Baccalauréat ES 2014

L'intégrale d'avril à novembre 2014

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

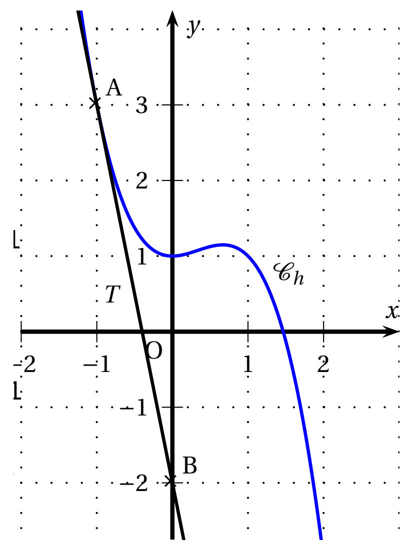
∽ Baccalauréat ES Pondichéry ∾
7 avril 2014

Exercice 1 **4 points**

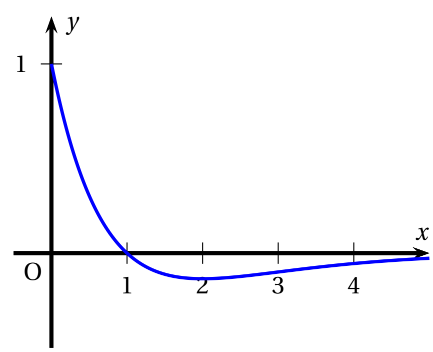
Commun à tous les candidats

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. La courbe $\mathscr{C}_h$ représentative d'une fonction h définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est représentée ci-contre.
On a tracé la tangente T à $\mathscr{C}_h$ au point A$(-1~;~3)$.
T passe par le point B$(0~;~-2)$.
Proposition : le nombre dérivé $h'(-1)$ est égal à -2.



2. On désigne par f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0~;~+\infty[$.
La courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, est donnée ci-contre.
Le point de coordonnées $(1~;~0)$ est le seul point d'intersection de cette courbe et de l'axe des abscisses.
Proposition : la fonction f est convexe sur l'intervalle $[1~;~4]$.



3. **Proposition** : on a l'égalité

$$\mathrm{e}^{5\ln 2} \times \mathrm{e}^{7\ln 4} = 2^{19}.$$

4. La courbe représentative d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle $[0~;~2]$ est donnée en fig. 1.
La courbe représentative d'une de ses primitives, G, est donnée sur la fig. 2.
La courbe représentative de G passe par les points A$(0~;~1)$, B$(1~;~1)$ et C$(2~;~5)$.

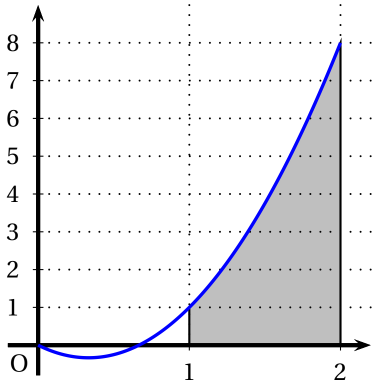


fig. 1

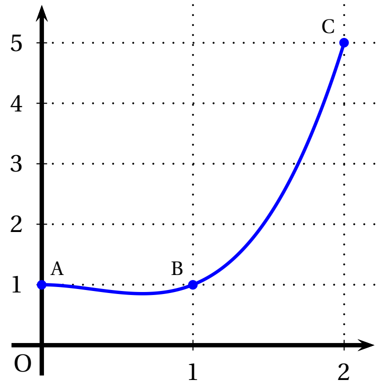


fig. 2

Proposition : la valeur exacte de l'aire de la partie grisée sous la courbe de g en fig. 1 est 4 unités d'aires.

*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Leur but est de soigner puis relâcher ces oiseaux une fois guéris.
Le centre ouvre ses portes le 1$^{\text{er}}$ janvier 2013 avec 115 oiseaux.
Les spécialistes prévoient que 40 % des oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier d'une année restent présents le 1$^{\text{er}}$ janvier suivant et que 120 oiseaux nouveaux sont accueillis dans le centre chaque année.
On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier des années suivantes.
La situation peut être modélisée par une suite (u_n) admettant pour premier terme $u_0 = 115$, le terme u_n donnant une estimation du nombre d'oiseaux l'année $2013 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2. Avec quelle précision convient-il de donner ces résultats ?
2. Les spécialistes déterminent le nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier de chaque année à l'aide d'un algorithme.
   a. Parmi les trois algorithmes proposés ci-dessous, seul l'**algorithme 3** permet d'estimer le nombre d'oiseaux présents au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2013 + n$.
   Expliquer pourquoi les deux premiers algorithmes ne donnent pas le résultat attendu.

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Début
Saisir une valeur pour N
Affecter 115 à U
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 0,6 × U + 120 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin
```
algorithme 1

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Début
Saisir une valeur pour N
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 115 à U
  | Affecter 0,4 × U + 115 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin
```
algorithme 2

