du nombre réel x.

c. En déduire le sens de variation de la fonction g puis dresser son tableau de variation en y reportant les limites déterminées précédemment.

d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution dans $\mathbb{R}$. On note α cette solution. Justifier que $0,20 < \alpha < 0,21$.

e. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

4. Sens de variation de la fonction f

a. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

b. En déduire le sens de variation de la fonction f

c. Que pensez-vous de la conjecture de la question 1 ?

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾ novembre 2010

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. Dans cette question aucune justification n'est demandée, tous les tracés demandés seront effectués sur le repère orthonormal fourni en annexe 2 qui sera rendu avec la copie.

On souhaite tracer la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f satisfaisant les conditions suivantes :

– La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
– Le maximum de la fonction f est 5, il est atteint pour $x = 0$.
– Le minimum de la fonction f est 1.
– La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
On note f' la fonction dérivée de f et on sait que $f'(0) = -3$, $f(6) = 3$ et $f'(6) = 2$.
– Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

a. Compléter le tableau de variations de la fonction f, fourni en annexe 1. On fera figurer dans le tableau les images par f de 0, de 4 et de 6.

b. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 6.

c. Tracer dans le repère fourni en annexe 2 la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus.

On placera les points d'abscisses 0, 4, 6 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

2. Dans cette question toute réponse doit être justifiée.

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.

Compléter le tableau de variation de la fonction g fourni en annexe 3.

On précisera les valeurs de $g(0)$, $g(4)$ et $g(6)$.

b. Déterminer $g'(0)$.

EXERCICE 2 **6 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la répartition des contributions au financement des soins et des biens médicaux sur la période 2004-2008. Les valeurs sont données en pourcentage.

	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Sécurité sociale et autres financements	91,7	91,6	91,1	91	90,6
Ménages y_i	8,3	8,4	8,9	9,0	9,4
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : DREES, Comptes de la santé. ÉTUDES et RÉSULTATS n° 701 - septembre 2009

Par exemple en 2004, la contribution de la sécurité sociale et des autres organismes financeurs s'est élevée à 91,7 % du financement des soins et des biens médicaux et les ménages ont financé 8,3 % de ces soins et biens médicaux.

Partie A : Étude en pourcentages

y_i désigne la part en pourcentage financée par les ménages lors de l'année de rang x_i.

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i entier variant de 0 à 4.

   On placera l'origine du repère à 0 en abscisse et 8 en ordonnée. On prendra pour unités : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 5 cm pour 1 % en ordonnées.
2. La forme du nuage de points permet de considérer qu'un ajustement affine est justifié.
   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Représenter la droite D dans le repère précédent.
3. On suppose que l'évolution constatée sur la période 2004-2008 se poursuit en 2009 et en 2010. Justifier par un calcul qu'avec cet ajustement affine, on peut prévoir une part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux de 9,92 % en 2010.

Partie B : Étude en valeurs

1. La dépense de soins et de biens médicaux était de 140 milliards d'euros en 2004.

   Calculer la somme versée par les ménages pour financer les soins et les biens médicaux en 2004.
2. La dépense de soins et de biens médicaux était de 170,5 milliards d'euros en 2008. On fait l'hypothèse d'une croissance de la dépense de soins et de biens médicaux de 3 % en 2009 et à nouveau de 3 % en 2010.
   a. Déterminer la dépense de soins et de biens médicaux en 2010. (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)
   b. Quelle somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux peut-on prévoir pour l'année 2010 ? (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)

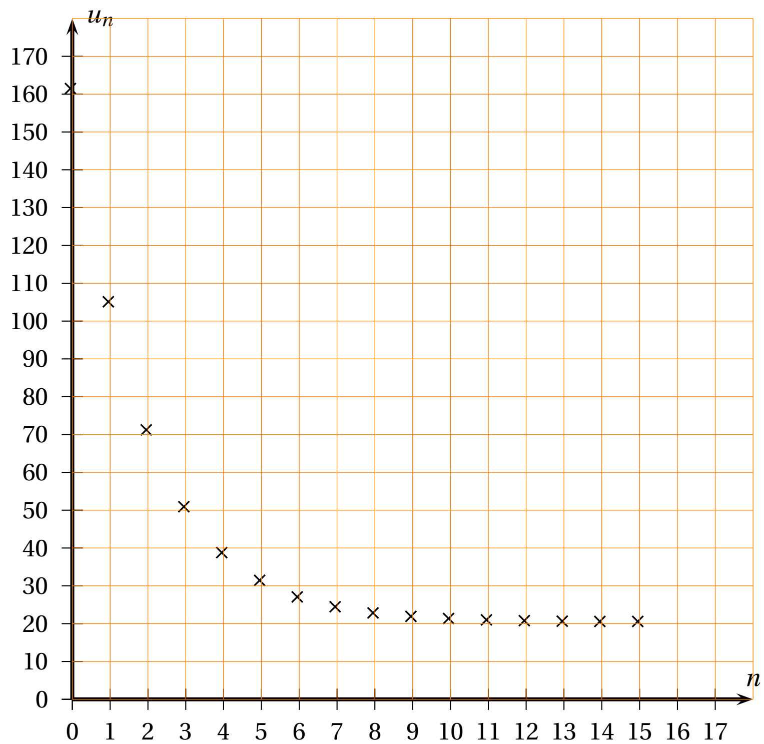
EXERCICE 2 **6 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

A - Observation d'une suite de nombres

1. On donne ci-dessous la représentation graphique des 16 premiers termes d'une suite (u_n) dans le plan muni d'un repère orthogonal.

   Conjecturer la limite de la suite (u_n).
2. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) ont été calculés avec un tableur :

n	u_n
0	161
1	104,6
2	70,76
3	50,456



La suite (u_n) peut-elle être une suite géométrique ? On justifiera la réponse donnée.

B - Étude de la suite

La suite (u_n) observée dans la partie A est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,6u_n + 8$ et $u_0 = 161$.

1. Calculer u_4.
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. On précisera le premier terme et la raison.
3. Donner l'expression de v_n en fonction de n, puis l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

EXERCICE 3 **4 points**

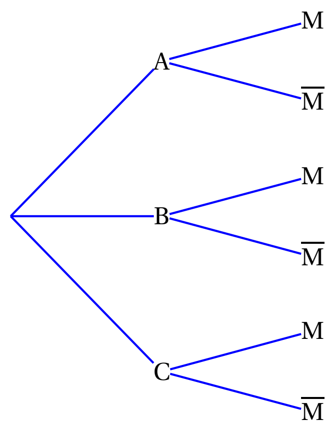
Commun à tous les candidats

Une université fait passer un test à ses étudiants. A l'issue du test chaque étudiant est classé dans l'un des trois profils A, B et C définis ci-dessous.
50 % des étudiants ont le profil A : ils mémorisent mieux une information qu'ils voient (image, diagramme, courbe, film ...).
20 % des étudiants ont le profil B : ils mémorisent mieux une information qu'ils entendent.
30 % des étudiants ont le profil C : ils mémorisent aussi bien l'information dans les deux situations.

À la fin de la session d'examen de janvier on constate que
70 % des étudiants ayant le profil A ont une note supérieure ou égale à 10,
75 % des étudiants ayant le profil B ont une note supérieure ou égale à 10,
85 % des étudiants ayant le profil C ont une note supérieure ou égale à 10.

On choisit de manière aléatoire un étudiant de cette université. On note
A l'évènement « l'étudiant a le profil A »,
B l'évènement « l'étudiant a le profil B »,
C l'évènement « l'étudiant a le profil C »
M l'évènement « l'étudiant a une note supérieure ou égale à 10 » et $\overline{\text{M}}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondie au millième.

2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.
3. Démontrer que $P(\text{M}) = 0,755$.
4. Calculer la probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.
5. On choisit quatre étudiants au hasard. On admet que le nombre d'étudiants est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à quatre tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité qu'exactement trois de ces étudiants soient du profil C.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[1\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = \ln x - \frac{1}{2}.$$

1. Étudier les variations de g sur $[1\ ;\ +\infty[$.
2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans $[1\ ;\ +\infty[$.
3. En déduire que $g(x) > 0$ si et seulement si $x > \sqrt{\text{e}}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2.$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

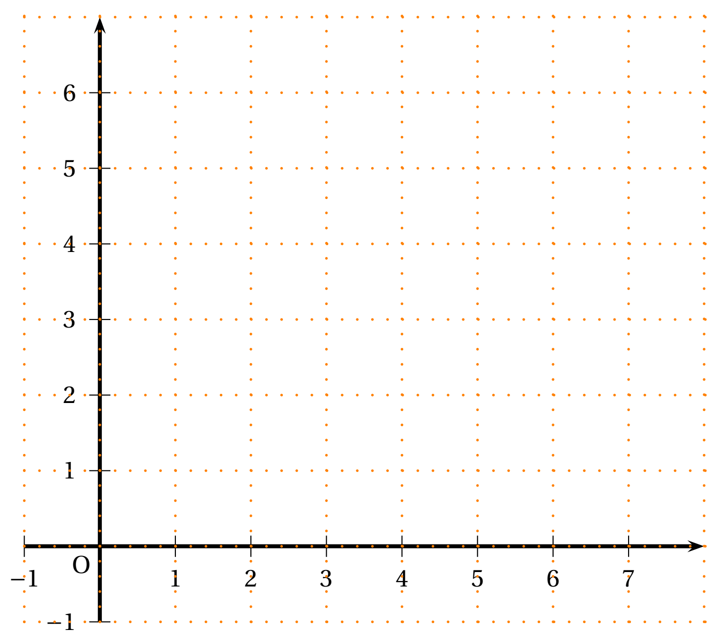
2. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.
   a. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1~;~+\infty[$, $f'(x) = 4xg(x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1~;~+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[1~;~+\infty[$.
3. **a.** Montrer que, dans l'intervalle $[2~;~3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α.
   b. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

Annexes – à rendre avec la copie

annexe 1

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f					

annexe 2



annexe 3

x	0	4	6
variations de g			

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie mars 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'un sondage organisé dans différents pays de l'Union Européenne sur une population comportant 52 % de femmes et 48 % d'hommes, on a posé la question suivante : « Qu'est-ce qui renforcerait le plus votre sentiment d'être un citoyen européen ? »
31 % des femmes interrogées et 34 % des hommes interrogés ont répondu qu'un système européen de protection sociale serait l'élément qui renforcerait le plus leur sentiment d'être un citoyen européen.
(*Source : « le futur de l'Europe », Commission Européenne, sondage réalisé en mars 2006*)

On prélève au hasard la réponse d'une personne prise au hasard parmi les réponses des personnes interrogées lors de ce sondage.
On appelle :

- H : l'évènement « la réponse est celle d'un homme ».
- F : l'évènement « la réponse est celle d'une femme ».
- S : l'évènement « la réponse est un système de protection social européen ».

1. Dessiner un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'une réponse du sondage soit celle d'un homme souhaitant avoir un système de protection social européèn. On donnera la valeur exacte.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est 0,324 4.
4. Sachant que la personne souhaite avoir un système de protection social européen, calculer la probabilité, arrondie au millième, que ce soit une femme.
5. On choisit au hasard trois réponses de ce sondage.

   On admet que le nombre de réponses est suffisamment grand pour assimiler le choix de trois réponses à des tirages successifs indépendants avec remise Déterminer la probabilité qu'au moins deux des trois réponses soient « avoir un système de protection social européen ». *On arrondira le résultat au millième.*

EXERCICE 2 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c.
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Barème : une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f la fonction définie pour tout réel x appartenant à $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,5\right[$ par

$$f(x) = -x + 2 + \ln(2x + 1)$$

et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point :

   a. $A\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{3}{2}+\ln 2\right)$ **b.** $B(0\,;\,2)$ **c.** $C\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}+\ln 2\right)$

2. La limite de f en $-\frac{1}{2}$ est égale à :

   a. $\frac{5}{2}$ **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$

3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ 5\right[$ est égal à :

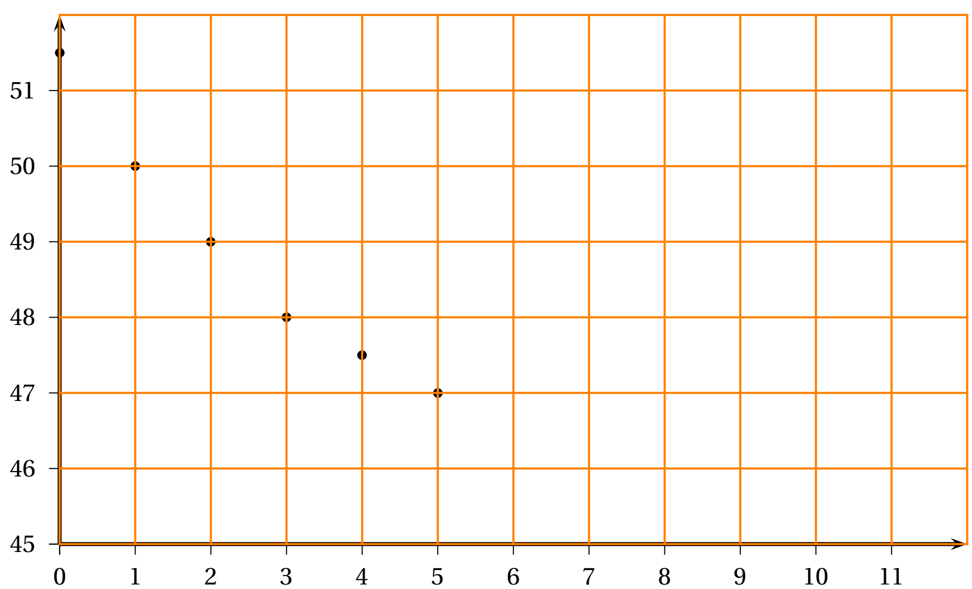
   a. 0 **b.** 1 **c.** 2

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le nombre de clients ayant fréquenté un restaurant donné pour la période 2000 - 2005.
Chaque année est remplacée par son rang x_i et le nombre de clients correspondant y_i est donné en centaines.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre y_i	51,5	50	49	48	47,5	47

Le graphique ci-dessous donne le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ avec i compris entre 0 et 5.



Partie A

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation $y = ax + b$ de la droite D d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.
   Les coefficients a et b seront arrondis au centième. Aucune justification n'est demandée.
2. Tracer la droite D dans le repère de l'annexe 1.

3. En utilisant ce modèle, quel nombre de clients pouvait-on prévoir pour les années 2006 et 2007 ?

Partie B

Une étude plus récente a permis d'obtenir le nombre de clients pour la période 2006 - 2009. Ces résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Année	2006	2007	2008	2009
Rang x_i	6	7	8	9
Nombre y_i	47	47,2	47,5	47,9

1. **a.** À l'aide de ces valeurs compléter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de la série statistique sur le document de l'annexe 1.

   b. Le modèle d'ajustement trouvé dans la partie A vous paraît-il pertinent pour la période 2006–2009 ? Justifier la réponse.

2. On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,9]$ par

$$f(x) = 2x + 15 + \mathrm{e}^{-0,1x+3,6}.$$

On choisit un nouveau modèle d'évolution : on prend le nombre $f(x)$ comme estimation du nombre de centaines de clients de ce restaurant au cours de l'année $2000 + x$.

   a. Calculer $f(7)$.

   Le choix de ce modèle d'évolution semble-t-il pertinent pour l'année 2007 ?

   b. D'après ce modèle d'évolution, à combien peut-on estimer le nombre de clients qui fréquenteront le restaurant en 2010 ? (*On donnera le résultat arrondi à la centaine de clients*).

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

L'entreprise CoTon produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en 1 mètre de large et pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.
Le coût total de production en euros de l'entreprise CoTon est donné en fonction de la longueur x par la formule

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750.$$

Le graphique de l'annexe 2 donne la représentation graphique de la fonction C.

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Partie A : Étude du bénéfice

Si le marché offre un prix p en euros pour un kilomètre de ce tissu, alors la recette de l'entreprise CoTon pour la vente d'une quantité x est égal à $R(x) = px$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_1 d'équation $y = 400x$.
   Expliquer, au vu de ce tracé, pourquoi l'entreprise CoTon ne peut pas réaliser un bénéfice si le prix p du marché est égal à 400 euros.
2. Dans cette question on suppose que le prix du marché est égal à 680 euros.

   a. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_2 d'équation $y = 680x$.
   Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, pour quelles quantités produites et vendues, l'entreprise CoTon réalise un bénéfice si le prix p du marché est de 680 euros.

b. On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\ 10]$ par

$$B(x) = 680x - C(x).$$

Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;10]$ on a :

$$B'(x) = -45x^2 + 240x + 180.$$

c. Étudier les variations de la fonction B sur $[0\,;10]$.
En déduire pour quelle quantité produite et vendue le bénéfice réalisé par l'entreprise CoTon est maximum. Donner la valeur de ce bénéfice.