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Début
Saisir une valeur pour N
Affecter 115 à U
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 0,4 × U + 120 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin
```
algorithme 3

   b. Donner, pour tout entier naturel n, l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $0,4$. Préciser v_0.

b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel $n, u_n = 200 - 85 \times 0,4^n$.

d. La capacité d'accueil du centre est de 200 oiseaux. Est-ce suffisant ? Justifier la réponse.

4. Chaque année, le centre touche une subvention de 20 euros par oiseau présent au 1er janvier.

Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le 1er janvier 2013 et le 31 décembre 2018 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Deux sociétés, Ultra-eau (U) et Vital-eau (V), se partagent le marché des fontaines d'eau à bonbonnes dans les entreprises d'une grande ville.

Partie A

En 2013, l'entreprise U avait 45 % du marché et l'entreprise V le reste. Chaque année, l'entreprise U conserve 90 % de ses clients, les autres choisissent l'entreprise V. Quant à l'entreprise V, elle conserve 85 % de ses clients, les autres choisissent l'entreprise U.

On choisit un client au hasard tous les ans et on note pour tout entier naturel n :

u_n la probabilité qu'il soit un client de l'entreprise U l'année $2013 + n$, ainsi $u_0 = 0,45$;

v_n la probabilité qu'il soit un client de l'entreprise V l'année $2013 + n$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets U et V.

2. Donner v_0, calculer u_1 et v_1.

3. On considère l'algorithme (incomplet) donné en annexe. Celui-ci doit donner en sortie les valeurs de u_n et v_n pour un entier naturel n saisi en entrée.

Compléter les lignes (L5) et (L8) de l'algorithme pour obtenir le résultat attendu.

4. On admet que, pour tout nombre entier naturel $n, u_{n+1} = 0,75u_n + 0,15$. On note, pour tout nombre entier naturel $n, w_n = u_n - 0,6$.

a. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

b. Quelle est la limite de la suite (w_n) ? En déduire la limite de la suite (u_n). Interpréter le résultat dans le contexte de cet exercice.

Partie B

L'entreprise U fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

Le coût total de production est modélisé par une fonction C définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 10 \qquad a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Lorsque le nombre x désigne le nombre de milliers de recharges produites, $C(x)$ est le coût total de production en centaines d'euros.
On admet que le triplet (a, b, c) est solution du système (S).

$$(S)\quad \left\{\begin{array}{lcl} a+b+c & = & 1 \\ 27a+9b+3c & = & 17,4 \\ 125a+25b+5c & = & 73 \end{array}\right. \text{ et on pose } X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

1. **a.** Écrire ce système sous la forme $MX = Y$ où M et Y sont des matrices que l'on précisera.

b. On admet que la matrice M est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet (a, b, c) solution du système (S).

2. En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites ?

Annexe à l'exercice 2
Recopier sur la copie la partie « traitement » (lignes L3 à L9) en complétant les lignes L5 et L8.

Variables :	N est un nombre entier naturel non nul	L1
	U et V sont des nombres réels	L2
Traitement :	Saisir une valeur pour N	L3
	Affecter à U la valeur 0,45	L4
	Affecter à V la valeur ……	L5
	Pour i allant de 1 jusqu'à N	L6
	Affecter à U la valeur $0,9 \times U + 0,15 \times V$	L7
	Affecter à V la valeur ……	L8
	Fin Pour	L9
Sortie :	Afficher U et Afficher V	L10

*

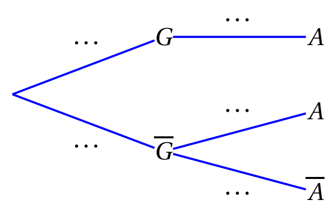
Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.
On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.
Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04.
On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les évènements suivants :
— G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;
— A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'évènement A est égale à 0,107 2.
3. Pour une semaine donnée, calculer la probabilité qu'un salarié ait la grippe sachant qu'il est absent. Donner un résultat arrondi au millième.

Partie B

On admet que le nombre de journées d'absence annuel d'un salarié peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 3,5$.

1. Justifier, en utilisant un résultat du cours, que $p(7 \leqslant X \leqslant 21) \approx 0,95$.
2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un salarié comptabilise au moins 10 journées d'absence dans l'année.

Partie C

Une mutuelle déclare que 22 % de ses adhérents ont dépassé 20 journées d'absence au travail en 2013.
Afin d'observer la validité de cette affirmation, un organisme enquête sur un échantillon de 200 personnes, choisies au hasard et de façon indépendante, parmi les adhérents de la mutuelle.
Parmi celles-ci, 28 ont comptabilisé plus de 20 journées d'absence en 2013.
Le résultat de l'enquête remet-il en question l'affirmation de la mutuelle ? Justifier la réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation. *

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Un artisan glacier commercialise des « sorbets bio ». Il peut en produire entre 0 et 300 litres par semaine. Cette production est vendue dans sa totalité.
Le coût total de fabrication est modélisé par la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle I =]0 ; 3] par

$$f(x) = 10x^2 - 20x\ln x.$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de litres de sorbet, $f(x)$ est le coût total de fabrication en centaines d'euros.
La recette, en centaines d'euros, est donnée par une fonction r définie sur le même intervalle I.

Partie A

La courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et la droite D représentative de la fonction linéaire r sont données en **annexe**.

1. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique et sans justification.
   a. Donner le prix de vente en euros de 100 litres de sorbet.
   b. Donner l'expression de $r(x)$ en fonction de x.

c. Combien l'artisan doit-il produire au minimum de litres de sorbet pour que l'entreprise dégage un bénéfice ?

2. On admet que $\displaystyle\int_1^3 20x\ln x\,\mathrm{d}x = 90\ln 3 - 40$.

a. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. En déduire, pour une production comprise entre 100 et 300 litres, la valeur moyenne (arrondie à l'euro) du coût total de production.

Partie B

On note $B(x)$ le bénéfice réalisé par l'artisan pour la vente de x centaines de litres de sorbet produits. D'après les données précédentes, pour tout x de l'intervalle $[1~;~3]$, on a :

$$B(x) = -10x^2 + 10x + 20x\ln x$$

où $B(x)$ est exprimé en centaines d'euros.

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B. Montrer que, pour tout nombre x de l'intervalle $[1~;~3]$, on a : $B'(x) = -20x + 20\ln x + 30$.

2. On donne le tableau de variation de la fonction dérivée B' sur l'intervalle $[1~;~3]$.

x	1		3
$B'(x)$	$B'(1)$	$\searrow$	$B'(3)$

a. Montrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1~;~3]$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2}.

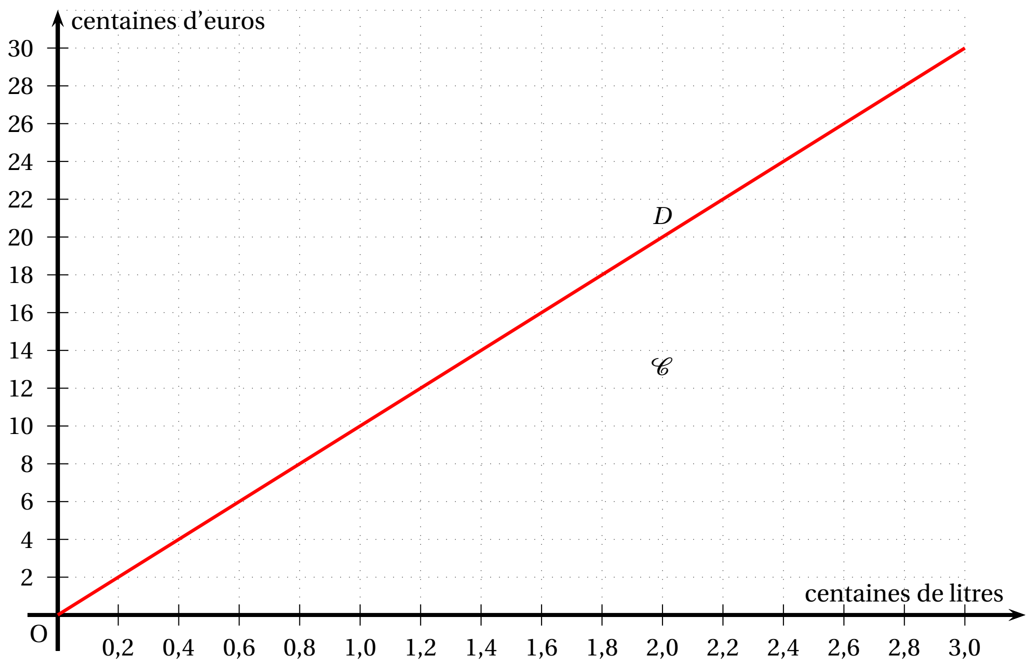
b. En déduire le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1~;~3]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction B sur ce même intervalle.

3. L'artisan a décidé de maintenir sa production dans les mêmes conditions s'il peut atteindre un bénéfice d'au moins 850 euros. Est-ce envisageable ?

*

ANNEXE

Annexe à l'exercice 4



Durée : 4 heures

Baccalauréat ES/L Liban
27 mai 2014

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

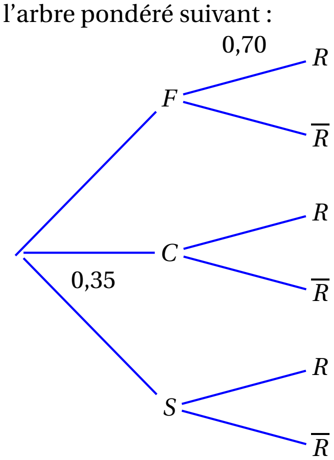
Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.
Il note aussi que :

- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.
On s'intéresse aux évènements suivants :
F : « la table est occupée par une famille »
S : « la table est occupée par une personne seule »
C : « la table est occupée par un couple »
R : « le serveur reçoit un pourboire »
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A, sachant B.

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. **a.** Calculer $p(F \cap R)$.

   b. Déterminer $p(R)$.
4. Sachant que le serveur a reçu un pourboire, calculer la probabilité que ce pourboire vienne d'un couple. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} .

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un soir donné, associe le montant total en euro des pourboires obtenus par le serveur.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart-type $\sigma = 4,5$.
Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats arrondis à 10^{-2}.

1. Calculer :
   a. la probabilité que le montant total des pourboires reçus par le serveur soit compris entre 6 et 24 euros.
   b. $p(X \geqslant 20)$.
2. Calculer la probabilité que le montant total des pourboires du serveur soit supérieur à 20 euros sachant que ce montant est compris entre 6 et 24 euros.

*

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire et L

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse.
Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification.
Chaque réponse exacte rapportera 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.*

Un fumeur est dit fumeur régulier s'il fume au moins une cigarette par jour.
En 2010, en France, la proportion notée p de fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, était de $0,236$

(*Source : Inpes*)

On a $p = 0,236$.

1. La probabilité que, sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans choisis au hasard et de manière indépendante, aucun ne soit fumeur régulier est, à 10^{-3} près :

   a. 0,136 **b.** 0 **c.** 0,068 **d.** 0,764

2. Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de la fréquence de fumeurs réguliers dans un échantillon de 500 jeunes âgés de 15 à 19 ans est :
   (Les bornes de chaque intervalle sont données à 10^{-3} près)

   a. [0,198 ; 0,274] **b.** [0,134 ; 0,238] **c.** [0,191 ; 0,281] **d.** [0,192 ; 0,280]

3. La taille n de l'échantillon choisi afin que l'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 0,95 soit inférieure à 0,01, vaut :

   a. $n = 200$ **b.** $n = 400$ **c.** $n = 21\,167$ **d.** $n = 27\,707$

4. Dans un échantillon de 250 jeunes fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, 99 sont des filles.
   Au seuil de 95 %, un intervalle de confiance de la proportion de filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est :
   (*Les bornes de chaque intervalle sont données à* 10^{-2} près)

   a. [0,35 ; 0,45] **b.** [0,33 ; 0,46] **c.** [0,39 ; 0,40] **d.** [0,30 ; 0,50]

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2 500 inscriptions en 2013.
Elle estime que, chaque année, 80 % des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.
On modélise cette situation par une suite numérique (a_n).
On note $a_0 = 2500$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et a_n représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année $2013 + n$.

1. **a.** Calculer a_1 et a_2.

   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a la relation $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 400$.
2. On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = a_n - 2000$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 500$ et de raison $q = 0,8$.

   b. En déduire que le terme général de la suite (a_n) est $a_n = 500 \times 0,8^n + 2000$.

   c. Calculer la limite de la suite (a_n).

   d. Que peut-on en déduire pour le nombre d'adhérents à la médiathèque si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir ?
3. On propose l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	A réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	A prend la valeur 2 500
Traitement :	Tant que $A - 2000 > 50$
	A prend la valeur $A \times 0,8 + 400$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N.

   a. Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

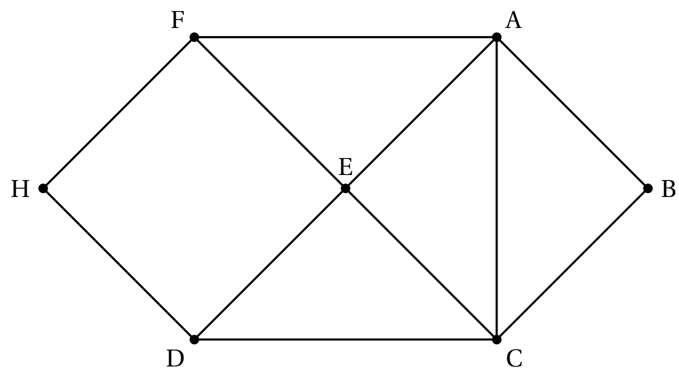
   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

*

EXERCICE 3 **5 points**

ES Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On a schématisé ci-dessous le plan d'une MJC (Maison de la Jeunesse et de la Culture) par un graphe dont les sommets sont les salles et les arêtes sont les passages (portes, couloirs ou escaliers) entre les salles. On appelle H le hall d'entrée et B le bureau du directeur.

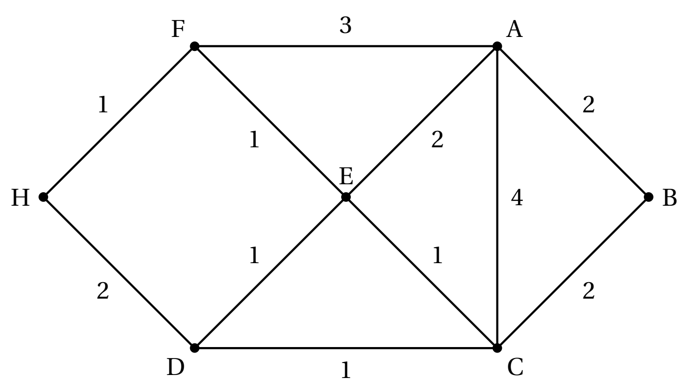


En fin de journée, un agent de service fait le tour de la MJC pour récupérer dans chaque salle (bureau du directeur et hall inclus) les objets oubliés par les enfants.

1. Préciser si ce graphe est connexe en justifiant la réponse.
2. Déterminer, en justifiant, si l'agent de service peut passer par toutes les salles en utilisant une fois et une seule chaque passage.
3. On range les sommets par ordre alphabétique.
   Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe.
4. On donne :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 31 & 15 & 26 & 21 & 27 & 18 & 12 \\ 15 & 12 & 15 & 12 & 18 & 12 & 6 \\ 26 & 15 & 31 & 18 & 27 & 21 & 12 \\ 21 & 12 & 18 & 20 & 17 & 18 & 5 \\ 27 & 18 & 27 & 17 & 34 & 17 & 16 \\ 18 & 12 & 21 & 18 & 17 & 20 & 5 \\ 12 & 6 & 12 & 5 & 16 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

   En déduire le nombre de chemins de longueur 4 entre les sommets B et H.
5. On a indiqué sur le graphe ci-dessous le temps en minute mis pour passer entre les différentes salles en ouvrant et fermant les portes à clé.



*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = x + 1 + \text{e}^{-x+0,5}.$$

On a représenté en annexe, dans un plan muni d'un repère orthonormé :
— la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f ;
— la droite Δ d'équation $y = 1,5x$.

1. **a.** Vérifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,5]$, on a $f'(x) = 1 - \text{e}^{-x+0,5}$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

   b. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,5]$ l'équation $f'(x) = 0$.

   c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

   d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

2. On note α l'abscisse du point d'intersection de $\mathscr{C}$ et Δ.

   a. Donner, par lecture graphique, un encadrement de α à 0,5 près.

   b. Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ l'inéquation $f(x) < 1,5x$.

Partie B Application

Une entreprise fabrique des cartes à puces électroniques à raide d'une machine.
La fonction f, définie dans la partie A, représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.