Partie B : Étude du coût moyen

On rappelle que le coût moyen de production C_M mesure le coût par unité produite.
On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

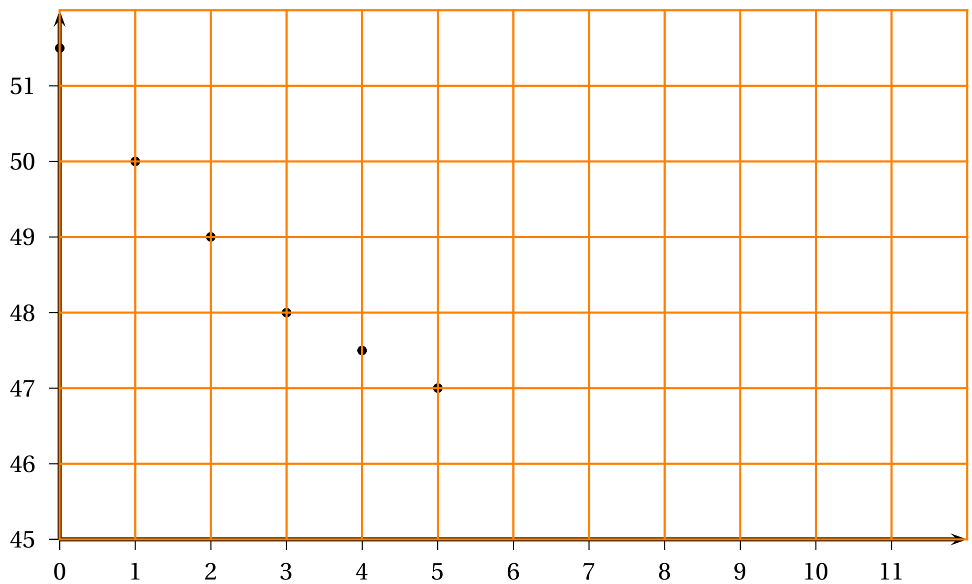
1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;10]$ on a :

$$C'_M(x) = \frac{30(x-5)\left(x^2+x+5\right)}{x^2}.$$

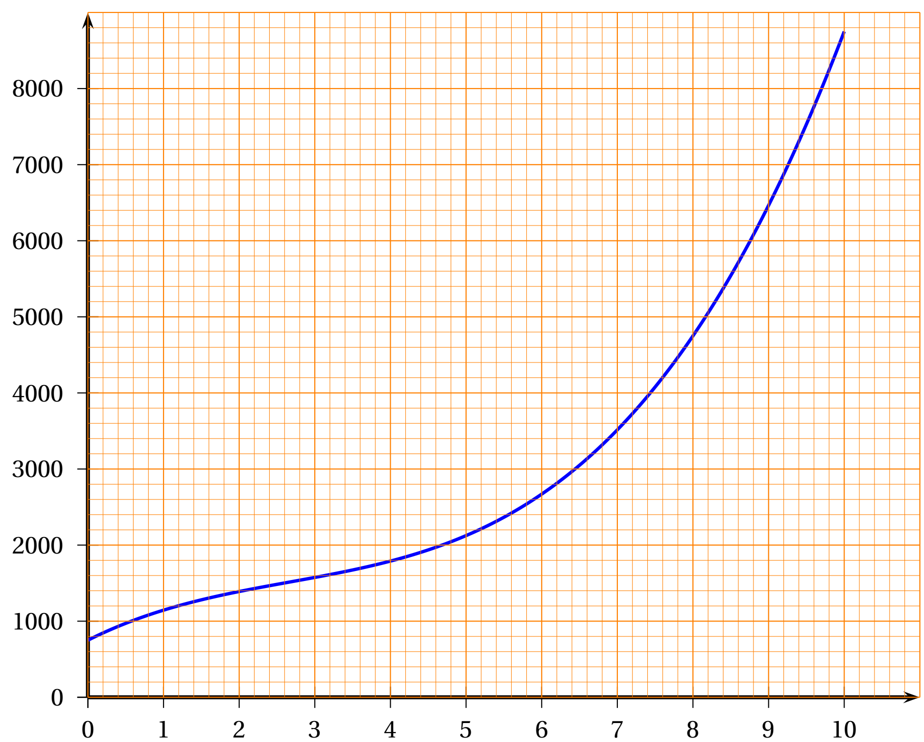
2. **a.** Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;10]$, $C'_M(x)$ est du signe de $(x-5)$.
En déduire les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]0\,;10]$.

b. Pour quelle quantité de tissu produite le coût moyen de production est-il minimum ?
Que valent dans ce cas le coût moyen de production et le coût total ?

Annexe 1 (exercice 3) – à rendre avec la copie



Annexe 2 (exercice 4) – à rendre avec la copie



EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert :

- un assortiment de macarons, choisi par 50 % des clients ;
- une part de tarte tatin, choisie par 30 % des clients.

20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :

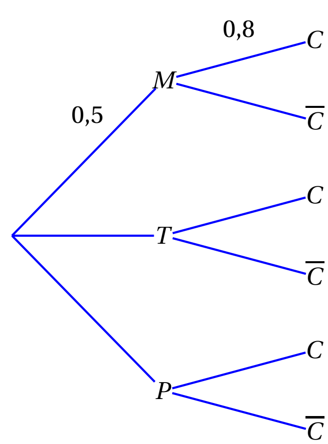
- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.

On note :

- M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T l'évènement : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C l'évènement : « Le client prend un café » et $\overline{C}$ l'évènement contraire de C.

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ et celle de $P_T(C)$, probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.
2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3. **a.** Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$ puis calculer $p(M \cap C)$.

   b. Montrer que $p(C) = 0,76$.
4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ? (*On donnera le résultat arrondi au centième*).
5. Un assortiment de macarons est vendu 6 €, une part de tarte tatin est vendue 7 €, et un café est vendu 2 €.

   Chaque client prend un plat (et un seul) au prix unique de 18 €, ne prend pas plus d'un dessert ni plus d'un café.

a. Quelles sont les six valeurs possibles pour la somme totale dépensée par un client ?

b. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme totale dépensée par un client :

Sommes s_i	18	20	24	...	...	...
$p(s_i)$	0,02	0,18	...			

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

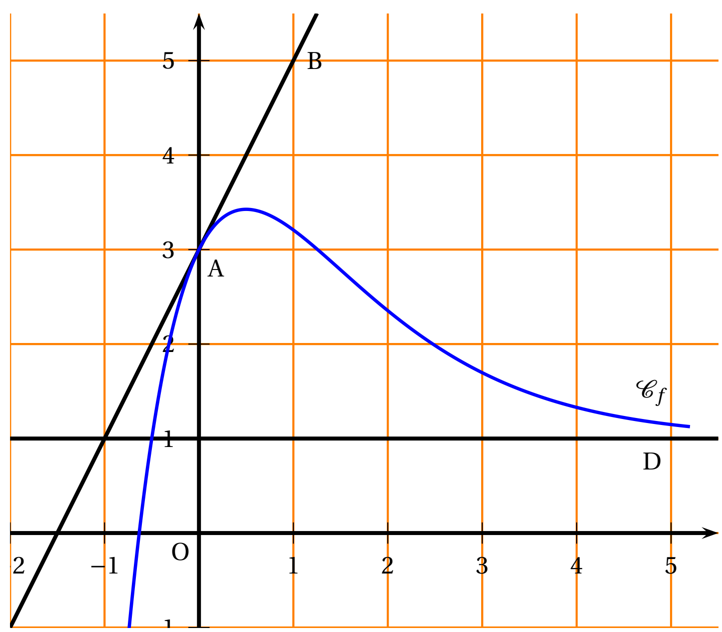
EXERCICE 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note f' la fonction dérivée de f.

- La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A(0 ; 3) passe par le point B(1 ; 5).
- La droite D d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.



1. En utilisant les données et le graphique, préciser :

a. La valeur du réel $f(0)$ et la valeur du réel $f'(0)$.

b. La limite de la fonction f en $+\infty$.

2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A .

3. Préciser un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

4. On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x, par une expression de la forme $f(x) = 1 + \dfrac{ax+b}{\mathrm{e}^x}$, où a et b sont des nombres réels.

a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a, de b et de x.

b. À l'aide des résultats de la question 1. a., démontrer que l'on a, pour tout réel x :

$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{\mathrm{e}^x}.$$

5. Soit F la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + \dfrac{-4x-6}{\mathrm{e}^x}$. On admet que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
Ce résultat est-il cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le responsable d'un site Internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site chaque semaine.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées, exprimé en milliers, durant chacune des quatre semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	1	2	3	4
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	40	45	55	70

Ainsi, au cours de la deuxième semaine après l'ouverture du site, 45 000 pages ont été visitées.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe 1 dans un repère orthogonal. L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.

a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage puis placer ce point sur le graphique de **l'annexe 1**.

b. On appelle (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Parmi les deux propositions ci-dessous, une seule correspond à l'équation réduite de la droite (d). Préciser laquelle, en utilisant le point moyen G :

$$y = 9x + 29 \qquad y = 10x + 27,5$$

c. Tracer la droite (d) sur le graphique de l'annexe 1.

2. En supposant que cet ajustement reste valable pendant les deux mois qui suivent l'ouverture du site, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

PARTIE B

Le responsable décide de mettre en place, au cours de la quatrième semaine suivant l'ouverture du site, une vaste campagne publicitaire afin d'augmenter le nombre de visiteurs du site.
Il étudie ensuite l'évolution du nombre de pages du site visitées au cours des trois semaines suivant cette opération publicitaire.
Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées au cours des sept semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	40	45	55	70	95	125	175

1. Compléter le nuage de points fourni dans **l'annexe 1** par les trois nouveaux points définis dans le tableau précédent.

Compte tenu de l'allure du nuage, un ajustement exponentiel semble approprié.

Pour cela on pose $z = \ln y$.

2. On donne ci-dessous les valeurs de $z_i = \ln(y_i)$ pour $1 \leqslant i \leqslant 7$, les résultats étant arrondis au centième.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$, $1 \leqslant i \leqslant 7$	3,69	3,81	4,01	4,25	4,55	4,83	5,16

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, en arrondissant les coefficients a et b au centième.

b. En déduire la relation $y = \alpha e^{\beta x}$, où $27,94$ et $0,25$ sont des valeurs approchées au centième des réels α et β respectivement.

c. À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

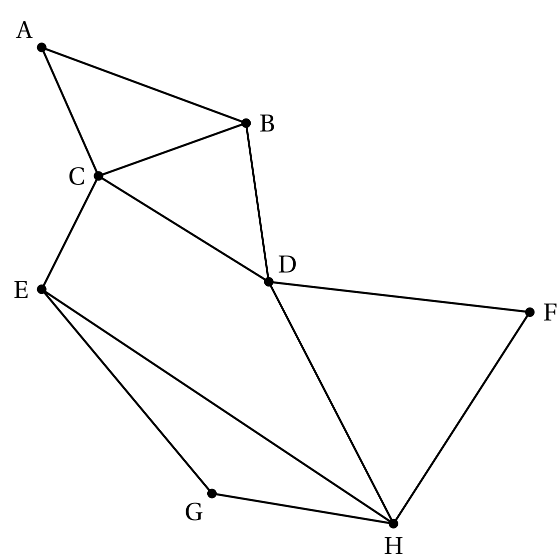
Combien de semaines auraient été nécessaires pour atteindre ce résultat sans campagne publicitaire ? (on utilisera l'ajustement obtenu dans la **partie A**).

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un orchestre doit effectuer une tournée passant par les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier.

Le graphe Γ ci-dessous représente les différentes villes de la tournée et les autoroutes reliant ces villes (une ville est représentée par un point, une autoroute par une arête) :



1. Est-il possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute ? (la réponse sera justifiée).

Si oui citer un trajet de ce type.

2. On appelle M la matrice associée au graphe Γ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

On donne la matrice M^3 :

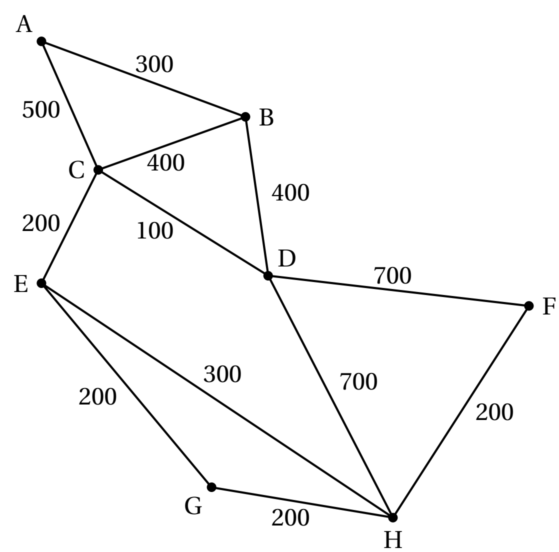
$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 4 & 9 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 9 & 4 & 3 & 5 & 3 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 8 & 7 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien existe-t-il de chemins de longueur 3 reliant B à H ? (la réponse devra être justifiée).

Préciser ces chemins.

3. Des contraintes de calendrier imposent en fait d'organiser un concert dans la ville F immédiatement après un concert dans la ville A.

Le graphe Γ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètres de chaque tronçon (les longueurs des segments ne sont pas proportionnelles aux distances).



Déterminer, en utilisant un algorithme dont on citera le nom, le trajet autoroutier le plus court (en kilomètres) pour aller de A à F.

Préciser la longueur en kilomètres de ce trajet.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique fabrique un médicament qu'il commercialise sous forme liquide. Sa capacité journalière de production est comprise entre 25 et 500 litres, et on suppose que toute la production est commercialisée.

Dans tout l'exercice, les coûts et recettes sont exprimés en milliers d'euros, les quantités en centaines de litres.

Si x désigne la quantité journalière produite, on appelle $C_\text{T}(x)$, pour x variant de $0,25$ à 5, le coût total de production correspondant.
La courbe Γ_1 fournie en **annexe 2** est la représentation graphique de la fonction C_T sur l'intervalle [0,25 ; 5].
La tangente à Γ_1 au point A(1 ; 1) est horizontale.

PARTIE A

1. **a.** On admet que la recette $R(x)$ (en milliers d'euros) résultant de la vente de x centaines de litres de médicament, est définie sur [0,25 ; 5] par
   $R(x) = 1,5x$.
   Quelle est la recette (en euros) pour 200 litres de médicament vendus ?

   b. Tracer, sur le graphique fourni en **annexe 2**, le segment représentant graphiquement la fonction R.

2. **Lectures graphiques**

   Les questions a., b., c. suivantes seront résolues à l'aide de lectures graphiques seulement. On fera apparaître les traits de construction sur le graphique en annexe 2.
   Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

   a. Déterminer des valeurs approximatives des bornes de la « plage de rentabilité », c'est-à-dire de l'intervalle correspondant aux quantités commercialisées dégageant un bénéfice positif.

   b. Donner une valeur approximative du bénéfice en euros réalisé par le laboratoire lorsque 200 litres de médicament sont commercialisés.

   c. Pour quelle quantité de médicament commercialisée le bénéfice paraît-il maximal ?
   À combien peut-on évaluer le bénéfice maximal obtenu ?

PARTIE B

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction coût total C_T est définie sur l'intervalle [0,25 ; 5] par

$$C_\text{T}(x) = x^2 - 2x\ln(x).$$

1. Justifier que le bénéfice, en milliers d'euros, réalisé par le laboratoire pour x centaines de litres commercialisés, est donné par :

   $$B(x) = 1,5x - x^2 + 2x\ln(x).$$

   Calculer $B(2)$, et comparer au résultat obtenu à la question 2. b. de la **partie A**.
2. On suppose que la fonction B est dérivable sur l'intervalle [0,25 ; 5] et on note B' sa fonction dérivée. Montrer que $B'(x) = 2\ln(x) - 2x + 3,5$.
3. On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction B', dérivée de la fonction B, sur l'intervalle [0,25 ; 5] :

x	$0,25$		1		5
$B'(x)$	y_1	$\nearrow$	1,5	$\searrow$	y_2

On précise les encadrements : $0,22 < y_1 < 0,23$ et $-3,29 < y_2 < -3,28$.

a. Démontrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle [0,25 ; 5].

Pour la suite de l'exercice, on prendra $2,77$ *pour valeur approchée de* α.

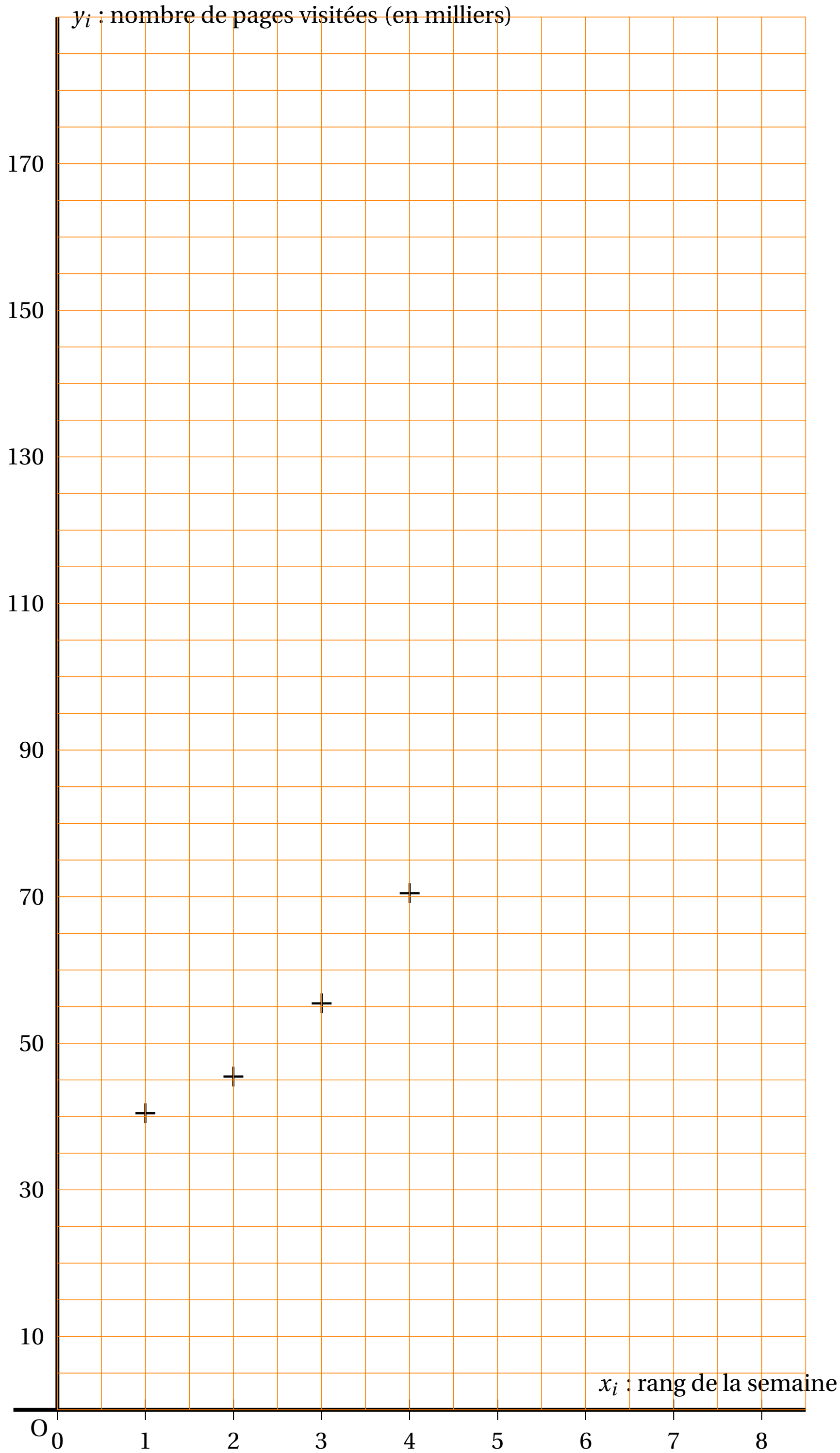
b. Dresser le tableau précisant le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0,25 ; 5].

En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle [0,25 ; 5].

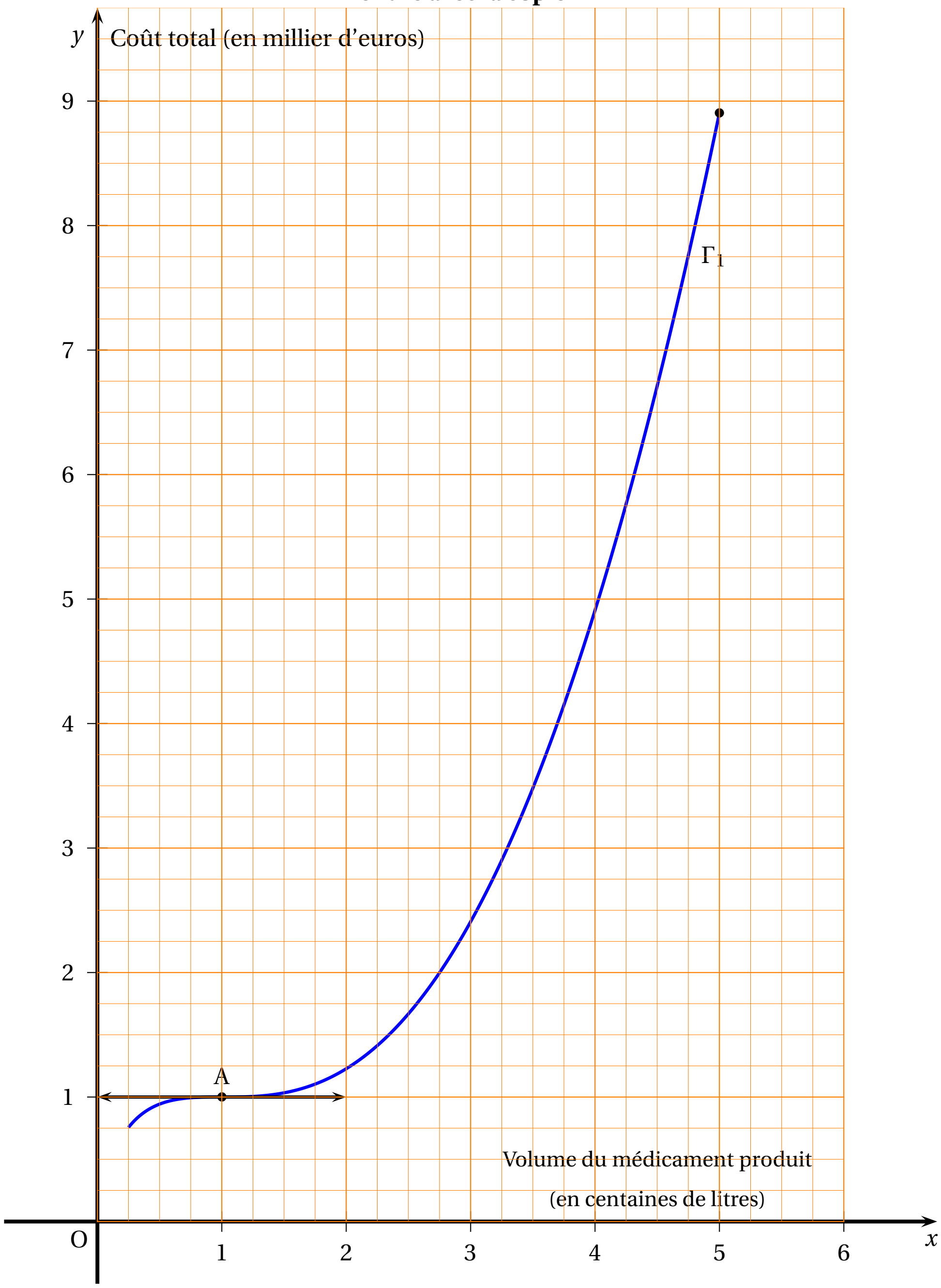
4. a. Pour quelle quantité de médicament commercialisée, le bénéfice est-il maximal ? (On donnera une valeur approchée de cette quantité en litres). Donner alors une valeur approchée en euros de ce bénéfice maximal.

b. Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux obtenus graphiquement à la question 2. c. de la partie A ?

ANNEXE 1
Exercice 3
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie



ANNEXE 2
Exercice 4
À rendre avec la copie



Baccalauréat ES Amérique du Nord 27 mai 2011

EXERCICE 1 **4 points**

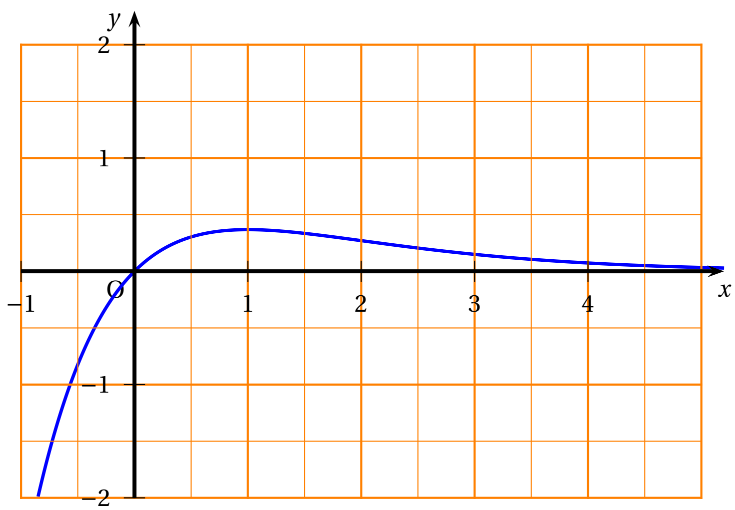
Commun à tous les candidats

L'exercice suivant est un Q. C. M. (questionnaire à choix multiples) Pour chaque proposition choisir l'unique bonne réponse sachant qu'une bonne réponse rapporte un point et que l'absence de réponse ou une réponse fausse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{-x}.$$

La courbe représentative de f est tracée dans le repère ci-dessous :



1. Pour tout réel x, $f'(x)$ est égale à :

a. $-e^{-x}$ **b.** e^{-x} **c.** $(1-x)e^{-x}$

2. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 a pour équation :

a. $y = x$ **b.** $y = 2x$ **c.** $y = -x$

3. Une primitive F de f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $F(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$ **b.** $F(x) = -(1+x)e^{-x}$ **c.** $F(x) = -xe^{-x}$

4. La valeur de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$ est :

a. négative **b.** inférieure à 1 **c.** supérieure à 3

EXERCICE 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le glacier d'Aletsch, classé à l'UNESCO, est le plus grand glacier des Alpes, situé dans le sud de la Suisse, il alimente la vallée du Rhône.
Pour étudier le recul de ce glacier au fil des années, une première mesure a été effectuée en 1900 : ce glacier mesurait alors 25,6 km.
Des relevés ont ensuite été effectués tous les 20 ans : le recul du glacier est mesuré par rapport à la position où se trouvait initialement le pied du glacier en 1900.
Les mesures successives ont été relevées dans le tableau ci-dessous. On note t la durée, en années, écoulée depuis 1900, et r le recul correspondant, mesuré en kilomètres.

Année de mesure :	1900	1920	1940	1960	1980	2000
Durée t écoulée (depuis 1900) :	0	20	40	60	80	100
Recul r (en km) :	0	0,3	0,6	1	1,6	2,3

Mesures déduites de : The Swiss Glaciers,
Yearbooks of the Glaciological Commission of the Swiss

Par exemple, en 1940 ($t = 40$), le recul du glacier par rapport à 1900 a été de 0,6 km : la longueur du glacier était donc de $25,6 - 0,6 = 25$km.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Partie A Étude d'un modèle affine

1. Tracer le nuage de points dans le repère donné en annexe (Durée t en abscisse, distance r en ordonnée).
2. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de r en fonction de t, puis tracer cette droite dans le repère précédent.
3. À partir du modèle affine obtenu précédemment, estimer par le calcul :
   a. Le recul puis la longueur du glacier en 2011.
   b. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité).

Partie B Utilisation d'un modèle exponentiel

Le résultat du **3. b.** de la partie A étant peu en accord avec la plupart des autres études, les glaciologues considèrent un autre modèle : le modèle exponentiel.

On pose $y = \ln(r)$. On rappelle que $\ln(r)$ désigne le logarithme népérien du recul r.

1. Recopier puis compléter le tableau suivant sur votre copie (pour permettre le calcul de y, la durée 0 de l'année 1900 a été exclue du tableau.

Durée t (à partir de 1900)	20	40	60	80	100
$y = \ln(r)$					

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de y en fonction de t.
   b. Déduire que $r(t) = \mathrm{e}^{0,025t-1,599}$.
3. En utilisant le modèle obtenu précédemment, estimer par le calcul :
   a. Le recul puis la longueur du glacier en 2011.
   b. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité).

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

On rappelle que si A et B sont deux évènements d'un ensemble probabiliste, avec A de probabilité non nulle, la probabilité de B sachant A est le réel noté $P_{\text{A}}(\text{B})$.

L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante augmentation.
En France les statistiques font apparaître que, parmi les adultes, environ 4 % *des hommes et* 5 % *des femmes sont asthmatiques.*

Dans la population française, on considère l'ensemble des couples homme-femme.

Partie A Étude de l'état d'asthme du couple

On note :

H l'évènement : « L'homme est asthmatique »,

et F l'évènement : « La femme est asthmatique ».

On admet que les évènements H et F sont indépendants.

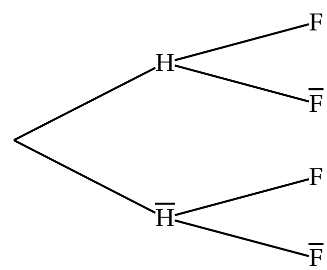
1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. On note les évènements :

   A : « Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique »

   B : « Un seul des deux adultes du couple est asthmatique »

   C : « Les deux adultes du couple sont asthmatiques »

   Montrer que : $P(\text{A}) = 0,912$; $P(\text{B}) = 0,086$; $P(\text{C}) = 0,002$.



Partie B Étude de la transmission de l'asthme au premier enfant

Les études actuelles sur cette maladie montrent que :

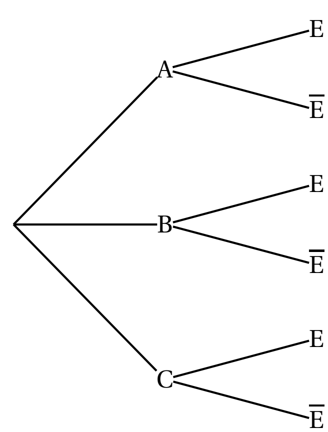
- Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de $0,1$.
- Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de $0,3$.
- Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de $0,5$.

On note E l'évènement : « Le premier enfant du couple est asthmatique ».

1. Reproduire sur votre copie puis compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. Montrer que $P(\text{E}) = 0,118$.
3. Calculer $P_{\text{E}}(\text{A})$ et interpréter le résultat.

   Déduire $P_{\text{E}}\left(\overline{\text{A}}\right)$ et interpréter le résultat.
4. Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatiques ?

   (**Indication :** on pourra chercher à calculer l'évènement contraire)

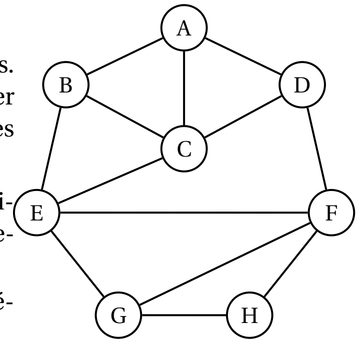


EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A Étude d'un site

Un site internet comporte 8 pages, notées A, B, C, D, E, F, G, H reliées entre elles suivant le graphe ci-contre.
Ainsi, par exemple, à partir de la page A on peut directement accéder aux pages B, C et D.
Par contre, la page A ne permet pas d'accéder directement à la page F.



1. Le technicien souhaite tester les liens de pages. En partant de la page A, est-il possible de trouver un parcours passant une seule fois par tous les liens de pages ? Justifier la réponse.
2. Pour marquer les changements de page, l'administrateur du site souhaite que deux pages reliées aient des couleurs différentes.

   On note N le nombre minimum de couleurs nécessaires.

   a. Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal.

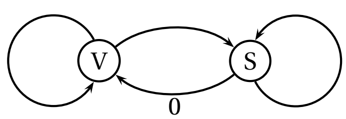
   b. En utilisant la question 2. a. et à l'aide d'un algorithme, montrer, que $N = 3$.

Partie B Étude de propagation d'un virus d'un site à l'autre

Le site précédent, appelé site n° 1, propose un unique lien vers un site partenaire, appelé Site n° 2, sans retour possible. De même, le site n° 2 propose un unique lien vers un site n° 3, sans retour possible et ainsi de suite ... (voir le schéma ci-dessous) :
Site n° 1 $\longrightarrow$ Site n° 2 $\longrightarrow$ Site n° 3 $\longrightarrow$ ... $\longrightarrow$ Site n° n $\longrightarrow$ Site n° $n+1$ ...
Le site n° 1 vient d'être infecté par un virus informatique qui utilise les liens entre les sites pour essayer de se propager, les autres sites n'étant pas encore touchés.
Face à ce nouveau virus, les antivirus ne sont efficaces qu'à 80 %. On note :

- V l'état « le site est infecté par le virus »
- S l'état « le site est sain (non infecté par le virus) ».

On a dessiné ci-dessous le graphe probabiliste traduisant les risques de propagation du virus d'un site au suivant :



1. Justifier la valeur 0 indiquée sur le graphe probabiliste précédent, puis recopier et compléter ce graphe sur votre copie.
2. Préciser la matrice de transition M de ce graphe (première ligne pour V, deuxième ligne pour S)

   Pour tout entier naturel non nul n, on note :

   P_n la probabilité que le n-ième site soit infecté, Q_n la probabilité que le n-ième site soit sain et $X_n = (P_n \quad Q_n)$.

   On a donc $X_1 = (1 \quad 0)$ (traduisant que le site n° 1 est infecté) et $X_{n+1} = X_n\, M$.
3. **a.** En utilisant la relation $X_{n+1} = X_n M$, montrer que $P_{n+1} = 0,2P_n$.

   b. En déduire P_n en fonction de n.

   c. Déterminer la limite de la suite (P_n) lorsque n tend vers plus l'infini.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur.
Ce fournisseur propose des prix au kilogramme, dégressifs en fonction du poids de fruits commandé.
Pour une commande de x kilogrammes de fruit, le prix $P(x)$ en euros du kilogramme de fruits est donné par la formule :

$$P(x) = \frac{x+300}{x+100} \quad \text{pour } x \in [100\ ;\ +\infty[.$$

Par exemple si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, ces fruits lui sont vendus $P(300) = \frac{600}{400} = 1,50$ euros le kilogramme.
Dans ce cas, le supermarché devra payer $300 \times 1,5 = 450$ euros au fournisseur pour cette commande.

Partie A Étude du prix P proposé par le fournisseur

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} P(x)$.
2. Montrer que $P'(x) = -\frac{200}{(x+100)^2}$ sur $[100\ ;\ +\infty[$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction P.

Partie B Étude de la somme S à dépenser par le supermarché

On appelle $S(x)$ la somme en euros à dépenser par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits (ces fruits étant vendus par le fournisseur au prix de $P(x)$ euros par kilogramme).
Cette somme est donc égale à $S(x) = xP(x)$ pour $x \in [100\ ;\ +\infty[$.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} S(x)$.
2. Montrer que pour tout x appartenant à $[100\ ;\ +\infty[$: $S'(x) = \frac{x^2+200x+30\,000}{(x+100)^2}$.
3. Montrer que pour tout x appartenant à $[100\ ;\ +\infty[$:
   $S(x) = x + 200 - 20\,000 \times \frac{1}{x+100}$.
4. En déduire une primitive T de S sur $[100\ ;\ +\infty[$.

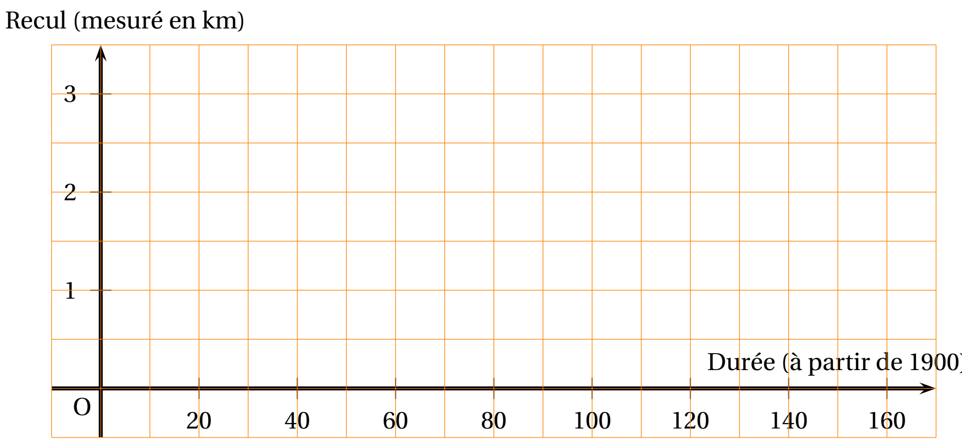
Partie C Étude de différentes situations

Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

1. Le magasin dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.
   Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget. On justifiera la réponse.
2. On rappelle que la valeur moyenne M d'une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ est donnée par la formule $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Le supermarché estime acheter régulièrement entre 400 et 600 kilogrammes de fruits à ce fournisseur.
   Déterminer la valeur moyenne de S sur $[400\ ;\ 600]$ et donner le résultat arrondi à l'unité.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

Exercice 2



Baccalauréat ES Liban 30 mai 2011

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et la seule réponse exacte.
Barème : Une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.*

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(1 - x^2\right)$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

a. L'ensemble de définition de la fonction f est :

- $]0~;~+\infty[$
- $[-1~;~1]$
- $]-1~;~1[$
- $]1~;~+\infty[$

b. Le point de $\mathscr{C}_f$ d' abscisse $\dfrac{1}{2}$ a pour ordonnée :

- $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$
- $\ln 1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)$
- $\ln 3 - 2\ln 2$
- $-0,2876820725$

2. On considère à présent la fonction g définie sur $]1~;~+\infty[$ par $g(x) = \ln(\ln x)$.

a. Sur $]1~;~+\infty[$, l'inéquation $g(x) > 0$ admet comme ensemble de solutions :

- $]1~;~\text{e}[$
- $]1~;~+\infty[$
- $]\text{e}~;~+\infty[$
- $[\text{e}~;~+\infty[$

b. Sur $]1~;~+\infty[$, l'expression de la dérivée de la fonction g est égale à :

- $\dfrac{1}{\ln x}$
- $\dfrac{1}{x} \times \dfrac{1}{x}$
- x
- $\dfrac{1}{x\ln x}$

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

On rappelle que :

- Le taux d'emploi d'une classe d'individus est calculé en rapportant le nombre d'individus de la classe ayant un emploi au nombre total d'individus dans la classe.
- Un individu âgé de 55 ans à 64 ans est appelé un « senior ».
- UE désigne l'Union européenne.