1. **a.** Déduire de la partie A, le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine.

   b. Chaque carte fabriquée par la machine est vendue l,50 €.

   La recette perçue pour la vente de x centaines de cartes vaut donc $1,5x$ centaines d'euros. Vérifier que le bénéfice obtenu, en centaines d'euros, par la vente de x centaines de cartes est donné par
   $B(x) = 0,5x - 1 - \text{e}^{-x+0,5}$.

2. **a.** Montrer que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

   b. Montrer que, sur l'intervalle $[0\,;\,5]$, l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution comprise entre 2,32 et 2,33.

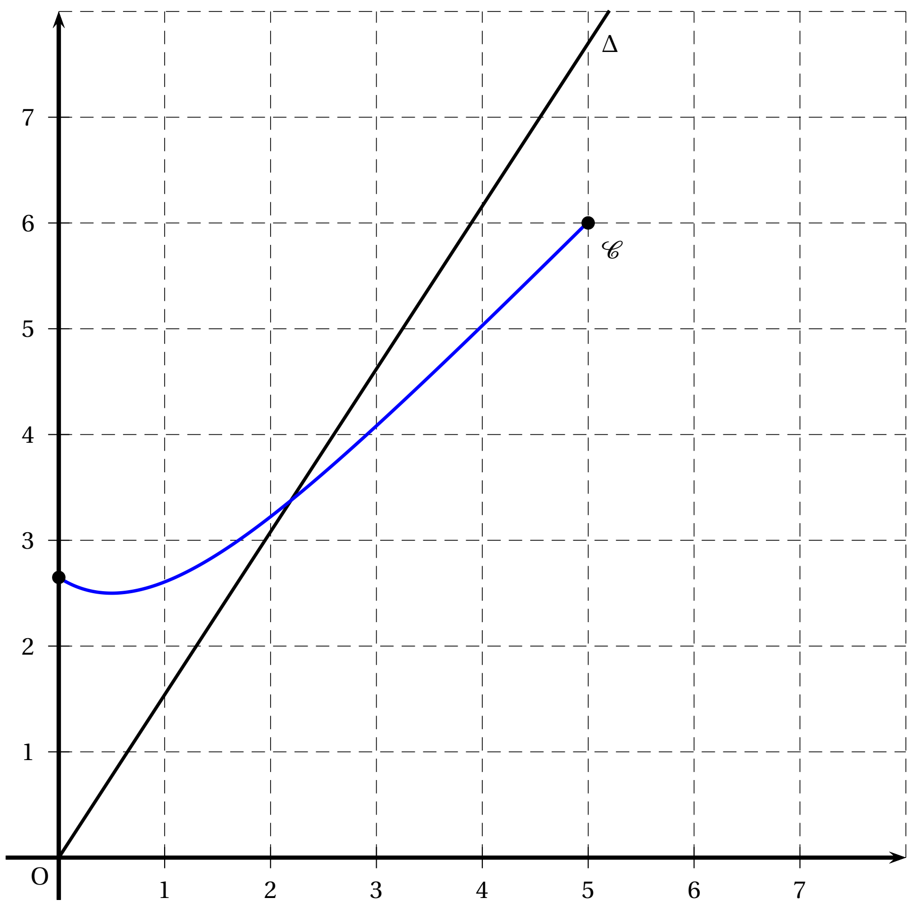
3. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice lorsque $B(x) > 0$.

   Indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice.

*

ANNEXE

EXERCICE 4



Durée : 3 heures

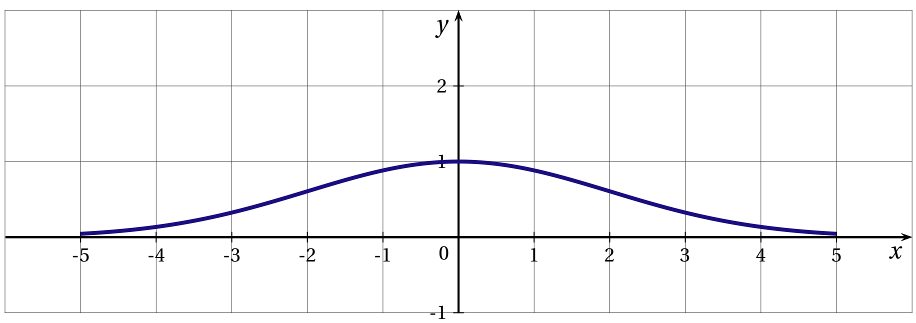
Baccalauréat ES/L Amérique du Nord 30 mai 2014

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$.
On note f' la fonction dérivée de f.



1. Sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$:

a. f est une fonction de densité de probabilité
b. f est positive
c. f n'est pas continue
d. l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions

2. Sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$:

a. $f'(1) = 0$ **b.** $f'(0) = 1$ **c.** $f'(0) = 0$ **d.** $f'(1) = 1$

3. On admet qu'une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4 est $y = -\dfrac{x}{e^2} + \dfrac{5}{e^2}$.
Le nombre dérivé de f en 4 est :

a. $f'(4) = \dfrac{5}{e^2}$ **b.** $f'(4) = \dfrac{1}{e^2}$ **c.** $f'(4) = -\dfrac{1}{e^2}$ **d.** $f'(4) = e^{-2}$

4. On pose $A = \displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$. Un encadrement de A est :

a. $0 < A < 1$ **b.** $1 < A < 2$ **c.** $3 < A < 4$ **d.** $4 < A < 5$

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
Les trois parties peuvent être traitées indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.

PARTIE A

On considère deux types d'appartement :
- Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement T1 et T2 ;
- Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :
- 35 % des appartements loués sont de type T1 ou T2 ;
- 45 % des appartements loués de type T1 ou T2 sont rentables ;
- 30 % des appartements loués, qui ne sont ni de type T1 ni de type T2, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les évènements suivants :
- T : « l'appartement est de type T1 ou T2 » ;
- R : « l'appartement loué est rentable » ;
- $\overline{T}$ est l'évènement contraire de T et $\overline{R}$ est l'évènement contraire de R.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à 0,352 5.
3. Calculer la probabilité que l'appartement soit de type T1 ou T2, sachant qu'il est rentable.

PARTIE B

On considère X la variable aléatoire égale au nombre d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de 100 appartements loués. On admet que toutes les conditions sont réunies pour assimiler X à une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 35$ et d'écart type $\sigma = 5$.
À l'aide de la calculatrice :

1. Calculer $P(25 \leqslant X \leqslant 35)$.
2. Calculer la probabilité qu'au moins 45 appartements parmi les 100 appartements loués soient rentables.

PARTIE C

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.
Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.
2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

*

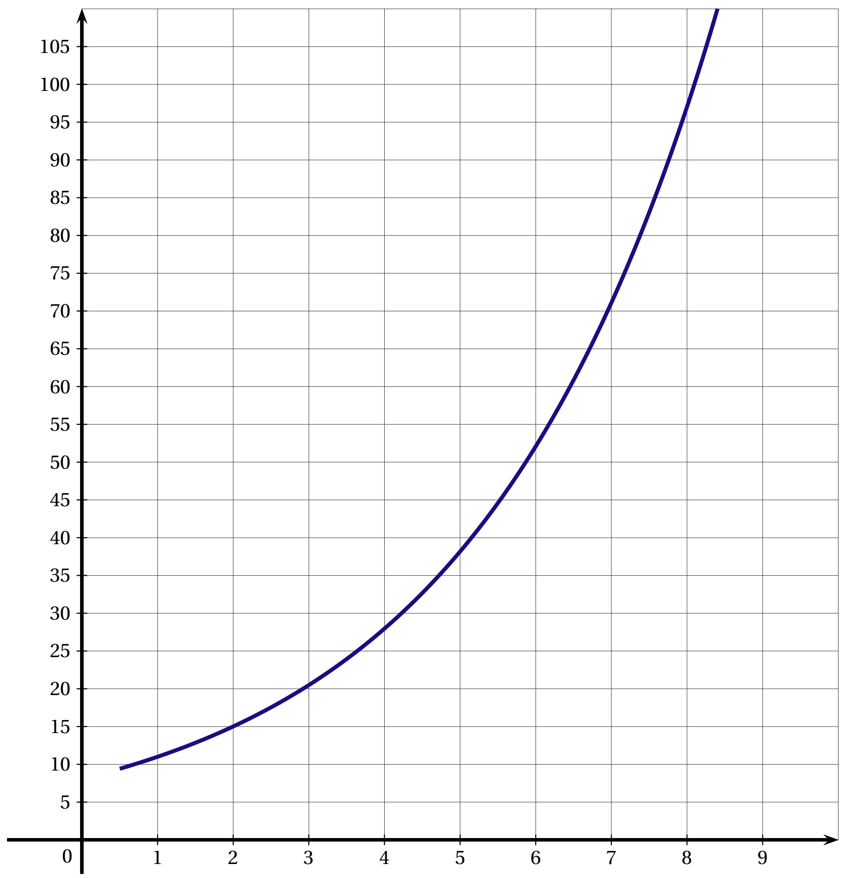
EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Deux fonctions sont proposées pour modéliser cette situation.

PARTIE A : Modèle exponentiel

Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente.
On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.



1. Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.
2. **a.** Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f.
   b. Donner une interprétation de ce résultat.

PARTIE B : Modèle logarithmique

On considère une autre fonction g pour modéliser la situation précédente. On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément. La durée de chargement exprimée en seconde est alors $g(x)$ avec $g(x) = 10x - 8\ln(x)$ pour x appartenant à $[0,5\ ;\ +\infty[$.

1. Calculer $g'(x)$.
2. Dresser le tableau de variations de g sur l'intervalle $[0,5\ ;\ +\infty[$.
3. Justifier que la fonction G définie sur $[0,5\ ;\ +\infty[$ par $G(x) = 5x^2 + 8x - 8x\ln(x)$ est une primitive de g sur $[0,5\ ;\ +\infty[$.

4. On pose $I = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_2^4 g(x)\,\mathrm{d}x$

a. Montrer que la valeur exacte de I peut s'écrire sous la forme $a + b\ln(2)$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera.

b. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de I puis donner une interprétation de ce résultat.

PARTIE C

Une vidéo particulièrement demandée a attiré simultanément 8 000 personnes. On a constaté que le temps de chargement était de 92 secondes.
Déterminer, en justifiant, celui des deux modèles qui décrit le mieux la situation pour cette vidéo.*

EXERCICE 4 **5 points**
Enseignement obligatoire et L

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.
Le nombre d'arbres de cette forêt est modélisé par une suite notée u où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2013+n)$.
En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1. a. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014.

b. Montrer que la suite u est définie par $u_0 = 50000$ et pour tout entier naturel n par la relation

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 3000.$$

2. On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60000 - u_n$.

a. Montrer que la suite v est une suite géométrique de raison 0,95.
Déterminer son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 10000(6 - 0,95^n)$.

d. Déterminer la limite de la suite u.

e. Interpréter le résultat précédent.

3. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 57000$

b. Interpréter ce résultat.

4. a. On souhaite écrire un algorithme affichant pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite du rang 0 au rang n. Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : A, U, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de A N prend la valeur 0 U prend la valeur 50 000 **Tant que** $U < A$ N prend la valeur $N+1$ U prend la valeur $0,95U + 3000$ **Fin tant que** Afficher N **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N U prend la valeur $0,95U + 3000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N Afficher U U prend la valeur $0,95U + 3000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**

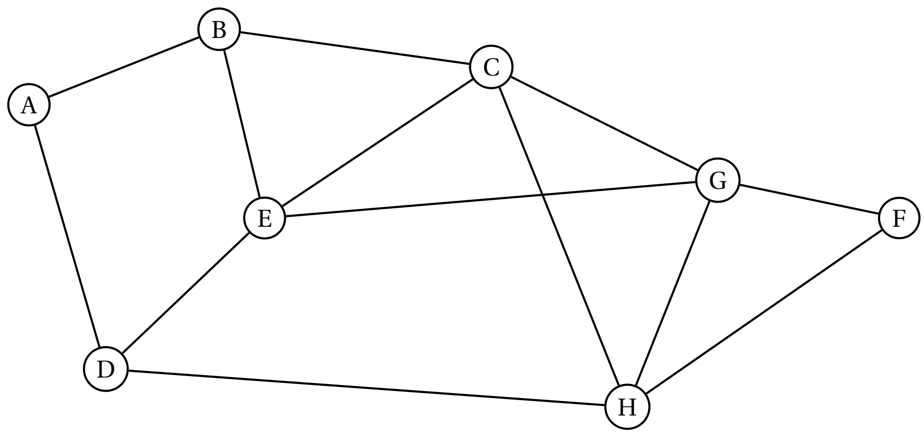
b. Lorsque $A = 57\,000$ l'algorithme 1 affiche 24. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



PARTIE A

1. Déterminer, en justifiant, si le graphe $\mathcal{G}$ est :
   a. complet ;
   b. connexe.
2. **a.** Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.
   b. Citer un trajet de ce type.
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe $\mathcal{G}$ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).
   a. Déterminer la matrice M.
   b. On donne la matrice

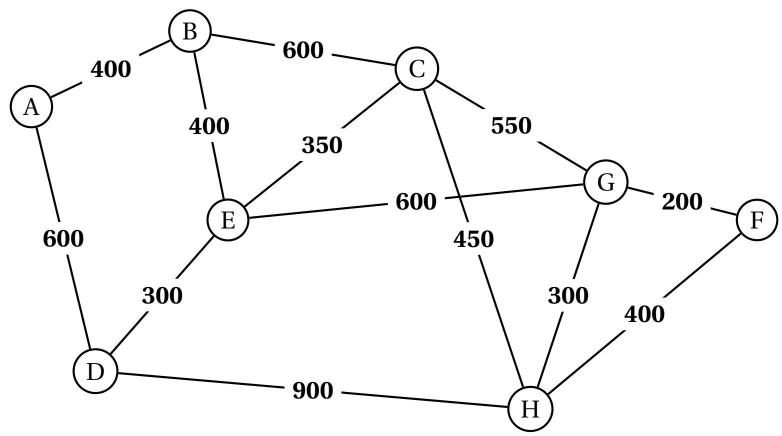
$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H.

   Préciser ces chemins.

PARTIE B