Selon un rapport de l'INSEE :
« Le taux d'emploi des personnes âgées de 55 à 64 ans est considéré comme un levier privilégié pour limiter l'exclusion de ces personnes du marché du travail et maîtriser les dépenses de retraites.
En 2008, il est de 45,6 % dans l'UE, mais seulement de 38,3 % en France alors que l'objectif de l'UE comme de la France est d'atteindre 50 % en 2010. »

Le but de l'exercice est de vérifier si la France a atteint l'objectif visé par l'UE.
Dans tout l'exercice, le taux d'emploi sera exprimé en pourcentage. Les valeurs approchées seront arrondies au dixième.

Partie A Étude statistique et interpolation de données

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 1992 et 1998 :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Taux d'emploi des seniors en % y_i	29,8	29,7	29,6	29,6	29,4	29	28,3

Source : INSEE, Eurostat

1. Déterminer, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Selon cet ajustement, déterminer le taux d'emploi des seniors en 1999.
3. Selon cet ajustement, déterminer si la France a atteint l'objectif fixé en 2010.

Partie B Interpolation de données à l'aide d'un second modèle

Le taux d'emploi des séniors en France est en réalité de 28,8 % en 1999 et on admet qu'à partir de l'année $2000+n$, il est donné par l'expression $29,9 \times 1,037^n$ où n désigne un entier naturel. Selon ce modèle, déterminer :

1. Le taux d'emploi des seniors en 2010.
2. À partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

Partie C Extrapolation de données selon un troisième modèle

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 2001 et 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Taux d'emploi des seniors en % y_i	31,9	34,7	37	37,8	38,5	38,1	38,2	38,2	38,9

Source : INSEE, Eurostat

Désormais, à partir de 2001, on choisit un modèle logarithmique et on admettra qu'à partir de 2001, le taux d'emploi des seniors est donné par la fonction f définie sur $[9~;~+\infty[$ par

$$f(x) = a\ln(x+1)+b \text{ où } a \text{ et } b \text{ désignent deux nombres réels.}$$

1. En considérant les années 2001 et 2006, écrire le système d'équations que doivent vérifier a et b.
2. En déduire que $a = \dfrac{6,2}{\ln 1,5}$.
   Dans la suite, on admettra que $a = 15,3$ et $b = -3,3$.
3. Selon ce modèle, déterminer à partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^{-x}, \quad g(x) = -x+1 \quad \text{et} \quad h(x) = f(x) - g(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et Δ la droite représentant la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Partie A Position relative de $\mathscr{C}_f$ et de l'une de ses tangentes.

1. Vérifier, par le calcul, que la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est la droite Δ.
2. **a.** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = 1 - \text{e}^{-x}$.
   b. Étudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x.
   c. En déduire le sens de variation de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
3. En utilisant les questions 1. et 2., étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de sa tangente au point d'abscisse 0.

Partie B Calcul d'aire

1. Montrer que $\displaystyle\int_0^1 h(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Soit a un nombre réel vérifiant $a > 1$. On appelle D le domaine colorié sur le graphique en **annexe**.

   On note $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en unité d'aire, du domaine D.

   a. Déterminer en fonction de a la valeur de $\mathscr{A}$.

   b. Déterminer la limite de $\mathscr{A}$ lorsque a tend vers $+\infty$.

Exercice 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On rappelle que pour tout évènement A et B d'un univers :

- l'évènement « A et B » est noté $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$,
- la probabilité de l'évènement A est notée P(A),
- si $P(\mathrm{A}) \neq 0$, alors la probabilité conditionnelle de B sachant A est notée $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

Lors de l'année de terminale ES, les trois quarts des élèves travaillent sérieusement tout au long de l'année scolaire.
Un candidat au baccalauréat ES a une probabilité de 0,9 d'obtenir son bac s'il a travaillé sérieusement et une probabilité de 0,2 s'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
Un candidat est dit surpris s'il est admis alors qu'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire ou bien s'il est refusé et qu'il a travaillé sérieusement pendant l'année scolaire. On note :

- T l'évènement « le candidat a travaillé sérieusement »
- A l'évènement « le candidat est admis au baccalauréat ES »
- S l'évènement « Le candidat est surpris ».

On interroge au hasard un candidat au baccalauréat ES.
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.
2. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

   a. $\mathrm{T} \cap \mathrm{A}$

   b. $\mathrm{T} \cap \overline{\mathrm{A}}$

   c. $\overline{\mathrm{T}} \cap \mathrm{A}$

   d. $\overline{\mathrm{T}} \cap \overline{\mathrm{A}}$
3. **a.** Déterminer la probabilité que le candidat interrogé soit admis.

   b. Le candidat est admis. Déterminer la probabilité que ce candidat ait travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
4. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est 0,125.
5. On interroge trois élèves au hasard. Calculer la probabilité qu'au moins un élève soit surpris ?

Exercice 4 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

En 2010, les clients d'une banque nationale se répartissent en deux catégories distinctes :

- Catégorie A, composée des clients d'agence
- Catégorie I, composée des clients internet

En 2010, 92 % des clients sont des clients d'agence et 8 % des clients sont des clients internet.
On admet que chaque année, 5 % des clients d'agence deviennent clients internet et inversement 1 % des clients internet deviennent clients d'agence.
On suppose que le nombre de clients de la banque reste constant au cours du temps et qu'un client ne peut faire partie des deux catégories.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des clients de cette banque dans les années à venir.

On note pour tout entier naturel n :

- a_n la probabilité qu'un client de la banque, pris au hasard, soit un client d'agence à l'année $2010+n$,
- i_n la probabilité qu'un client de la banque, pris au hasard, soit un client internet à l'année $2010+n$,
- $P_n = (a_n \quad i_n)$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010+n$.

On note M la matrice de transition, telle que pour tout entier naturel n,
$P_{n+1} = P_n \times M$.

Partie A État stable d'un graphe probabiliste

Dans cette partie, on donnera des valeurs approchées arrondies au centième.

1. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à cette situation.
2. Donner P_0 la matrice traduisant l'état probabiliste initial.

   On admettra que $M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,01 & 0,99 \end{pmatrix}$.
3. **a.** Calculer la matrice P_1.

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la répartition des clients de la banque en 2015.
4. Déterminer, par le calcul, l'état stable de la répartition des clients.
   Interpréter le résultat.

Partie B Étude de la limite d'une suite récurrente

1. **a.** À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times M$, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n et i_n.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,94a_n + 0,01$.
2. On définit la suite (u_n) par $u_n = a_n - \dfrac{1}{6}$ pour tout entier naturel n.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite, géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

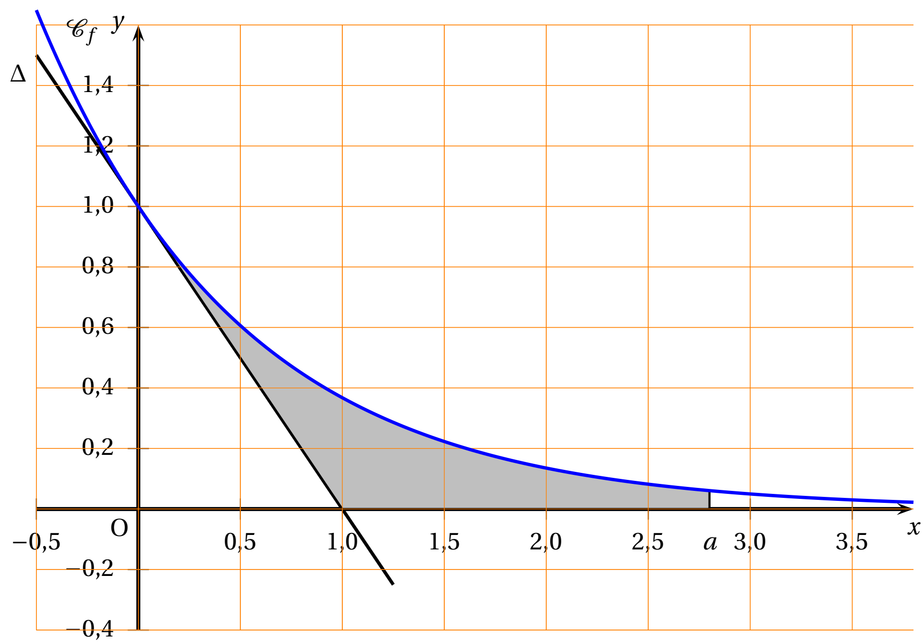
   b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_n = \dfrac{113}{150} \times 0,94^n + \dfrac{1}{6}$.

   d. Déterminer la limite de la suite a_n lorsque n tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat.

ANNEXE

Exercice 3



Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Soit f une fonction définie sur l'ensemble $]-\infty~;~1[\cup]1~;~+\infty[$.
On note $\left(\mathcal{C}_f\right)$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal.
On suppose que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty~;~1[$ et $]1~;~+\infty[$ et on note f' la fonction dérivée de f.
Soit F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]1~;~6]$. On suppose que f admet le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
f	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, une seule de ces trois propositions convient :
VRAIE ou FAUSSE ou LES INFORMATIONS DONNÉES NE PERMETTENT PAS DE CONCLURE.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

1. L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]-\infty~;~1[\cup]1~;~+\infty[$.
2. La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$.
3. Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]1~;~+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$.
4. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $]1~;~6]$.
5. $\ln[f(x)]$ existe pour tout x appartenant à $]-\infty~;~0[$.
6. Soit g la fonction définie sur $]-\infty~;~1[\cup]1~;~+\infty[$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.
   a. $g(6) = \text{e}^3$.
   b. $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} g(x) = +\infty$.
   c. $g'(3) \geqslant 0$.

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats.

L'objet de l'exercice consiste à étudier les évolutions du nombre de mariages et du nombre de pacs (pacte civil de solidarité) signés entre partenaires de sexe opposé en France à partir de l'année 2000.

Partie A : étude du nombre de mariages

Le tableau suivant donne le nombre de mariages en France, en milliers, de 2000 à 2008.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de mariages y_i en milliers	305	296	286	283	278	283	274	274	265

Source. INSEE

Pour i entier variant entre 0 et 8, on a représenté en **annexe 1** dans le plan muni d'un repère orthogonal le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série.

1. **a.** Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).

   b. Représenter D dans le repère de l'annexe 1.
2. En utilisant cet ajustement affine, déterminer par la méthode de votre choix une estimation du nombre de mariages en France en 2012 (le résultat sera arrondi au millier).

Partie B : étude du nombre de pacs

Le tableau suivant donne le nombre de pacs signés entre partenaires de sexe opposé en France, en milliers, de 2000 à 2008.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de pacs Y_i	16	15	21	26	33	53	64	96	138

Source. INSEE

1. Représenter dans le repère de l'**annexe 1** le nuage points $N_i\left(x_i\ ;\ Y_i\right)$ associé à cette nouvelle série statistique.

   L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. Pour i entier variant entre 0 et 8 on pose $Z_i = \ln Y_i$.
2. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant où z_i est arrondi au centième :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Z_i	2,77								

3. Une équation de la droite d'ajustement affine de Z en x par la méthode des moindres carrés est $Z = 0,29x + 2,51$ (les coefficients étant arrondis au centième).

   a. En utilisant la relation $Z = \ln Y$, justifier la relation : $y = 12,30\mathrm{e}^{0,29x}$.

   b. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de pacs signés en France entre personnes de sexe opposé en 2012 (arrondir au millier).

Partie C : Comparaison

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Si les évolutions du nombre de mariages et du nombre de pacs signés entre personnes de sexe opposé en France se poursuivent selon les modèles décrits dans les parties A et B, estimer à partir de quelle année le nombre de pacs dépassera celui des mariages.

Exercice 5 — 5 points

Pour les élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une session du baccalauréat se compose de deux parties :

- le premier groupe d'épreuves (encore appelé : « écrit » par abus de langage ou « premier tour ») ;
- le second groupe d'épreuves (encore appelé : « oral de rattrapage » ou « second tour »).
  Ce second groupe d'épreuves concerne les candidats n'ayant pas obtenu le bac à l'issue du premier groupe, mais ayant obtenu une moyenne générale supérieure ou égale à 08/20.

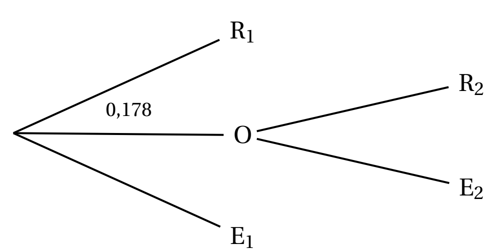
Les résultats au baccalauréat ES, en France métropolitaine et DOM, pour la session de juin 2010 à l'issue du *premier groupe d'épreuves* sont les suivants :

- 74,3 % des candidats ont été reçus à l'issue du premier tour (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $m \geqslant 10$) ;
- 17,8 % des candidats sont allés aux oraux de rattrapage (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $8 \leqslant m < 10$) ;
- les autres candidats ont été recalés (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $m < 8$).

Le taux final de réussite au baccalauréat ES, en France métropolitaine et DOM, pour la session 2010 à l'issue des deux groupes d'épreuves est 86,1 %.
On interroge au hasard un candidat ayant passé le baccalauréat ES en 2010.
On note :

- R_1 l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu le baccalauréat à l'issue du premier tour » ;
- O l'évènement : « le candidat interrogé est allé à l'oral de rattrapage » ;
- E_1 l'évènement : « le candidat interrogé a été recalé à l'issue du premier tour » ;
- R_2 l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu le baccalauréat à l'issue de l'oral de rattrapage » ;
- E_2 l'évènement : « le candidat interrogé a été recalé à l'issue de l'oral de rattrapage ».

On peut modéliser la situation par l'arbre (partiellement pondéré) ci-dessous, qu'on ne demande pas de compléter pour l'instant :



Si X est un évènement, on note $p(X)$ sa probabilité.
Dans cet exercice les résultats demandés seront arrondis au millième.

1. Donner les valeurs des probabilités suivantes : $p(R_1)$; $p(O)$ et $p(E_1)$.
2. On appelle A l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu son baccalauréat » : on a donc $p(A) = 0,861$.
   Montrer que $p(O \cap R_2) = 0,118$ et interpréter ce résultat.

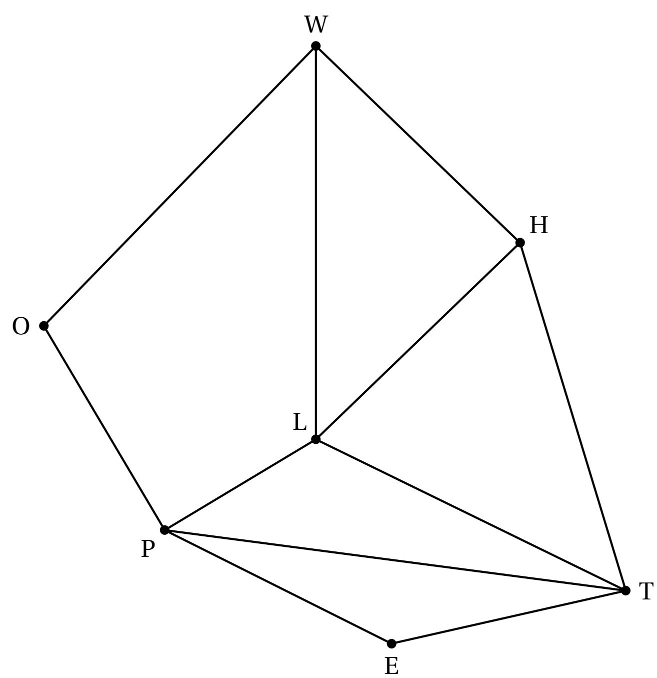
3. Calculer $p_O(R_2)$, probabilité de l'évènement R_2 sachant que l'évènement O est réalisé. Interpréter ce résultat.
4. Recopier et compléter l'arbre partiellement pondéré, donné ci-dessus.
5. On interroge au hasard trois candidats ayant passé le baccalauréat ES en 2010 pour savoir s'ils l'ont obtenu. On suppose que le nombre de candidats à cette session est suffisamment grand pour considérer ces trois réponses comme indépendantes.
   a. Calculer la probabilité que les trois candidats aient été admis.
   b. Calculer la probabilité qu'au moins deux des candidats aient été admis.

Exercice 3 5 points

Pour les élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

On considère le graphe Γ ci-dessous :



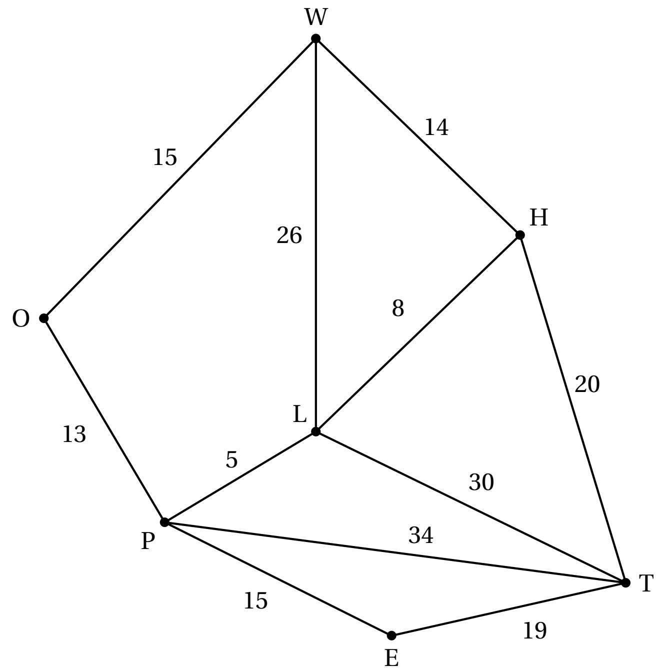
Partie A : Étude d'un graphe

1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe Γ (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : E ; H ; L ; O ; P ; T ; W).

Partie B : Voyage scolaire

La classe de Terminale d'Arthur est en voyage scolaire en Angleterre.
Les professeurs organisateurs de ce voyage décident de visiter plusieurs sites de Londres.

Les sites retenus dans Londres sont les suivants : Warren Street, Oxford Circus, Piccadilly Circus, Leicester Square, Holborn, Embankment et Temple. Ces lieux sont désignés respectivement par les lettres W, O, P, L, H, E et T et sont représentés dans le graphe Γ donné ci-dessus (chaque sommet représente un site à visiter et chaque arête une route reliant deux sites).
Les élèves sont laissés en autonomie deux heures pour faire du shopping et ramener des souvenirs à leurs familles. Le point de rendez-vous avec les organisateurs est fixé à Temple. Les temps de parcours en minutes entre chaque sommet ont été ajoutés sur le graphe.



Arthur, qui est à Oxford Circus, n'a pas vu le temps passer. Lorsqu'il s'en rend compte, il ne lui reste plus que 40 minutes pour arriver à Temple.

1. Déterminer le plus court chemin en minutes reliant Oxford Circus à Temple. Justifier la réponse à l'aide d'un algorithme.
2. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ? Arthur sera-t-il en retard ?

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Certains scientifiques estiment que les futures découvertes de pétrole dans le monde peuvent être modélisées, à partir de l'année 2011, grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[11; +\infty[$ par

$$f(x) = 17280\text{e}^{-0,024x}$$

de sorte que $f(x)$ représente, en billions de barils (millions de millions de barils), l'estimation de la quantité de pétrole qui sera découverte au cours de l'année $2000 + x$.
On admet que la fonction f est continue et dérivable sur l'intervalle $[11 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée sur cet intervalle.

1. Calculer l'estimation du nombre de barils de pétrole à découvrir en 2011 d'après ce modèle (on arrondira le résultat au billion près).
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[11 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variations.

4. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours d'une même année, 15 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?

Si oui, déterminer, en justifiant, cette (ces) année(s). Si non, justifier la réponse.

5. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours de chaque année à partir de 2011, au moins 6 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?

Si oui, justifier la réponse.

Si non, déterminer, en justifiant, l'année pour laquelle les découvertes de pétrole deviendront strictement inférieures à 6 000 billions de barils.

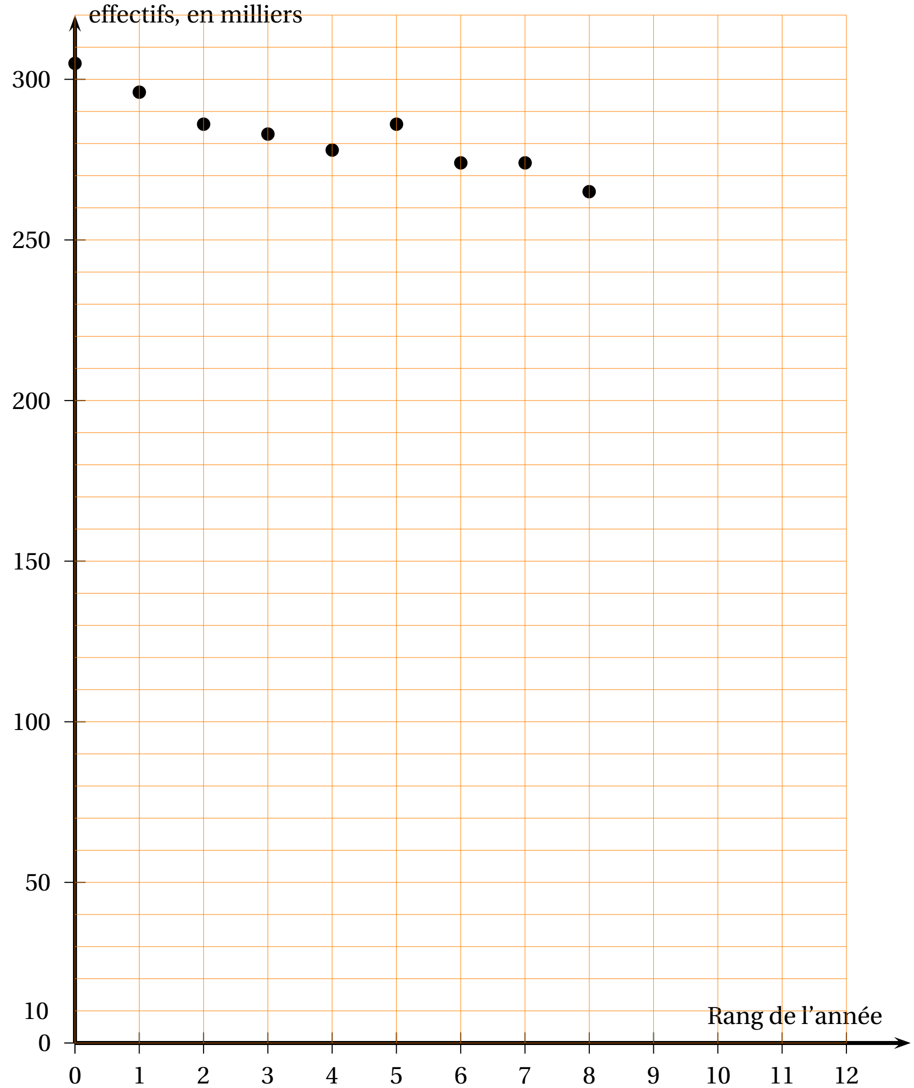
6. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[11 ; +\infty[$.

b. Calculer la valeur exacte, puis donner la valeur arrondie à l'unité près, de l'intégrale I suivante :

$$I = \int_{11}^{21} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

c. En déduire le nombre moyen de barils, en billions, que l'on peut espérer découvrir par an d'après ce modèle, entre les années 2011 et 2021.

ANNEXE 1
À RENDRE AVEC LA COPIE
Exercice 2 - commun à tous les candidats



Légende :

• série du nombre de mariages en fonction du rang de l'année

Baccalauréat Asie ES 20 juin 2011

Exercice 1 — 6 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous indique, pour une année donnée, l'évolution de l'indice de consommation des produits des Technologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) des années 2000 à 2009.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Indice : y_i	100	114,14	131,17	147,06	166,56	189,63	219,38	251,01	268,14

Source : Insee comptes nationaux - base 2000

Partie A : ajustement exponentiel

1. Pour i entier variant de 0 à 8, construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique dans le plan rapporté à un repère orthogonal fourni en annexe 1 **à rendre avec la copie**.
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 101\mathrm{e}^{0,13x}$.
   On suppose que la fonction f modélise un ajustement exponentiel de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Sa courbe représentative est tracée dans l'annexe 1.
   a. Déterminer les variations de la fonction f.
   b. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $f(x) \geqslant 350$. Interpréter le résultat obtenu.

Partie B : ajustement affine

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ (i entier variant de 0 à 8) puis le placer dans le graphique de l'annexe 1.
2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ de ce nuage par la méthode des moindres carrés. *Les coefficients seront arrondis à* 10^{-2}.
   Tracer cette droite dans le graphique de l'annexe 1.
3. On suppose que le modèle affine reste valable jusqu'en 2014.
   Déterminer à partir de quelle année, l'indice de consommation des produits des T. I. C. sera supérieur à 350. Justifier votre réponse.

Partie C : Comparaison des modèles

On sait que pour l'année 2009, l'indice de consommation des produits des Techonologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) est de 284,24. Des deux ajustements précédents, lequel donne l'estimation la plus proche de la réalité ? Justifier votre réponse.

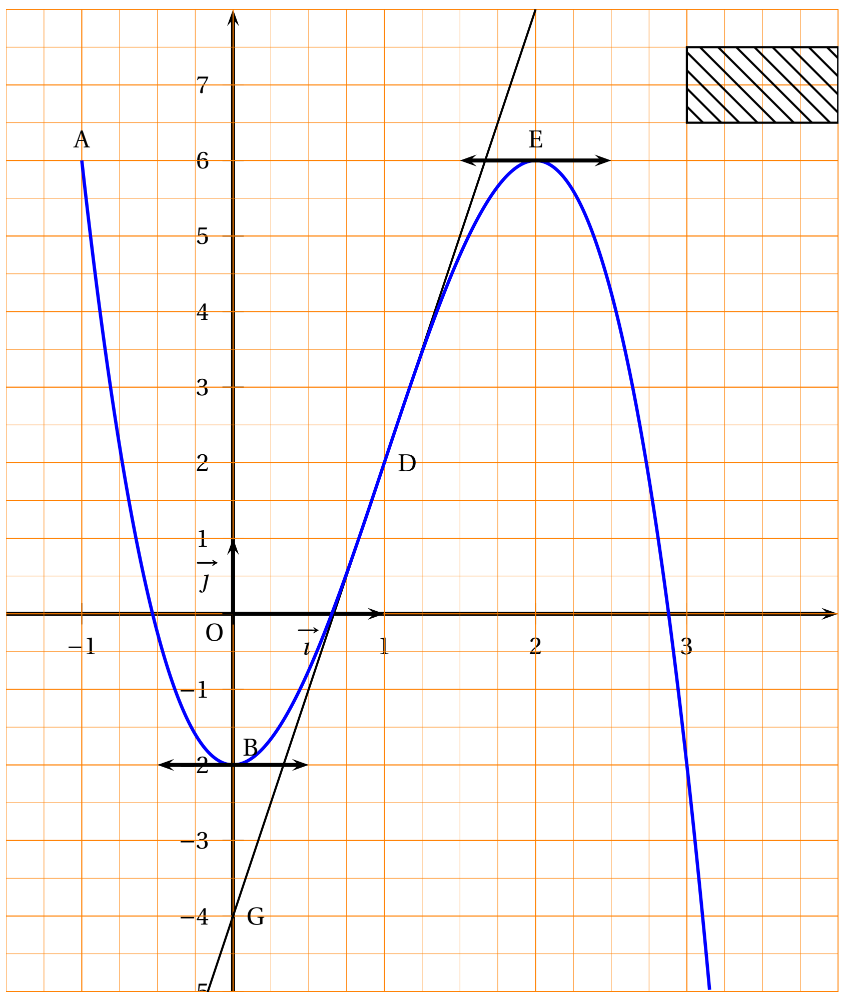
Exercice 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

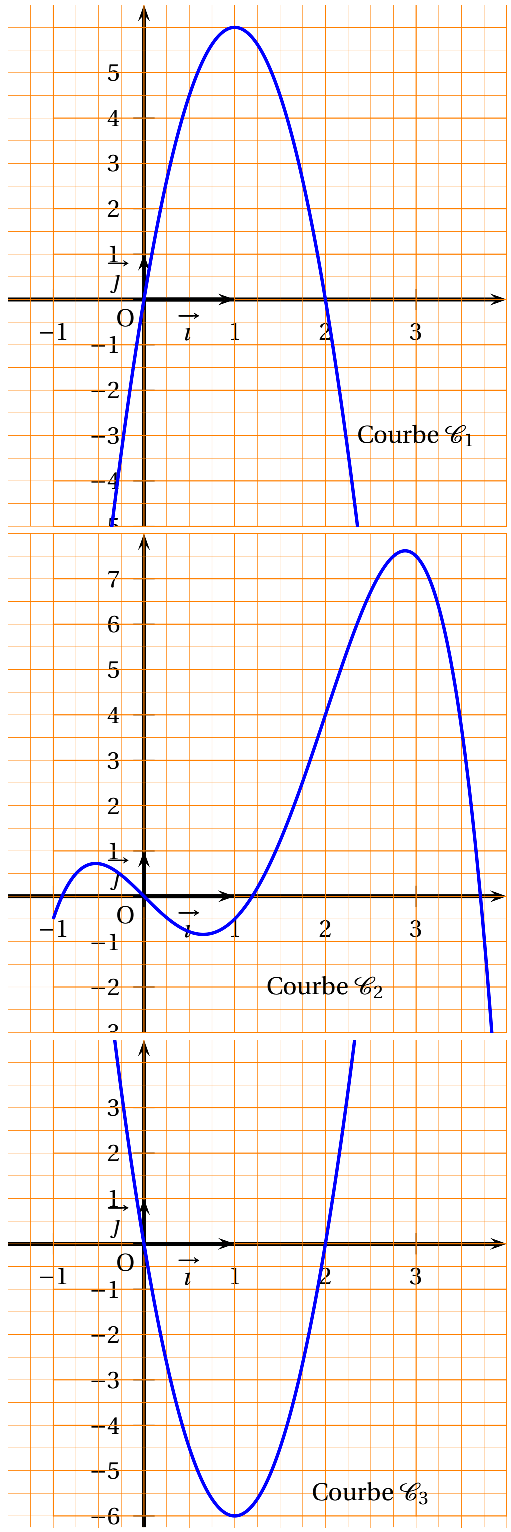
On considère une fonction f :

- définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$;
- strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$;
- strictement décroissante sur les intervalles $[1\ ;\ 0]$ et $[2\ ;\ +\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f et F la primitive de f sur l'intervalle $[-1~;~+\infty[$ qui s'annule en 0.
La courbe $\mathscr{C}$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Elle passe par les points A$(-1~;~6)$, B$(0~;~-2)$, D$(1~;2)$ et E$(2~;6)$.
Elle admet au point D une tangente passant par le point G$(0~;~-4)$.
Elle admet au point B et au point E une tangente horizontale.



1. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$. Justifier les réponses.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point D.
3. Montrer que sur l'intervalle $[-1~;~0]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution que l'on notera x_1.
4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet, sur l'intervalle $[-1~;~+\infty[$, deux autres solutions que l'on notera x_2 et x_3, avec $x_2 < x_3$. Dresser le tableau de signes de la fonction f.
5. Parmi les trois courbes suivantes, $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$, préciser, en justifiant la réponse, celle qui représente F, et celle qui représente f'.



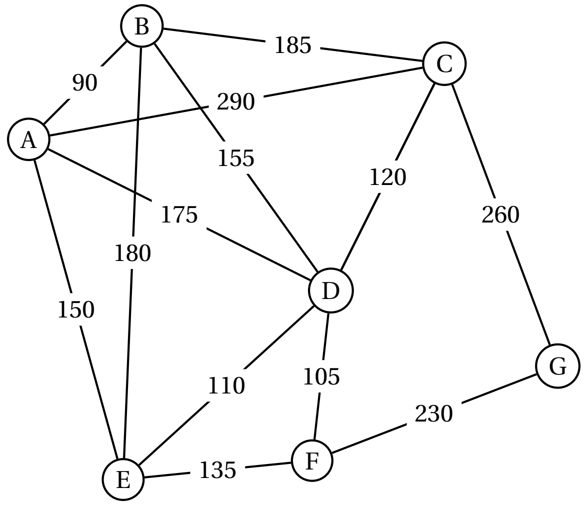
Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties I et II sont indépendantes

Le graphe Γ suivant représente le plan d'un zoo.

Le sommet A représente son accès. Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les différents secteurs animaliers de ce zoo.
Une arête représente l'allée reliant deux secteurs et est pondérée par la distance de parcours, exprimée en mètres, entre ces deux secteurs.
AB = 90, AC = 290, AD = 175, AE = 150, BC = 185, BD = 155, BE = 180, CD = 120, CG =260,
DE = 110, DF = 105, EF = 135, FG = 230.



Partie 1 : Pour mieux visualiser sur le plan les différents secteurs du zoo, on veut les colorier de telle sorte que deux secteurs adjacents ne soient pas de la même couleur.

1. Quel est le nombre minimun de couleurs nécessaires à la réalisation de ce plan ? Justifier la réponse,
2. Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe Γ.
   Justifier la réponse.
3. Proposer alors une telle coloration.

Partie II :

1. Pour nettoyer les allées, les services techniques du zoo utilisent une balayeuse automobile.
   Est-il possible que cette balayeuse n'emprunte chaque allée qu'une fois et une seule ? Si oui, proposer un tel chemin, sinon justifier votre réponse.
2. Les services de sécurité basés au point A doivent intervenir dans le secteur G. Déterminer, à l'aide d'un algorithme, l'itinéraire le plus court.

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs ; 65 % de son personnel travaille dans le seeteur A et 35 % dans le secteur B.
Cette entreprise s'intéresse au niveau de stress de son personnel.
Une enquête, menée sous la forme d'un questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20 % du personnel se dit stressé, tandis que, dans le secteur B, ce taux est de 30 %.
On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A ».
- B : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B ».
- S : « le questionnaire est celui d'un employé stressé ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.

3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25 %, cette salle sera installée.

L'entreprise implantera-t-elle la salle de relaxation ? Justifier la réponse.

4. Sachant que le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé, quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A ? (le résultat sera arrondi à 10^{-2})

Exercice 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha »fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.

Le coût marginal de fabrication du produit « alpha »par l'entreprise est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par

$$C_m(q) = 4 + \left(0,2q^2 - 2q\right)\mathrm{e}^{-0,2q},$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers d'euros.

1. La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par :

$$C_T(q) = 4q - q^2\mathrm{e}^{-0,2q}.$$

Vérifier que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[1\,;\,20]$.