Des contraintes d'organisation obligent cet homme politique à se rendre dans la ville F après la ville A.
Le graphe $\mathcal{G}$ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètre de chaque tronçon d'autoroute.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet autoroutier le plus court pour aller de A à F.
Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet. *

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 12 juin 2014 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

— premier temps : étude du dossier présenté par le candidat;
— deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

— si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines;
— si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés;
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :

- D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité »;
- R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

c. Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à 0,24.

d. En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé dans la question a.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

a. Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.

b. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

3. Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x^2-1}.$$

$\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan.
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f.

1. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \left(2x^2+1\right)\mathrm{e}^{x^2-1}$.

   b. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. On admet que pour tout réel x, $f''(x) = 2x\left(2x^2+3\right)\mathrm{e}^{x^2-1}$.
Déterminer, en justifiant, l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = x\left(1-\mathrm{e}^{x^2-1}\right).$$

   a. Justifier que l'inéquation $1-\mathrm{e}^{x^2-1} \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

   b. Déterminer le signe de $h(x)$ sur 1'intervalle $[-1\,;\,1]$.

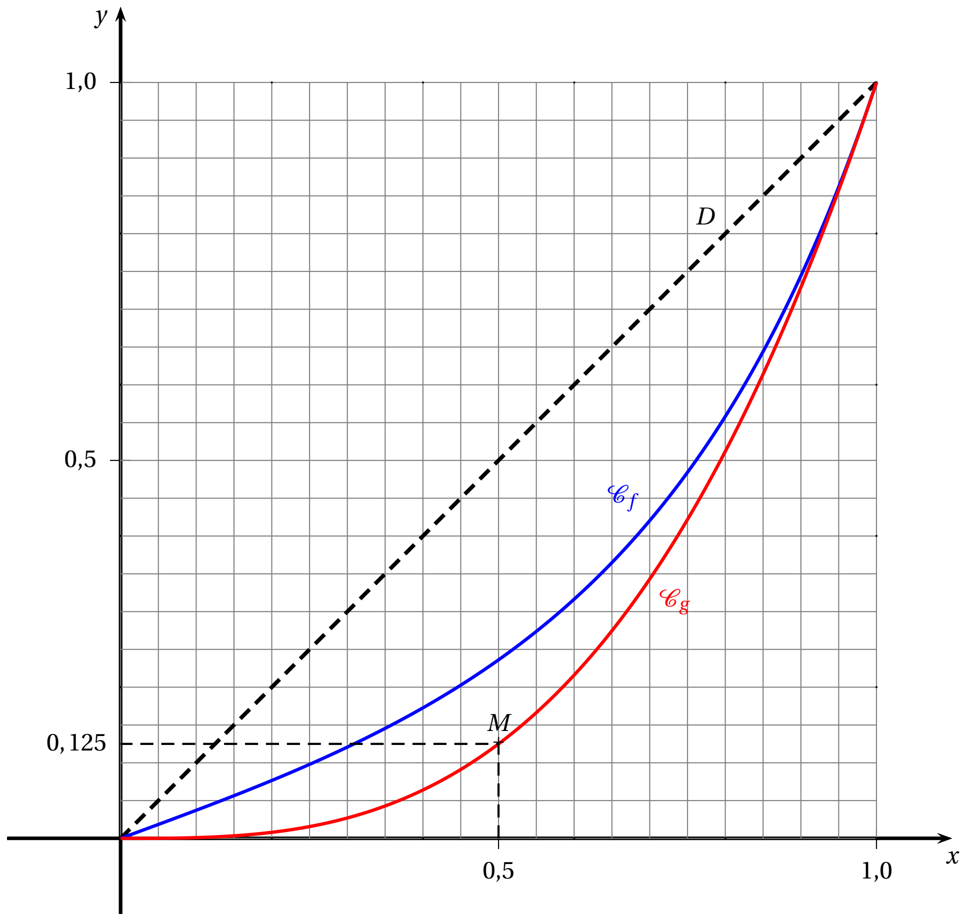
   c. En remarquant que pour tout réel x, on a l'égalité $h(x) = x - f(x)$, déduire de la question précédente la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite D d'équation $y = x$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

4. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2-1}$ et soit $I = \displaystyle\int_0^1 h(x)\,\mathrm{d}x$.
On admet que H est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
Calculer la valeur exacte de I.

Partie B : Applications

Sur le graphique suivant, sont tracées sur l'intervalle $[0\,;\,1]$:

- la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction étudiée en partie A ;
- la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction définie par $g(x) = x^3$;
- la droite D d'équation $y = x$.



Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ illustrent ici la répartition des salaires dans deux entreprises F et G :

- sur l'axe des abscisses, x représente la proportion des employés ayant les salaires les plus faibles par rapport à l'effectif total de l'entreprise ;
- sur l'axe des ordonnées, $f(x)$ et $g(x)$ représentent pour chaque entreprise la proportion de la masse salariale (c'est-à-dire la somme de tous les salaires) correspondante.

Par exemple :
Le point $M(0,5\ ;\ 0,125)$ *est un point appartenant à la courbe* $\mathscr{C}_g$*. Pour l'entreprise G cela se traduit de la façon suivante :*
si on classe les employés par revenu croissant, le total des salaires de la première moitié (c'est-à-dire des 50 % *aux revenus les plus faibles) représente* 12,5 % *de la masse salariale.*

1. Calculer le pourcentage de la masse salariale détenue par 80 % des employés ayant les salaires les plus faibles dans l'entreprise F. On donnera une valeur du résultat arrondie à l'unité.

2. On note $\mathscr{A}_f$ l'aire du domaine délimité par la droite D, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

On appelle indice de Gini associé à la fonction f, le nombre réel noté I_f et défini par $I_f = 2 \times \mathscr{A}_f$.

a. Montrer que $I_f = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

b. On admet que, plus l'indice de Gini est petit, plus la répartition des salaires dans l'entreprise est égalitaire. Déterminer, en justifiant, l'entreprise pour laquelle la distribution des salaires est la plus égalitaire.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année $2013+n$, avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1. **a.** Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.
   b. Calculer Je nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.
3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n.
   Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1\,000$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,000 - 500 \times 0,7^n$.
   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).
   d. Interpréter le résultat précédent.
5. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 990$.
   b. Interpréter le résultat trouvé précédemment.

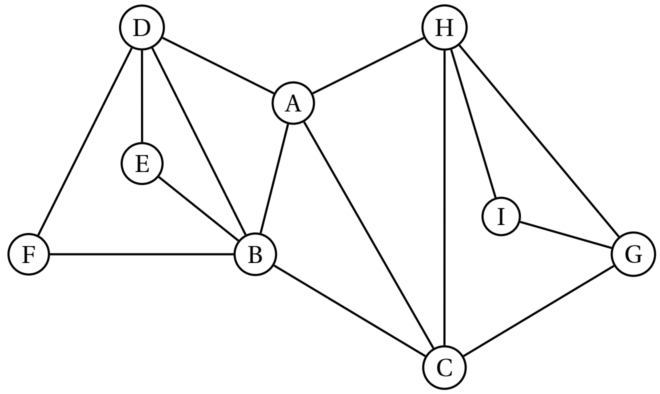
*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A : Étude d'un graphe

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous.



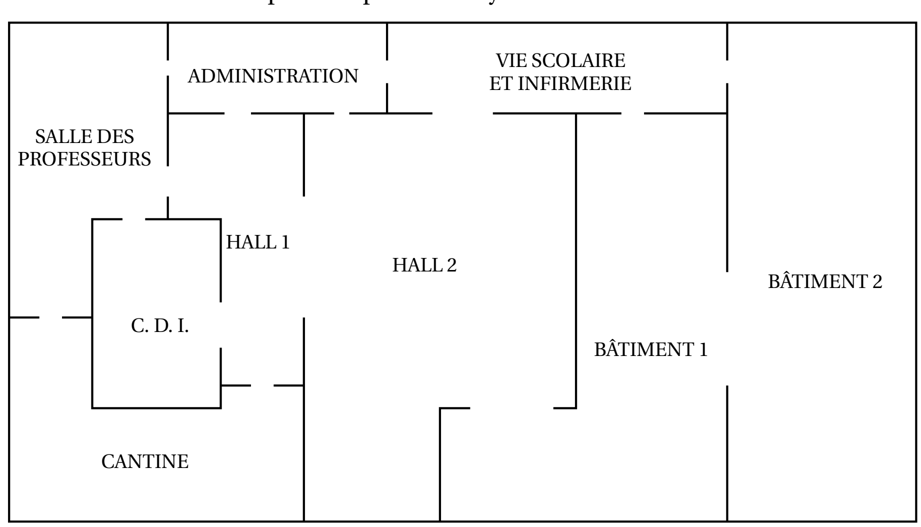
1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est complet.
   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est connexe.
2. **a.** Donner le degré de chacun des sommets du graphe $\mathcal{G}$.
   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.
3. **a.** Donner la matrice M associée au graphe $\mathcal{G}$ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).
   b. On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   Montrer, par le calcul, que le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3 est égal à 3.

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

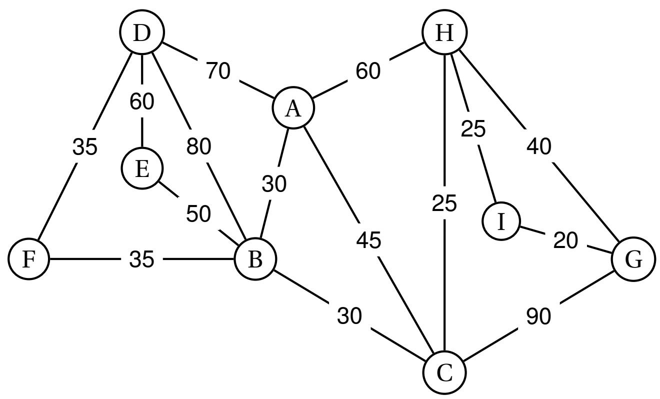
On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe $\mathscr{G}$ donné en partie A modélise cette situation.
   Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet du graphe $\mathscr{G}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée									

2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.
   Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.
3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes.
   a. Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux.
   b. Sur les arêtes du graphe $\mathscr{G}$ sont indiqués les temps de parcours exprimés en seconde entre deux endroits du lycée.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal.
Déterminer ce temps minimal, exprimé en seconde.

*

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante.
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**.

1. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages.
   On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
   a. Affirmation 1 : Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.
   b. Affirmation 2 : Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.

2. L'entreprise Printfactory a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages.

   Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production.

   Dans un échantillon de taille 1 000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.

   Affirmation 3 : Le contrôleur valide la déclaration de l'entreprise.