2. La fonction coût moyen, notée C_M, est la fonction définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par :

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}.$$

a. Vérifier que $C_M(q) = 4 - q\mathrm{e}^{-0,2q}$.

b. Déterminer la fonction dérivée C'_M de la fonction C_M.

c. Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonnes) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal ?

Quel est ce coût ? Pour cette production q_0, quelle est la valeur du coût marginal ?

3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

On suppose que l'entreprise vend toute sa production mensuelle.

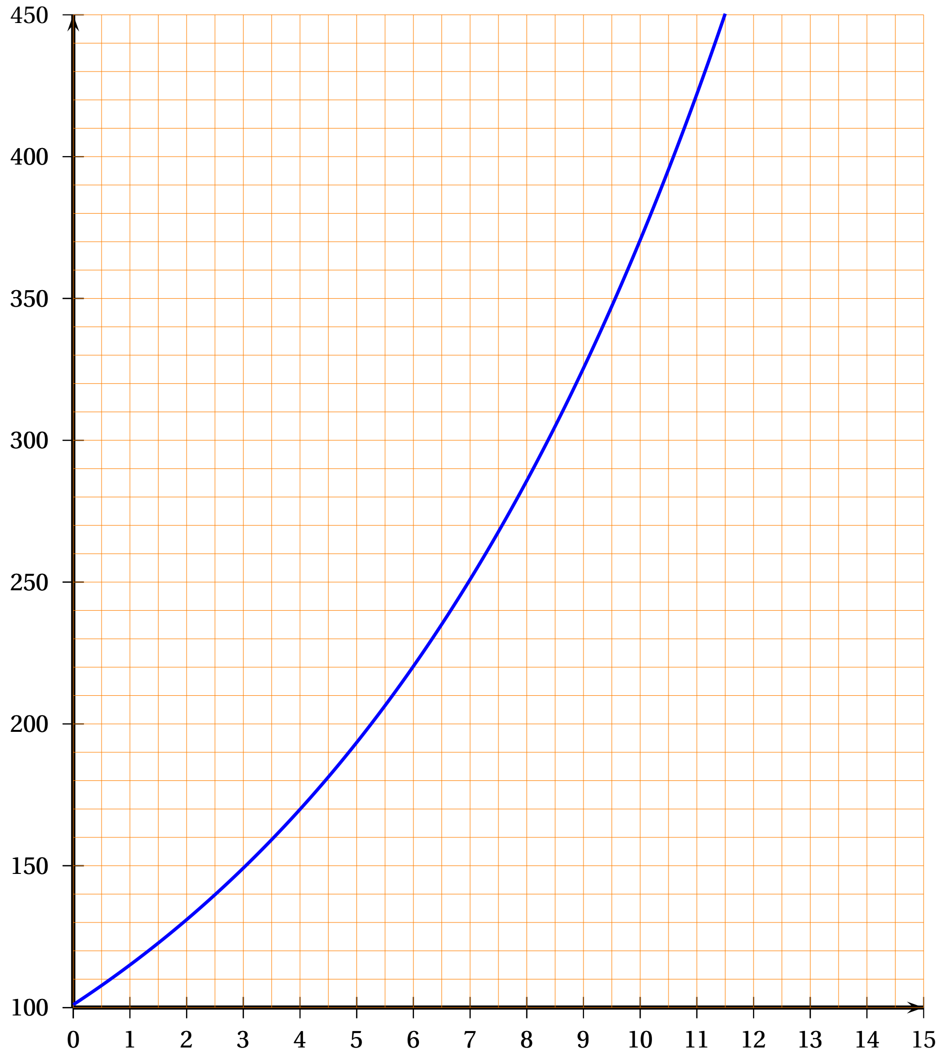
Chaque tonne du produit « alpha »est vendu 4 000 euros.

On désigne par $R(q)$ la recette mensuelle obtenue pour la vente de q tonnes du produit « alpha » et par $B(q)$ le bénéfice mensuel en millier d'euros ainsi réalisé.

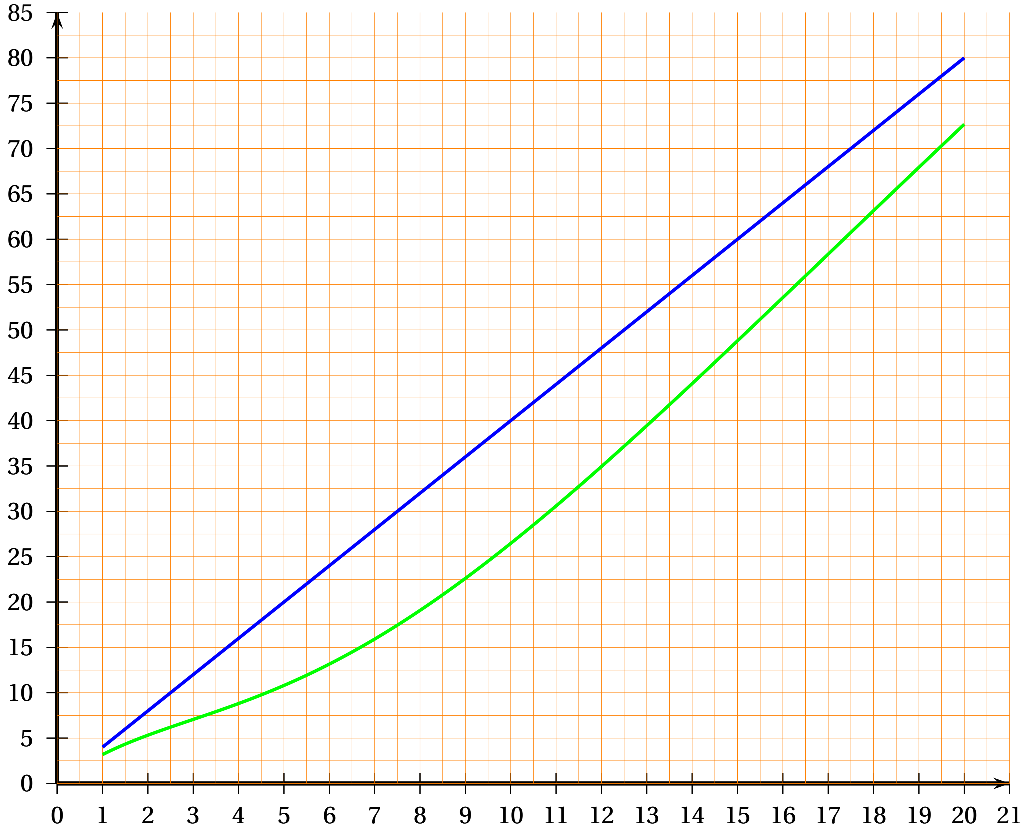
Les représentations graphiques des fonctions recette et coût total sont données dans l'annexe 2 à rendre avec la copie.

Estimer graphiquement, en précisant votre démarche, le bénéfice maximal que l'on peut espérer sur le mois étudié.

Annexe 1 Exercice 1 à rendre avec la copie



Annexe 2 Exercice 4 à rendre avec la copie



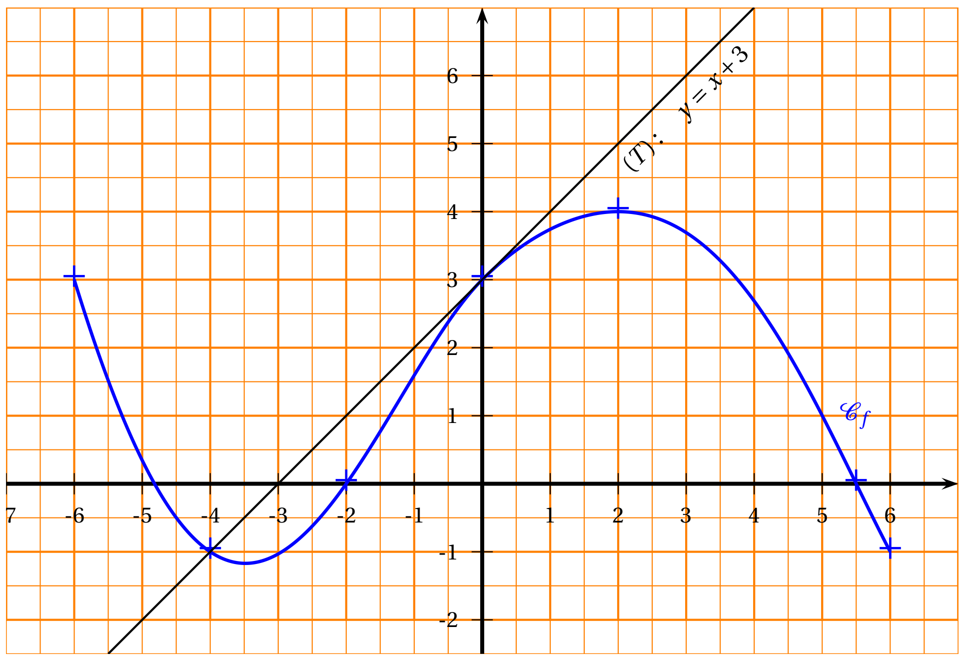
Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Centres étrangers 16 juin 2011

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.
La droite (T) d'équation $y = x+3$ est tangente à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point I de coordonnées $(0 ; 3)$.



Cet exercice est un ***questionnaire à choix multiples****. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. Le nombre dérivé de f en 0 est :

   a. 0 **b.** 1 **c.** 3

2. On pose $J = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$. On peut affirmer que :

   a. $-2 < J < 0$ **b.** $-4 < J < -2$ **c.** $2 < J < 4$

3. On appelle F une primitive de f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.
   a. F est croissante sur l'intervalle $[-3 ; 2]$;
   b. F est décroissante sur l'intervalle $[-1 ; 5]$;
   c. F est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 5]$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ par : $g(x) = \exp[f(x)] = e^{f(x)}$
   On peut affirmer que :

a. la fonction g a les mêmes variations que f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

b. la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[-6 ; 6]$

c. la fonction g a les variations inverses de celles de f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre d'internautes en Chine de 2002 à 2009.
Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 2000.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'internautes y_i (en millions)	60	70	95	100	140	160	250	385

On cherche à étudier l'évolution du nombre d'internautes en fonction du rang x de l'année.

1. Calculer le taux d'évolution de ce nombre d'internautes entre 2002 et 2009. On donnera le résultat à $0,1$ près.
2. Représenter sur votre copie le nuage de points $M_i\left(x_i ; y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
   - Sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 1 an,
   - Sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 20 millions d'internautes (en plaçant 50 à l'origine).
3. On cherche dans un premier temps un ajustement affine.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis à l'unité*). Tracer cette droite sur le graphique précédent.
   b. En supposant que cet ajustement reste valable pour l'année suivante, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en Chine en 2010.
4. Une étude récente a montré qu'au 1er mai 2010, on a dépassé les 400 millions d'internautes en Chine. On envisage donc un ajustement exponentiel et on pose $z = \ln y$.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,094							

   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis au millième*).
   c. En déduire une expression de y en fonction de x.
   d. En prenant l'approximation $y \approx 32,5 \times \mathrm{e}^{0,253x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en 2012.

EXERCICE 2 — 5 points

Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la fonction f, définie pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~10]$ et tout réel y de l'intervalle $[0~;~8]$ par

$$f(x~;~y) = \frac{1}{4}xy.$$

La représentation graphique de la surface (S) d'équation $z = f(x~;~y)$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath},~\vec{k}\right)$ est donnée en **annexe 1**.

Partie A

1. Sur 1e graphique de l'**annexe 1** colorer 1a courbe de niveau (Γ) de cote 10. Donner 1a nature de cette courbe.
2. Placer sur le graphique de l'**annexe 1** le point C d'ordonnée 5 appartenant à cette courbe (Γ).
   Déterminer graphiquement l'abscisse de ce point
3. Vérifier que le point B de coordonnées $(6~;~2~;~3)$ appartient à la surface (S).

Partie B

Les membres du bureau du foyer socio-éducatif d'un lycée font une étude pour déterminer quelle cotisation demander par élève au cours de l'année 2010.
Ils voudraient investir le quart des cotisations dans la rénovation de la salle de détente, réservée aux élèves.
Si la cotisation s'élève à x euros avec $0 \leqslant x \leqslant 10$ et si y centaines d'élèves adhèrent au foyer avec $0 \leqslant y \leqslant 8$, la somme allouée aux travaux de rénovation de la salle de détente en centaines d'euros sera égale à $f(x~;~y)$.

1. Quelle est la somme allouée à la rénovation de la salle de détente lorsque la cotisation est fixée à 6 euros par élève et que 600 élèves sont adhérents au foyer ?
2. Les membres du foyer font l'hypothèse que le nombre y, en centaines d'adhérents, et le nombre x, en euros, sont directement liés par la relation $y = 12 - x$
   a. Montrer que, sous cette contrainte, on peut exprimer $f(x~;~y)$ en fonction de la seule variable x sous la forme $h(x) = 3x - \frac{1}{4}x^2$.
   b. Déterminer pour quelle valeur de x la somme allouée sera 1a plus élevée .
   c. De quelle somme en euros disposeront les membres du foyer pour la rénovation dans ce cas ?

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = \left[0~;~\frac{3}{2}\right[$ par

$$f(x) = \ln(-2x+3) + 2x.$$

La fonction f est dérivable sur l'intervalle I et on note f' sa fonction dérivée.

1. Étudier la limite de f en $\frac{3}{2}$.
2. a. Montrer que la fonction f' est définie sur l'intervalle I par $f'(x) = \dfrac{-4x+4}{-2x+3}$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I et donner le tableau des variations de f.

3. **a.** Montrer que, sur l'intervalle $[0 ; 1]$, l'équation $f(x) = 1,9$ admet une unique solution α.

b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α.

Partie B Application de la partie A

Une entreprise, fournisseur d'énergie, envisage d'installer un parc d'éoliennes en pleine mer.
L'installation du parc en mer nécessite un câblage coûteux et délicat, mais le fait d'éloigner les éoliennes des turbulences dues aux reliefs de la côte améliore leur rendement.
On note x la distance en dizaines de kilomètres séparant le parc de la côte.

Pour des raisons techniques, l'installation doit se faire entre deux et douze kilomètres de la côte, c'est-à-dire qu'on a $0,2 \leqslant x \leqslant 1,2$.
Un service spécialisé, au sein de l'entreprise, arrive à la modélisation suivante :
Si l'installation se fait à x dizaines de kilomètres de la côte, le bénéfice en centaines de milliers d'euros réalisé, par année de fonctionnement du parc, est donné par $f(x)$.

1. **a.** À combien de kilomètres de la côte le fournisseur d'énergie doit-il placer le parc pour que son bénéfice soit maximal ?

b. Déterminer le bénéfice réalisé, en euros, en plaçant le parc à cette distance.

2. À partir de quelle distance x de la côte, exprimée en dizaines de kilomètres, le bénéfice dépasse-t-il 190 000 euros ?

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.
Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.
Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5.
Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.
Un client achète une barquette. On notera :

- C l'évènement « le client achète une barquette de fruits à confiture »,
- F l'évènement « le client demande des framboises »,
- G l'évènement « le client demande des groseilles »,
- M l'évènement « le client demande des myrtilles ».

1. Reporter sur l'arbre donné en **annexe 2** les données de l'énoncé.

On pourra compléter l'arbre avec les réponses obtenues dans les questions suivantes.

2. **a.** Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.

b. Le client achète une barquette de fruits à déguster ; quelle est la probabilité qu'il demande des myrtilles ?

3. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à $0,24$.

4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?

5. Le producteur vend 5 euros la barquette de fruits à confiture, quel que soit le fruit, 2 euros la barquette de framboises à déguster et 3 euros la barquette de myrtilles à déguster ;

   a. On note x_i les valeurs possibles, en euros, du gain du producteur par barquette vendue et p_i leur probabilité. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi du gain du producteur par barquette vendue. On justifiera les réponses.

Valeur : x_i	5	2	3
Probabilité associée : p_i			

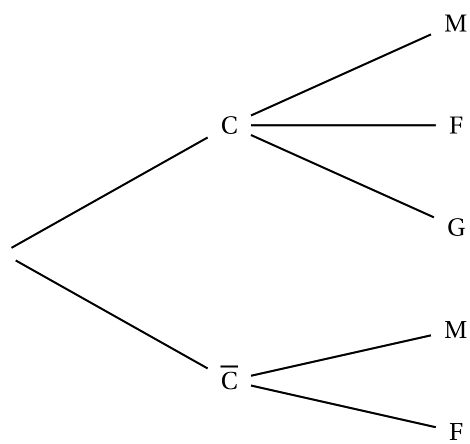
   b. Calculer l'espérance de cette loi de probabilité.

   c. Déterminer le gain en euros que le producteur peut espérer pour 150 barquettes vendues ?