3. L'entreprise Printfactory souhaite connaître l'opinion de ses 10 000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches.

   Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau $0,95$ avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4 %.

   Affirmation 4 : L'entreprise doit interroger au moins un quart de ses clients.

*

∽ Baccalauréat ES Polynésie 13 juin 2014 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Document 1 : « *En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur* 81 135 *étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver* 34 632 *filles.* »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Edition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

Partie B

Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :
- la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiants ;
- la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiants ;
- les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

Document 2 : « *En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (*30 %*) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales.* »
(Même source)

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009-2010, la proportion de fille est 42,7 %. On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les évènements suivants :

F : l'étudiant interrogé est une fille ;

S : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique ;

C : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale ;

L : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire.

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.
   Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. **a.** Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $F \cap S$.
   c. En déduire que la probabilité de l'évènement $F \cap C$ est 0,133 75.
3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.
   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.
4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour.
On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros.
La courbe représentative de la fonction C est donnée en annexe.

Partie A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux. On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée en annexe.

1. Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ? On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.
   a. Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.
   b. Que pensez-vous de l'affirmation : « le coût marginal est croissant sur l'intervalle $[0~;~7]$ » ?

Partie B

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle $[0~;~7]$, $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.
   Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques portées sur l'annexe, répondre aux questions qui suivent.
   a. En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.
   b. Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?

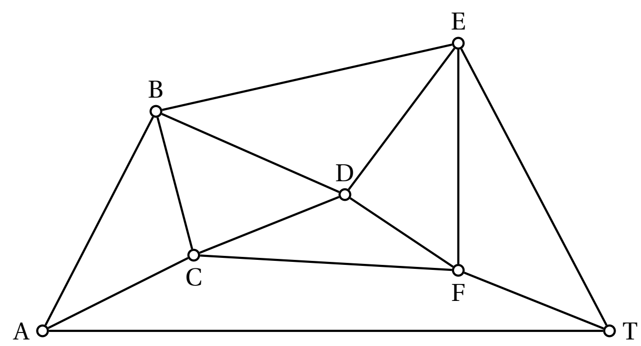
*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

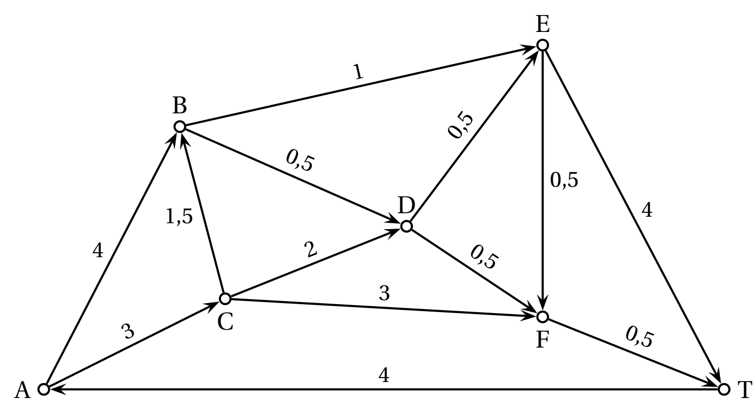
Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées *taxiways*.
Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation (les « taxiways ») et les sommets du graphe sont les intersections.



1. Déterminer le nombre de voies de circulation au total.
2. Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que les chasse-neige passent par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route ? Justifier la réponse et donner un tel parcours.

Partie B

Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies ainsi que le temps de parcours pour chacune en minute(s).



1. **a.** Écrire la matrice M associée à ce graphe (ranger les sommets dans l'ordre alphabétique).
   b. Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.
2. L'avion qui a atterri est en bout de piste en A et doit se rendre le plus rapidement possible au terminal situé au point T.
   Déterminer l'itinéraire le plus rapide et en donner la durée.

*

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

La suite (u_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 5 \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{array}\right.$$

Partie A

1. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n non nul donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n.

   Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient.

   Indiquer lequel et justifier pourquoi les deux autres ne peuvent donner le résultat attendu.

Variables : U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N U prend la valeur 5 Pour i de 0 à N faire Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U+1$ Fin Pour Afficher U **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Pour i de 0 à N faire U prend la valeur 5 Afficher U Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U+1$ Fin Pour **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N U prend la valeur 5 Pour i de 0 à N faire Afficher U Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U+1$ Fin Pour **Fin**
algorithme 1	**algorithme 2**	**algorithme 3**

2. On saisit la valeur 9 pour N, l'affichage est le suivant :

5	3,5	2,75	2,375	2,185	2,093 8	2,046 9	2,023 4	2,011 7	2,005 9

   Quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de cette suite ?

Partie B

On introduit une suite auxiliaire (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison q et son premier terme v_0.
2. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$.
3. Étudier les variations de la suite (u_n).
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. À partir de quel rang a-t-on : $u_n - 2 \leqslant 10^{-6}$?

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2+1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.

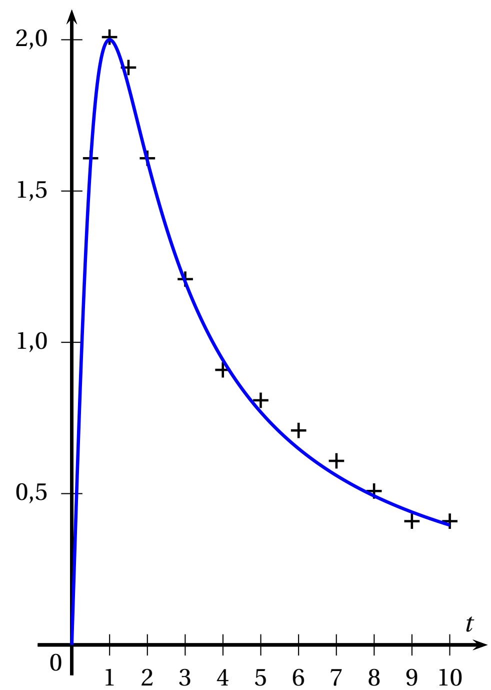
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. Par lecture graphique donner sans justification :

a. les variations de la fonction g sur $[0~;~10]$;

b. la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;

c. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.



2. a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0~;~10]$ et sa dérivée est g'.

Montrer que :

$g'(t) = \dfrac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$.

b. En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.

3. On admet que G définie sur $[0~;~10]$ par $G(t) = 2\ln\left(t^2+1\right)$ est une primitive de g sur cet intervalle.

Quelle est la concentration moyenne de l'antibiotique pendant les 10 premières heures ? Donner la valeur exacte et la valeur arrondie au millième.

Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur $[a~;~b]$ est donnée par

$\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

4. On définit la CMI (Concentration Minimale Inhibitrice) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessus de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier.

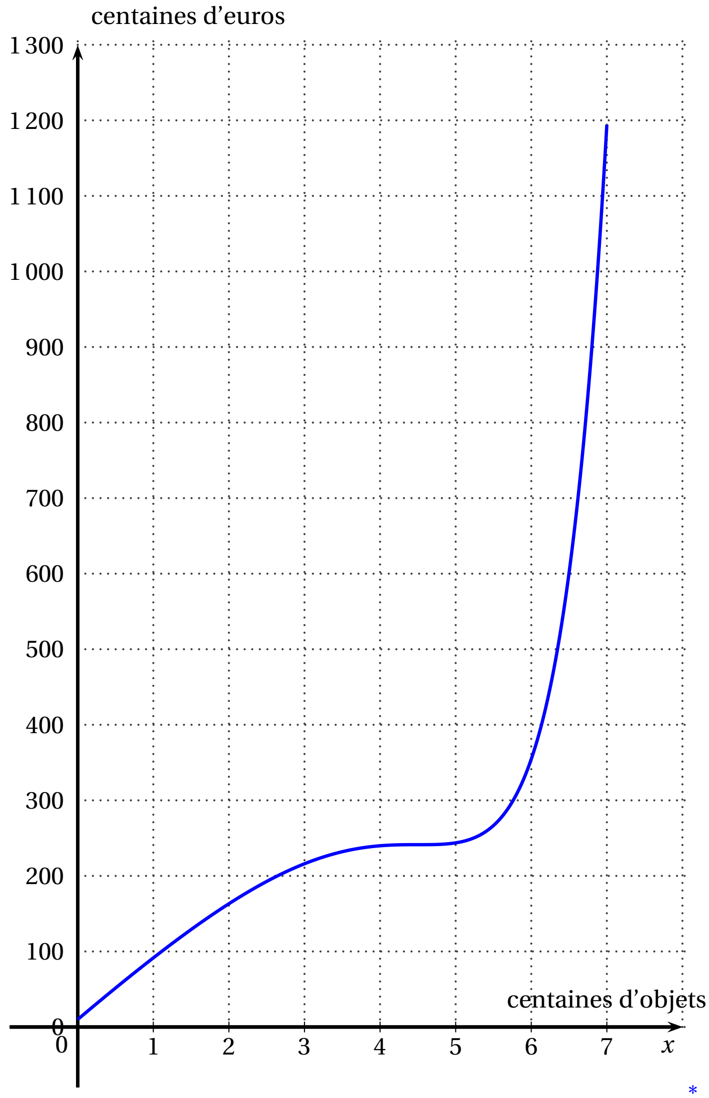
La CMI de l'antibiotique injecté est $1,2$ mg/l.

Déterminer, par le calcul, le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.

*

ANNEXE

Exercice 2 enseignement obligatoire et spécialité L



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane 19 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie

1. La somme $S = 1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{30}$ est égale à :

a. $-1+2^{31}$

b. $1-2^{31}$

c. $-1+2^{30}$

d. $1-2^{30}$

2. L'équation $-\dfrac{x^3}{3}+x^2+3x=0$ admet sur $\mathbb{R}$:

a. la solution -2

b. trois solutions distinctes

c. aucune solution

d. une unique solution

3. Soit la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x)=\ln x$.
Une primitive de f est la fonction F définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

a. $F(x)=\dfrac{1}{x}$

b. $F(x)=x\ln x$

c. $F(x)=x\ln x - x$

d. $F(x)=\mathrm{e}^x$

4. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0,003$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n \geqslant 8$

b. $n \geqslant 9$

c. $n \leqslant 8$

d. $n \leqslant 9$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année $2013+n$. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 20 \\ u_{n+1} & = & 0,92u_n+3. \end{array}\right.$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année $2013+n$.

Partie A

1. **a.** En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3}.
   À quoi correspond ce choix d'arrondi ?

   b. Déterminer le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.
   On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n.
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir les résultats à 10^{-3}.
5. Déterminer la limite de la suite (u_n).
6. L'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

Partie B

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20
	Affecter à N la valeur 0
	Tant que ....
	affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$
	affecter à N la valeur $N+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ....

2. En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les services commerciaux d'une grande surface de produits alimentaires ont défini un profil de client qui a été appelé « consommateur bio ».

Sur la base d'observations réalisées les années précédentes, il a été constaté que :

90 % des clients « consommateur bio » maintenaient cette pratique l'année suivante ;

15 % des clients n'ayant pas le profil de « consommateur bio » entraient dans la catégorie « consommateur bio » l'année suivante.

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2013, année au cours de laquelle il a été constaté que 20 % des clients ont le profil « consommateur bio ».
Par un tirage aléatoire effectué tous les ans, on choisit un client de cette grande surface.
Pour tout nombre entier naturel n on note :

b_n, la probabilité que le client choisi lors de l'année 2013 + n soit un « consommateur bio » ;

c_n, la probabilité que le client choisi lors de l'année $2013+n$ ne soit pas un « consommateur bio » ;

P_n, la matrice ligne $(b_n \;\; c_n)$ donnant l'état probabiliste lors de l'année $2013+n$.

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et C où B correspond à l'état « consommateur bio ».
   b. Donner P_0 l'état probabiliste en 2013 et la matrice M de transition correspondant à ce graphe, les sommets B et C étant classés dans cet ordre.
   c. On donne la matrice M^2 :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,825 & 0,175 \\ 0,2625 & 0,7375 \end{pmatrix}.$$

   En précisant la méthode de calcul, déterminer la probabilité que le client choisi en 2015 soit un « consommateur bio ».
   d. Déterminer l'état stable $(b \;\; c)$ du graphe probabiliste.
2. Le directeur du supermarché affirme que, dans un futur proche, plus de la moitié de sa clientèle aura le profil de « consommateur bio ».
   a. Recopier et compléter l'algorithme suivant qui doit permettre de déterminer le nombre minimal d'années pour que l'affirmation du directeur soit vérifiée.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	B un nombre réel
Traitement :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à B la valeur $0,2$
	Affecter à C la valeur $0,8$
	Tant que ...
	affecter à B la valeur $0,9\times B+0,15\times C$
	affecter à C la valeur $1-B$
	affecter à N la valeur $N+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ...

   b. Déterminer le nombre minimal d'années recherché en expliquant la démarche.

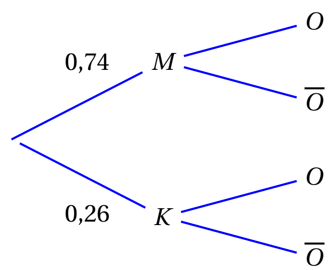
EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

D'après une étude récente il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie,

Partie A

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

— M : « la personne choisie est médecin » ;
— K : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
— O : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».
On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $P(O)$ de l'évènement O est égale à 0,026 8.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
   Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Partie B

On note T la variable aléatoire associant à chaque patient la durée de visite, en minutes, chez un médecin-ostéopathe. On admet que T suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 10.
Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer la probabilité $P(20 \leqslant T \leqslant 40)$.
2. Déterminer la probabilité qu'une visite dure plus de trois quart d'heure.

Partie C

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie. Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.
On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. **a.** Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
   b. Justifier que $I = [0{,}0053\ ;\ 0{,}0067]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près.
   Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique et vend aux écoles primaires des lots constitués de cahiers et de stylos.

Partie A

L'entreprise possède une machine qui peut fabriquer au maximum 1 500 lots par semaine. Le coût total de fabrication hebdomadaire est modélisé par la fonction g définie sur [0 ; 15] par

$$g(x) = 18x + \mathrm{e}^{0,5x-1}.$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $g(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

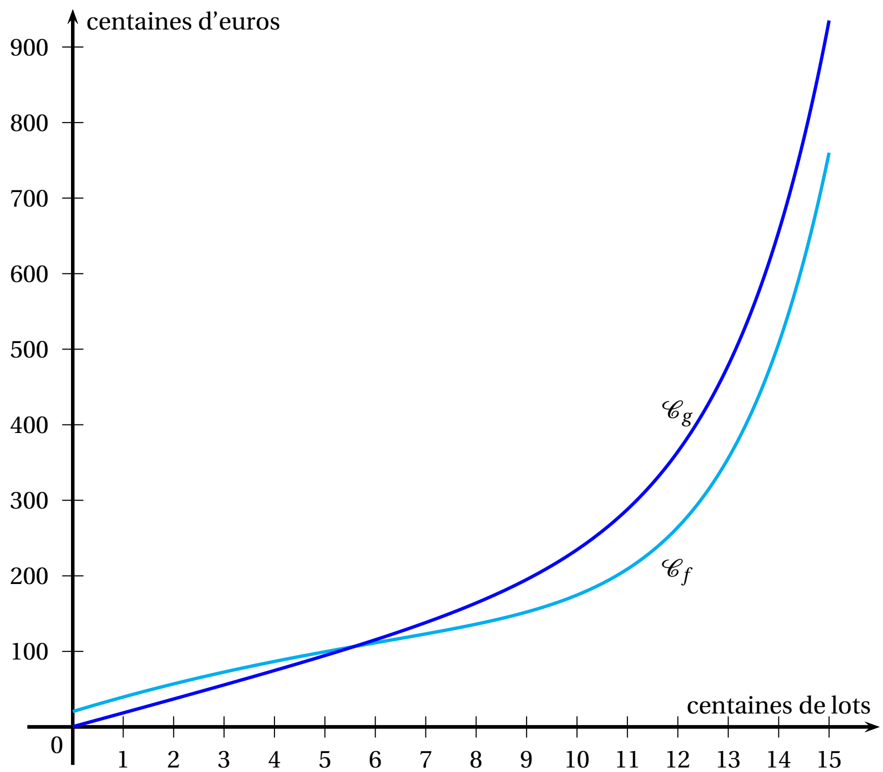
1. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la fonction dérivée de g.
2. Justifier que g est strictement croissante sur $[0\,;\,15]$.

Partie B

L'entreprise acquiert une nouvelle machine qui permet d'obtenir un coût total de fabrication hebdomadaire modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;\,15]$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20,$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $f(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.
On note $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$ les représentations graphiques respectives des fonctions g et f.



1. Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 100 du nombre k de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production,
2. On cherche à préciser le résultat précédent par le calcul.
   a. Montrer que la détermination de k conduit à résoudre l'inéquation $-x^2 + 2x + 20 \leqslant 0$.
   b. Résoudre cette inéquation sur l'intervalle $[0\,;\,15]$.
   c. En déduire le nombre entier de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production.

3. On rappelle que le coût marginal obtenu avec cette nouvelle machine est donné par la fonction f'.

   Déterminer la valeur moyenne, arrondie à l'euro, du coût marginal lorsqu'on fabrique entre 5 centaines et 8 centaines de lots.