Annexe

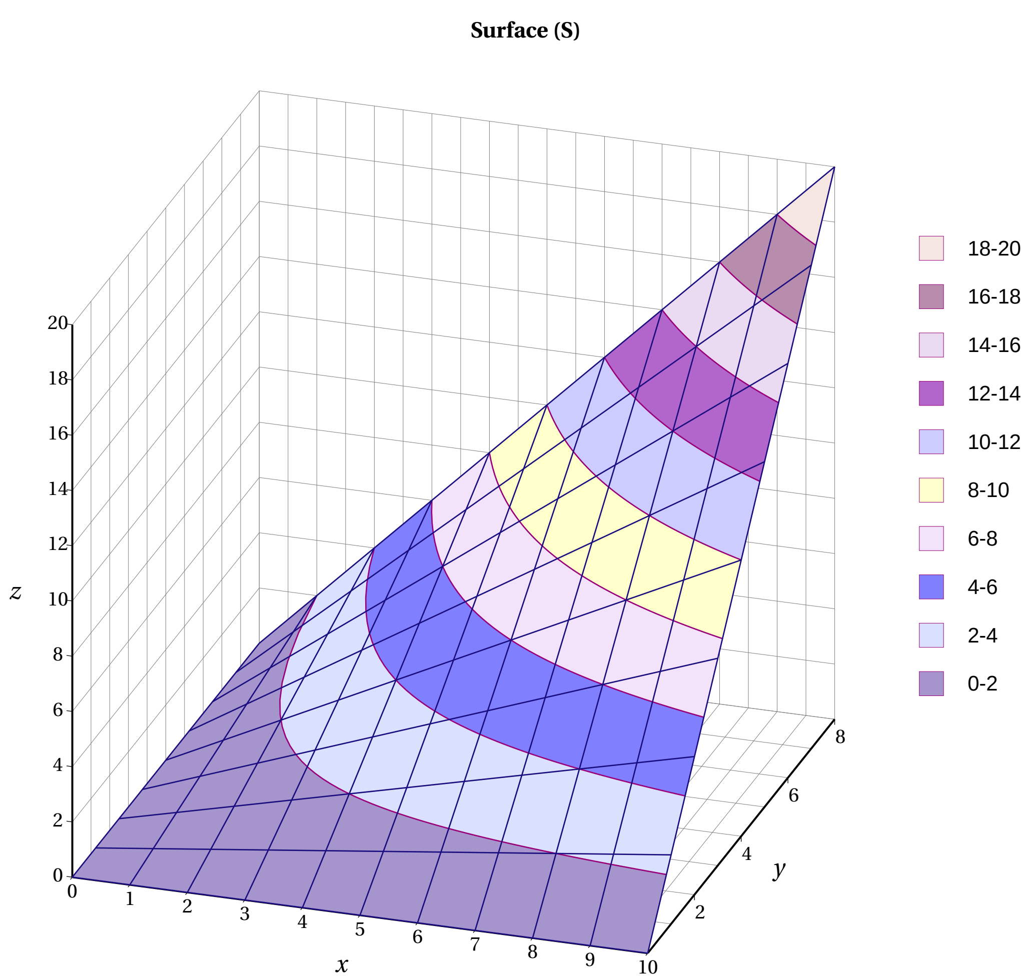
(à rendre avec la copie)

Exercice 4



Annexe 1
(à rendre avec la copie)

Exercice 2 (enseignement de spécialité)



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles-Guyane 20 juin 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans chaque programme de construction proposé par un grand constructeur immobilier, les acquéreurs doivent choisir entre la pose de moquette, de carrelage ou de sol plastifié pour revêtir le sol du salon. Pour le revêtement des murs du salon, ils ont le choix entre peinture ou papier peint.

Le recueil des choix des acquéreurs par l'entreprise donne les résultats suivants :

- 20 % ont choisi la moquette ;
- 50 % ont choisi le carrelage ;
- les autres acquéreurs ont choisi la pose de sol plastifié.

Parmi les acquéreurs ayant choisi la moquette, 46 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
Parmi les acquéreurs ayant choisi le carrelage, 52 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
42,7 % des acquéreurs ont choisi le papier peint pour le revêtement des murs.

On interroge au hasard un acquéreur de logement construit par cette entreprise.
On considère les évènements suivants :

M l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de moquette » ;

C l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de carrelage » ;

S l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de sol plastifié » ;

P l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de papier peint » ;

$\overline{P}$ l'évènement contraire de P, correspondant à : « l'acquéreur a choisi la peinture ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, et arrondis au millième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
2. **a.** Décrire l'évènement $M \cap P$.

   b. Calculer la probabilité $p(M \cap P)$.
3. **a.** Montrer que la probabilité que l'acquéreur ait choisi la pose de sol plastifié et de papier peint est égale à 0,075.

   b. L'acquéreur a choisi le sol plastifié. Calculer la probabilité qu'il ait choisi le papier peint.
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois acquéreurs parmi tous les clients du constructeur.

   a. Calculer la probabilité, notée p_1, qu'au moins un des trois acquéreurs ait choisi le papier peint.

   b. Calculer la probabilité, notée p_2, qu'exactement deux des trois acquéreurs aient choisi le papier peint.

EXERCICE 2 **5 points**

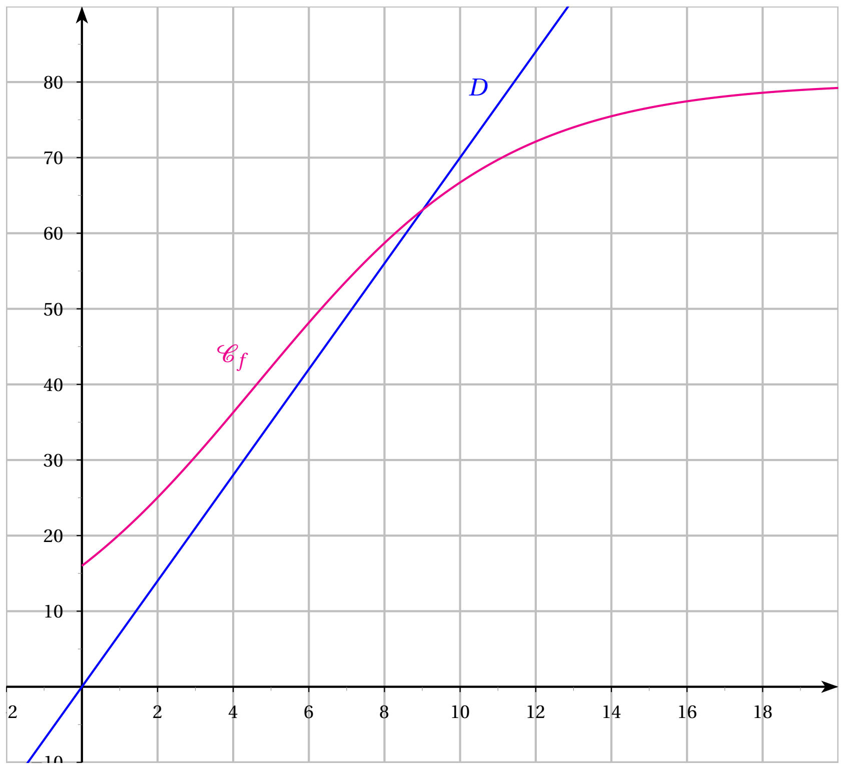
Commun à tous les candidats

Partie A : étude d'une fonction

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{80}{1 + 4\mathrm{e}^{-0,3x}}.$$

Dans un repère orthogonal, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et D la droite d'équation $y = 7x$.
On admet que la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite D se coupent en un seul point d'abscisse x_0 et on donne $x_0 \simeq 9,02$.



1. Calculer $f(0)$ et la valeur arrondie au centième de $f(20)$.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
3. **a.** Calculer la limite de f en $+\infty$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et en donner une équation.

   b. Montrer que pour tout x appartenant à $[0~;~+\infty[$, on a $f(x) < 80$. En déduire la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite d'équation $y = 80$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
4. À l'aide du graphique, déterminer, selon les valeurs de x, le signe de $7x - f(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie B : interprétation économique

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On utilisera les résultats de la partie A.

Une entreprise peut produire chaque jour au maximum 2 000 thermomètres de bain pour bébé.

On note x le nombre de centaines de thermomètres produits chaque jour travaillé, x appartenant à l'intervalle $[0~;~20]$.

On suppose que le coût total de production par jour, exprimé en centaines d'euros, est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1. Déterminer le montant des « coûts fixes », c'est-à-dire le montant des coûts lorsque la quantité produite est nulle.
2. Le coût total de production des thermomètres peut-il atteindre 8 100 €par jour ? Justifier.
3. Le prix de vente d'un thermomètre est fixé à 7 €. La recette journalière, exprimée en centaines d'euros, est donc donnée par $R(x) = 7x$.

   Pour quelles productions journalières de thermomètres l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.
Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.
Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007+n)$. On a donc $r_0 = 40000$.

1. **a.** Calculer r_1 et r_2.

   b. Justifier que pour tout entier n naturel on a $r_{n+1} = 0{,}95r_n + 200$.
2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4000$.

   a. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer s_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $r_n = 36000 \times 0{,}95^n + 4000$.

   c. La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier.

   d. Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini.

   e. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.
3. *Dans cette question, tout trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise réussira-t-elle à respecter son engagement ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B de ce exercice sont indépendantes

Le tableau suivant donne le nombre de cartes bancaires, en France, exprimé en millions, entre 2002 et 2009.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de cartes bancaires : y_i (en millions)	45,4	47,6	49,1	51,2	53,6	55,7	57,5	58,4

(source : INSEE / groupement des cartes bancaires)

Partie A

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec $0 \leqslant i \leqslant 7$, associé à cette série statistique dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   – sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année ;
   – sur l'axe des ordonnées, on placera 45 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 1 million.
2. Un ajustement affine du nuage de points paraît justifié.
   a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
3. En admettant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011.
   Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.

Partie B

1. Justifier que le pourcentage d'augmentation du nombre de cartes bancaires en France entre les années 2008 et 2009 est d'environ 1,6 %.
2. On admet que ce pourcentage annuel d'augmentation est valable pour les années à venir, à partir de 2009. Sous cette hypothèse, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011. Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Toujours sous l'hypothèse d'une augmentation annuelle de 1,6 %, déterminer à partir de quelle année l'estimation du nombre de cartes bancaires en France sera supérieure à 63 millions.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

On donne de plus : $f(-2) = 0$ et $f(5) = 0$ et $f(10) = 3$.

À l'aide des informations fournies ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau donnant le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x.

Les réponses aux questions suivantes devront être justifiées.

2. **a.** La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote horizontale ?
   Si oui, préciser une équation de cette droite.
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur l'intervalle $[3\ ;\ 10]$.

c. On appelle F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer les variations de la fonction F sur $\mathbb{R}$.

3. On note g la fonction définie sur $]-\infty\,;\,-2[\cup]5\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a. Expliquer pourquoi la fonction f n'est pas définie sur l'intervalle $[-2\,;\,5]$.

b. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 5\\ x>5}} g(x)$.

c. Préciser le sens de variation de la fonction g sur son ensemble de définition.

Baccalauréat ES La Réunion 21 juin 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, quatre réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse jugée correcte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point, une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.*

1. L'égalité $\ln[\exp(x)] = x$:	A. n'est vraie que pour tout réel x strictement positif. B. est vraie pour tout réel x. C. n'est jamais vraie. D. n'est vraie que pour tout réel x supérieur ou égal à 1.
2. L'égalité $\exp[\ln(x)] = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :	A. $[0~;~+\infty[$ B. $\mathbb{R}$ C. $]0~;~+\infty[$ D. $[-1~;~+\infty[$
3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :	A. $\dfrac{1}{4}$ B. $\dfrac{15}{16}$ C. $\dfrac{1}{16}$ D. $\dfrac{1}{8}$
4. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression : $f(x) = 3\text{e}^{2x} - x + 1$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :	A. $y = 2x + 4$ B. $y = 6x + 4$ C. $y = 5x + 4$ D. $y = 5x - 4$
5. On considère l'inéquation : $\ln(3 - x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :	A. $]0 : 3]$ B. $[2~;~3]$ C. $[2~;~+\infty]$ D. $]0~;~2]$
6. $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \text{e}^{\left(-2 + \frac{1}{x}\right)}$ est égale à :	A. 0 B. $+\infty$ C. e^{-2} D. $-\infty$
7. Soit g la fonction définie sur $]1~;~+\infty[$ par : $$g(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}.$$ Sa courbe représentative admet :	A. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des abscisses. B. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des ordonnées. C. deux asymptotes. D. aucune asymptote.
8. Soit h la fonction définie et dérivable sur $]0~;~+\infty[$ d'expression : $$h(x) = 2\ln(x) - x$$ Soit h' la fonction dérivée de h sur $]0~;+\infty[$. Alors l'expression de h' est :	A. $h'(x) = \dfrac{2-x}{x}$ B. $h'(x) = \dfrac{2}{x} - x$ C. $h'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ D. $h'(x) = \dfrac{2}{x} + 1$

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'internet un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale.

On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.

On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet »

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en annexe.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.
3. Calculer la probabilité de I sachant T, notée $P_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.
5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet.
   Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\dfrac{21}{58}$.
6. On choisit au hasard, successivement et avec remise, trois questionnaires.
   Quelle est la probabilité que, parmi les trois questionnaires, un exactement soit celui d'un élève utilisateur régulier d'internet ?
   On en donnera la valeur arrondie au millième.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité sauf indication contraire.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'hypermarchés (établissement, réalisant plus d'un tiers de leurs ventes en alimentation et dont la surface est supérieure à 2 500 m^2) en France de l'année 1991 à l'année 2003.

Année	199	199	199	199	199	2001	2003
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	9	11	13
Nombre d'hypermarchés y_i	862	955	1 048	1 142	1 184	1 261	1 343

Partie A – Un ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.
   Unités graphiques : 1 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente 100 hypermarchés en ordonnée ; faire débuter la graduation à 800 sur l'axe des ordonnées.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère précédent.
3. Dans cette question, les calculs seront effectués à la calculatrice.
   Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter cette droite D dans le repère précédent.
4. En supposant que ce modèle reste valide jusqu'en 2012, en déduire une estimation du nombre d'hypermarché, en France pour l'année 2012.

Partie B – Un nouvel ajustement

Les relevés précédents permettent de considérer que le nombre d'hypermarchés en France augmente de 3,2 % par an à partir de 1997.
On suppose que cette progression reste valide jusqu'en 2018.

1. Déterminer une estimation du nombre d'hypermarchés en France pour l'année 2012.
   Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
2. Déterminer à partir de quelle année le nombre d'hypermarchés en France dépassera 2 000.

EXERCICE 3 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l' enseignement de spécialité

Un artisan glacier fabrique des glaces et des sorbets.
On appelle respectivement x et y les quantités de glace et de sorbet exprimées en centaines de litres, produites et vendues quotidiennement.
Le coût total de production z exprimé en dizaines d'euros, est donné par la relation :

$$z = 2x^2 + y^2 - xy + 6x, \text{ avec } x \in [0~;~10] \text{ et } y \in [0~;~10].$$

Sur l'annexe 2 :

- la surface (S) représentant le coût de production en fonction de x et de y dans un repère orthogonal est donnée en figure 1 ;
- la figure 2 représente la projection orthogonale de la surface (S) sur le plan $(x\text{O}y)$;
- les courbes de niveau de cette surface sont représentées pour z allant de 20 en 20.

1. **a.** C est le point de (S) d'abscisse 6 et d'ordonnée 2.
   Placer le point C sur la figure 1 donnée en annexe ?
   b. Calculer la cote z du point C précédent. Interpréter le résultat obtenu.
   c. On suppose dans cette question que $y = 4$.
   Exprimer alors z en fonction de x.
   En déduire la nature de la section de la surface (S) par le plan d'équation $y = 4$.
   Surligner en couleur cet ensemble sur la figure 1.

   Pour des raisons de stockage et de rentabilité, la fabrication de x centaines de litres de glace et de y centaines de litres de sorbet engendre la contrainte : $x + y = 10$.
   On note (E) l'ensemble des points du plan vérifiant cette contrainte.
   a. La figure 2 donnée en annexe 2, représente les lignes de niveau des coûts de production.
   Représenter l'ensemble (E) sur cette figure.

b. Vérifier que, sous la contrainte $x + y = 10$, z peut s'écrire sous la forme : $z = g(x)$, avec $g(x) = 4x^2 - 24x + 100$.

Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer les quantités de glace et de sorbet (en centaines de litres) qu'il faudrait produire pour que le coût de production soit minimum.

ANNEXE 2 de l'exercice 3

Figure 1

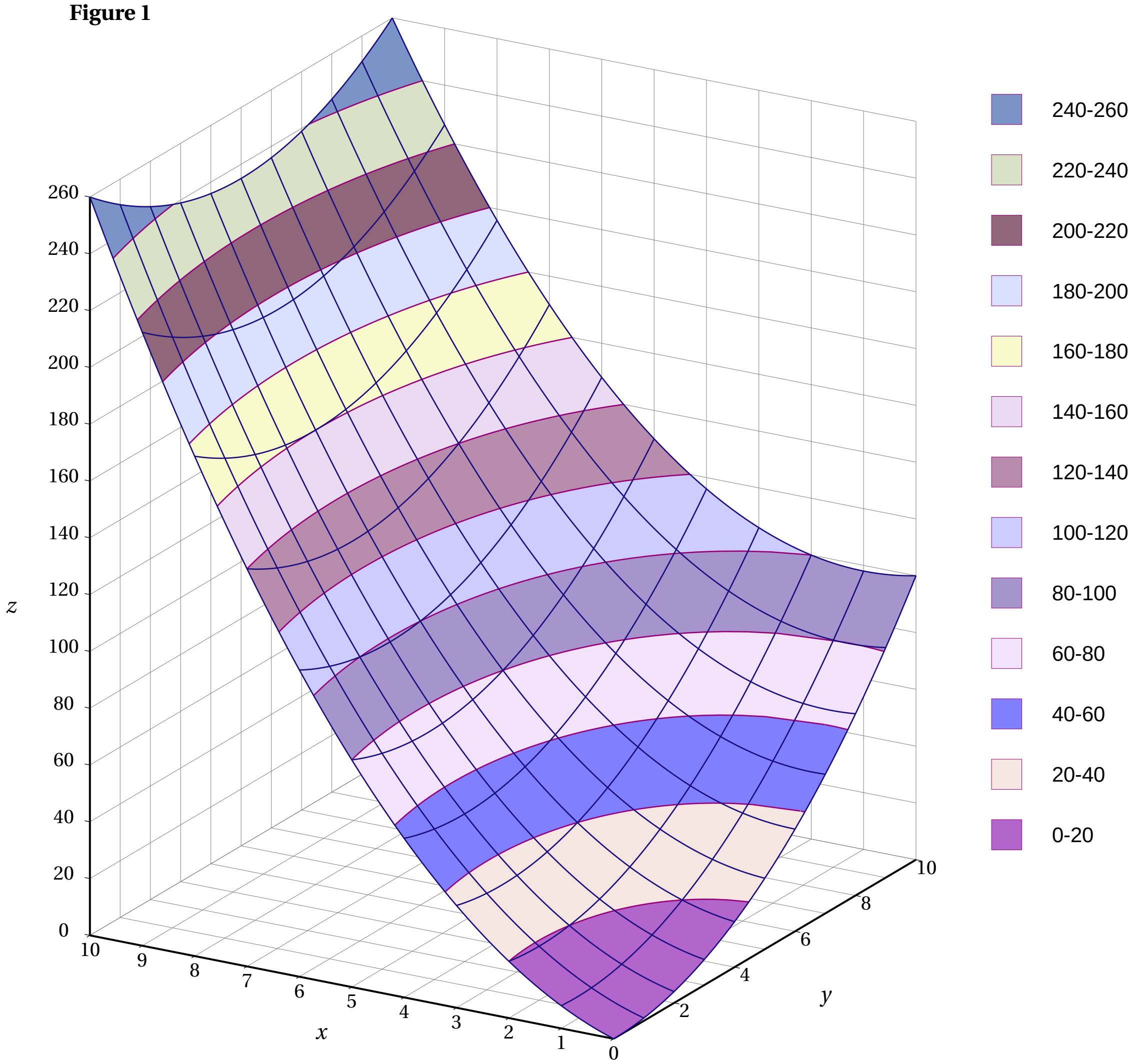
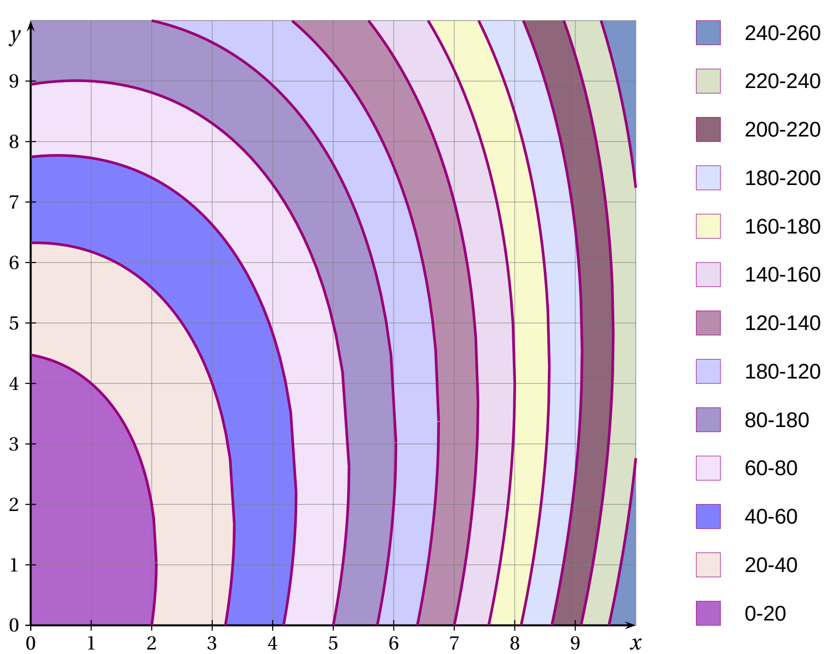


Figure 2



EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l' intervalle $]2\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - 3\ln(x-2).$$

La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal est donnée en annexe.

1. **a.** Donner par lecture graphique : $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b. Retrouver par le calcul $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

2. On note f' la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$. ,

   a. Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{(x-3)(2x-1)}{x-2}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$.

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ par $g(x) = \ln(x-2)$.

   a. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ par :

   $$G(x) = (x-2)\ln(x-2) - x.$$

   Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.

   b. En déduire une primitive F de f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.

   c. Sur l'annexe (à rendre avec la copie), hachurer le domaine D, délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 4$.

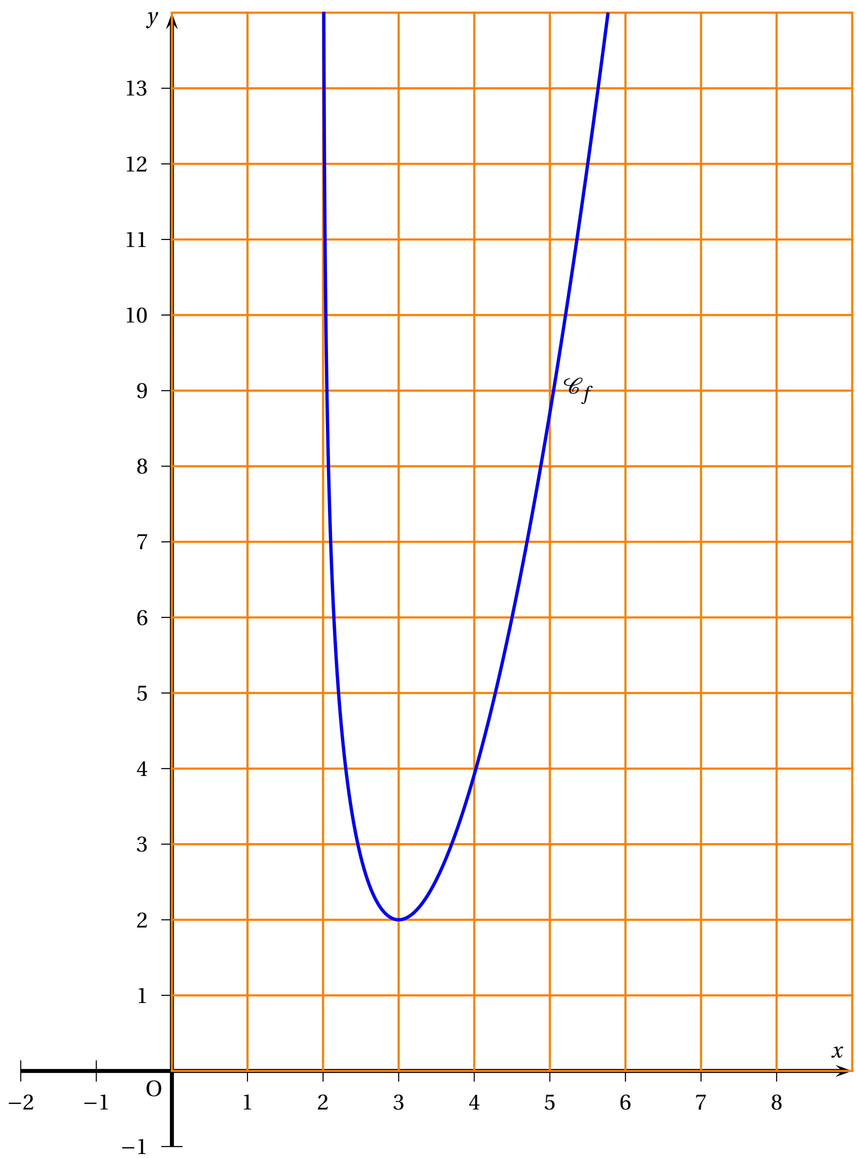
   d. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine D.

   On donnera la valeur exacte de celle aire puis une valeur approchée au centième près.

Annexe 1 de l'exercice 2

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				

Annexe 2 de l'exercice 4



∽ Baccalauréat ES Métropole 22 juin 2011 ∾

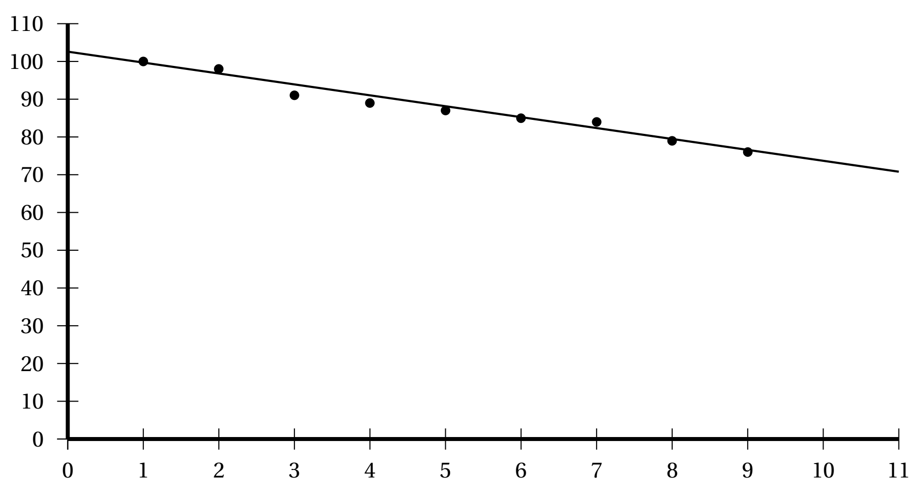
EXERCICE 1 **5 points**
Commun tous les candidats

La Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés (CNAMTS) publie, chaque année, des statistiques sur les accidents du travail en France. Celles-ci permettent d'obtenir divers indicateurs, notamment l'indice de fréquence (nombre moyen d'accidents du travail avec arrêt pour 1000 salariés).
Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice de fréquence pour le secteur du BTP (Bâtiment et Travaux Publics) en France, au cours des années 2001 à 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice de fréquence : y_i	100,3	98,9	91,6	89,5	87,6	85,4	84,0	79,9	76,0

1. **Premier ajustement**

   Grâce à un logiciel, un élève a obtenu le nuage de points représentant la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ et, par la méthode des moindres carrés, la droite d'ajustement de y en x dont une équation est $y = -2,89x + 102,59$ (les coefficients sont arrondis à $0,01$).



   a. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2012, déterminer une estimation de l'indice de fréquence en l'année 2012.

   b. Quel serait le pourcentage d'évolution entre 2007 et 2012 de l'indice de fréquence selon ce modèle ? On arrondira le résultat à 10^{-2}.

2. **Deuxième ajustement**

   Un autre élève envisage un ajustement exponentiel de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.
   On pose $z_i = \ln y_i$.

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les valeurs de z_i seront arrondies à 10^{-3}).

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,608	4,594	4,517						

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x sous la forme $z = ax + b$, les coefficients a et b étant arrondis à $10^{?4}$.

   c. En déduire une expression de y en fonction de x sous la forme $y = K\mathrm{e}^{-0,0328x}$, K étant une constante arrondie à $10^{?1}$ près.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   La stratégie européenne de santé au travail a fixé comme objectif une réduction de 25 % de l'indice de fréquence entre 2007 et 2012.

   Peut-on prévoir d'atteindre cet objectif selon les deux ajustements précédents, que l'on suppose valables jusqu'en 2012 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une chaîne de production d'une usine fabrique des vêtements pour nourrissons. Une étude statistique a montré que :

- 12 % des vêtements fabriqués ont un défaut dans la couleur,
- parmi les vêtements ayant un défaut dans la couleur, 20 % ont un défaut dans la forme,
- parmi les vêtements n'ayant pas de défaut dans la couleur, 8 % présentent un défaut dans la forme.

On appelle C l'évènement « le vêtement présente un défaut dans la couleur » et $\overline{\text{C}}$ l'évènement contraire.

On appelle F l'évènement « le vêtement présente un défaut dans la forme » et $\overline{\text{F}}$ l'évènement contraire.

Un employé choisit un vêtement au hasard, dans un lot de vêtements fabriqués et conformes à l'étude statistique ci-dessus.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la couleur et un défaut dans la forme.

   b. Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la forme.

   c. Les évènements C et F sont-ils indépendants ? Justifier.
3. Le directeur de l'usine affirme que 92 % des vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut.

   Cette affirmation est-elle correcte ? Expliquer.
4. Les employés de l'usine sont autorisés à acheter des vêtements à tarif préférentiel.

   L'un d'entre eux choisit au hasard trois vêtements. Le nombre de vêtements fabriqués est suffi- samment grand pour considérer que les trois choix sont indépendants.

   Quelle est la probabilité pour qu'aucun de ces trois vêtements choisis ne présente de défaut ? Le résultat sera arrondi à $10^{?3}$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque année, une association de cyclotourisme prépare de nouveaux circuits. Pour satisfaire ses nombreux membres, elle élabore des circuits de différents niveaux : « niveau facile », « niveau moyen » et « niveau difficile ».

Au premier janvier 2010, l'association a fait son bilan :

- 20 % de ses adhérents ont choisi le niveau facile, noté A
- 70 % de ses adhérents ont choisi le niveau moyen, noté B
- 10 % de ses adhérents ont choisi le niveau difficile, noté C

Pour répondre aux attentes des adhérents et les fidéliser sur le long terme, une enquête est effectuée.

Il s'avère que, d'une année à l'autre :

- parmi les adhérents ayant choisi le niveau A, 40 % restent à ce niveau et 60 % passent au niveau B,
- parmi les adhérents ayant choisi le niveau B, 70 % restent à ce niveau et 20 % reviennent au niveau A et les autres passent passent au niveau C,
- parmi les adhérents ayant choisi le niveau C, 85 % restent à ce niveau et les autres reviennent au niveau B.

On note :

- A l'état « l'adhérent a choisi le niveau A »,

- B l'état « l'adhérent a choisi le niveau B »,
- C l'état « l'adhérent a choisi le niveau C ».

Pour n entier naturel positif ou nul, on note $P_n = (a_n \quad b_n \quad c_n)$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste de la répartition dans les différents niveaux (indiqués dans l'ordre donné dans l'énoncé), au premier janvier de l'année $2010 + n$. Ainsi $P_0 = (0,2 \quad 0,7 \quad 0,1)$.

On se décide se baser uniquement sur ces résultats pour prévoir l'évolution de la répartition à partir du premier janvier 2010 (on néglige donc les nouveaux abonnés et les départs).

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A, B et C.
2. Reproduire et compléter la matrice de transition M de ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

$$M = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & 0 \\ 0,2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & 0,15 & \cdots \end{pmatrix}$$

3. Une seule des trois matrices Q, R, T ci-dessous correspond à l'état probabiliste stable.

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

Le président de l'association affirme que 50 % des adhérents choisiront après un certain nombre d'années le niveau B. Cette affirmation est-elle correcte ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : *Une réponse exacte rapporte* 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. La fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$$

On note f' sa fonction dérivée.

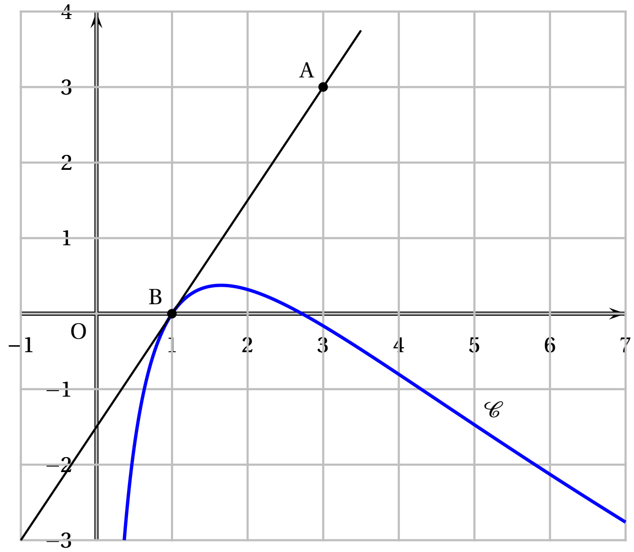
a. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \mathrm{e}^{-2}$
b. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$
c. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+1}$

2. On donne le tableau de variation d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle [?5 ; 12].

x	-5		2		8		12
$g(x)$	-3	↘	-8	↗	1	↘	0

a. $\displaystyle\int_{-5}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = 7$
b. L'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $[-5 ; 12]$
c. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5 ; 12]$, $g(x) < 0$.

3. La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. La droite (AB), tracée sur le graphique, est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 1.



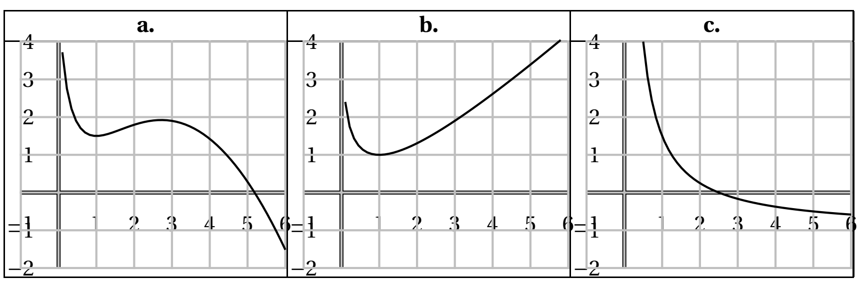
On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

a. $h'(1) = 0$

b. $h'(1) = 1,5$

c. $h'(1) = -\dfrac{2}{3}$

4. Une seule des trois courbes ci-après est la représentation graphique d'une primitive de la fonction h (introduite à la question 3.) sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$. Préciser laquelle.



EXERCICE 4 **6 points**

Commun tous les candidats

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[0{,}1~;~10]$ par :

$$B(x) = 10 \times \frac{1 + \ln x}{x}.$$

Si $B(x)$ est positif, il s'agit d'un bénéfice ; s'il est négatif, il s'agit d'une perte.

1. Coraline utilise un logiciel de calcul formel. À plusieurs reprises, elle entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Elle obtient l'écran suivant :

(Commande) B(x) :=10*((1+ln(x))/x)	
(Réponse 1)	$x- > 10 * \left(\dfrac{1+\ln x}{x}\right)$
(Commande) dériver(B(x),x)	
(Réponse 2)	$\dfrac{10}{x^2}$ + $\dfrac{10*(1+\ln(x))*(-1)}{x^2}$
(Commande) résoudre(B(x)=0,x)	
(Réponse 3)	$[\exp(-1)]$
(Commande) résoudre(B(x)>0,x)	
(Réponse 4)	$[x > \exp(-1)]$
(Commande) maximum(B(x),[0.1 ;10])	
(Réponse 5)	10

a. Traduire sur le graphique donné en annexe, illustrant la courbe représentative de la fonction B, les réponses 3, 4 et 5 renvoyées par le logiciel de calcul formel.

b. Justifier la réponse 3 renvoyée par le logiciel de calcul formel. Interpréter cette valeur en terme de résultat mensuel pour l'entreprise.

2. **a.** Démontrer qu'une primitive de la fonction B sur l'intervalle $[0,1 ; 10]$ est la fonction F définie sur $[0,1 ; 10]$ par

$$F(x) = 5\ln x(\ln x + 2)$$

b. Calculer $\displaystyle\int_{0,5}^{1,5} B(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur approchée à $10^{?3}$ près.

Ce nombre représente le bénéfice mensuel moyen en milliers d'euros lorsque l'entreprise produit et vend chaque mois un nombre d'objets compris entre 50 et 150.

c. Pour quel nombre d'objets le bénéfice mensuel B est-il maximal ? Justifier la réponse par un calcul.

Annexe à rendre avec la copie