   Rappel : la valeur moyenne d'une fonction h sur $[a\,;\,b]$ *est donnée par* $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}x$.

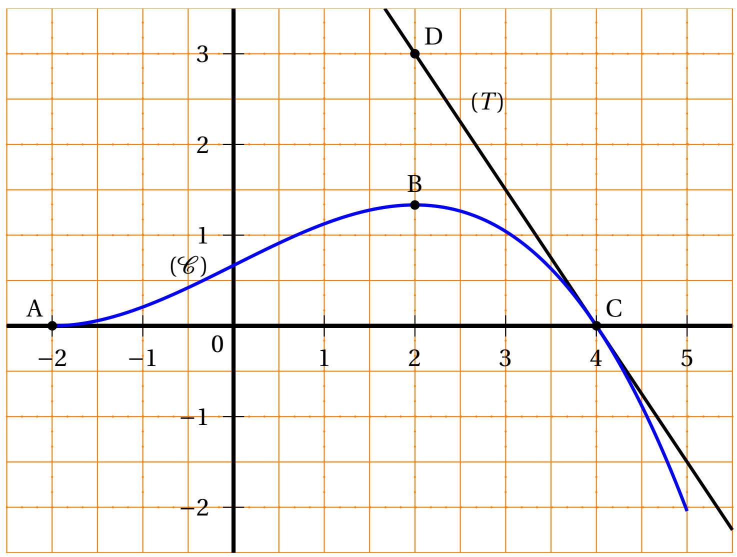
*

Baccalauréat ES Asie 18 juin 2014

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,5]$, croissante sur $[-2\,;\,2]$ et décroissante sur $[2\,;\,5]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $(\mathscr{C})$ tracée ci-dessous représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé ; elle passe par les points $A(-2\,;\,0)$; $B\left(2\,;\,\frac{4}{3}\right)$ et $C(4\,;\,0)$.
Elle admet en chacun des points A et B une tangente parallèle à l'axe des abscisses et sa tangente (T) au point C passe par le point $D(2\,;\,3)$.



Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. La justification peut reposer sur le graphique ou sur un calcul.

Proposition 1 : $f'(4) = -\dfrac{2}{3}$

Proposition 2 : La fonction f est concave sur $[-2\,;\,2]$.

Proposition 3 : $2 \leqslant \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 3$

Proposition 4 : L'équation $f(x) = \ln 2$ n'admet pas de solution sur $[-2\,;\,5]$.

*

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire et spécialité L

On s'intéresse aux résultats d'un concours où l'on ne peut pas se présenter plus de deux fois.

Partie A : étude des résultats de mai 2013

Les statistiques dressées à partir des résultats de la session de mai 2013 ont permis d'établir que :

— 60 % des personnes qui présentaient le concours le présentaient pour la première fois ;
— 10 % de ceux qui le présentaient pour la première fois ont été admis ;

— 40 % de ceux qui le présentaient pour la seconde fois l'ont réussi.

On interroge au hasard une personne parmi toutes celles ayant passé ce concours en mai 2013.
On note :

- C_1 l'évènement : « La personne présentait le concours pour la première fois » ;
- R l'évènement : « La personne a été reçue à ce concours ».

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P_{C_1}(R)$; $P_{\overline{C_1}}(R)$ et $P(C_1)$.
   Aucune justification n'est attendue.
   Pour traiter la suite de l'exercice, on pourra s'aider d'un arbre.
2. Déterminer la probabilité que cette personne se soit présentée au concours pour la première fois et ait été admise.
3. Montrer que la probabilité que cette personne ait été admise à ce concours en mai 2013 est de $0,22$.
4. Sachant que cette personne a réussi le concours, déterminer la probabilité qu'elle l'ait présenté pour la première fois. Donner une valeur arrondie au centième.

Partie B : résultats d'un établissement

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.
On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.
Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.
2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

*

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Partie A

Une entreprise E commande chaque semaine ses fournitures auprès de deux fournisseurs A et H.
Les constats faits les premières semaines conduisent à modéliser l'évolution du choix du fournisseur pour les commandes d'une semaine à l'autre par un graphe probabiliste de sommets A et H où :

- A désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur A » ;
- H désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur H ».

La matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans l'ordre A et H, est $M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$.

1. Dessiner le graphe probabiliste associé à la matrice M.

2. Donner la signification du nombre 0,95 dans la matrice M.

Pour tout entier naturel n, on note :

— a_n la probabilité de l'évènement : « La semaine n, l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur A » ;
— h_n la probabilité de l'évènement : « La semaine n, l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur H » ;
— P_n la matrice $\begin{pmatrix} a_n & h_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste pour la semaine n.

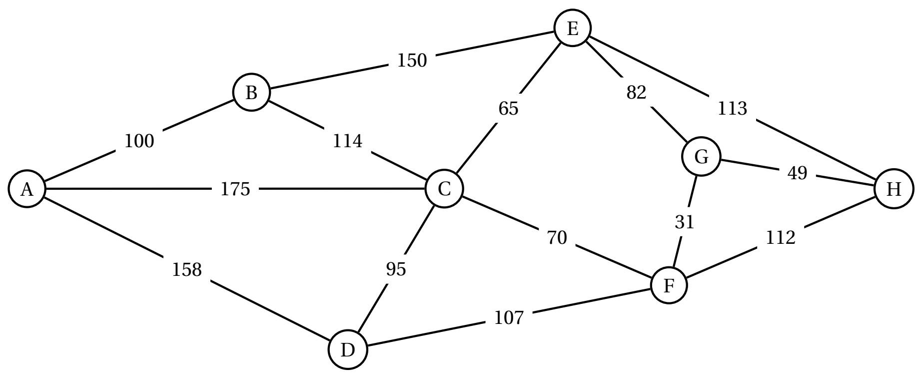
3. Vérifier que la matrice ligne $P = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ correspond à l'état stable du système. En donner une interprétation.

4. On donne $P_0 = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ et on rappelle que $P_k = P_0 \times M^k$, pour k entier naturel.

Déterminer la semaine où, pour la première fois, la probabilité que l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur A dépasse la probabilité qu'elle les commande auprès du fournisseur H.

Partie B

Le directeur de l'entreprise E rend visite à ses fournisseurs, il se rend du fournisseur A au fournisseur H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possible.
Son assistant dresse le graphe suivant qui schématise les trajets, en kilomètres, entre les six villes de la région, notées B ; C ; D ; E ; F et G et les deux sites, A et H.



Déterminer l'itinéraire le plus court reliant les deux sites A et H et indiquer le nombre de kilomètres à effectuer. Justifier la réponse.*

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie.

Partie A

Des relevés statistiques ont permis de modéliser, par une fonction f, le nombre de malades durant l'épidémie.
Cette fonction f est définie sur $[1 ; 26]$ par :

$$f(t) = 24t\ln(t) - 3t^2 + 10$$

où t est le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ est le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[1 ; 26]$, $f'(t) = 24\ln(t) - 6t + 24$.

2. Les variations de la fonction f' sont données dans le tableau suivant :

t	1		4		26
$f'(t)$		↗		↘	

   a. Montrer que l'équation $f'(t) = 0$ admet, dans l'intervalle $[1 ; 26]$, une solution et une seule qu'on notera α et donner l'encadrement de α par deux entiers naturels consécutifs.

   b. En déduire le signe de $f'(t)$ sur $[1 ; 26]$ et les variations de f sur $[1 ; 26]$.

3. Le réel $f'(t)$ représente la vitesse de propagation de la maladie au bout de t semaines.

   a. Dans le contexte du problème, donner une interprétation de l'expression mathématique suivante : « sur $[4 ; 26]$, f' est décroissante. »

   b. À partir des questions précédentes, déterminer le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malades par semaine a commencé à diminuer.

Partie B

On admet que la fonction G définie par :

$$G(t) = 12t^2 \ln(t) - 6t^2$$

est une primitive sur $[1 ; 26]$ de la fonction g définie par : $g(t) = 24t\ln(t)$.

1. Déterminer, sur $[1 ; 26]$, une primitive F de la fonction f.
2. On a trouvé que l'arrondi à l'entier de $\frac{1}{26-1}\left[F(26) - F(1)\right]$ est 202. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte du problème.

*

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On étudie l'évolution de la population d'une ville, depuis le 1er janvier 2008.

Partie A : un premier modèle

Pour cette partie, on admet que la population augmente de 3,5 % par an depuis le 1er janvier 2008.

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation de la population entre le 1er janvier 2008 et le 1er janvier 2014. Donner une réponse à 0,1 % près.
2. À partir de 2008, on modélise la population de cette ville au 1er janvier à l'aide d'une suite :

   Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants, exprimé en centaines de milliers d'habitants, au 1er janvier de l'année $2008 + n$.

   Au 1er janvier 2008, cette ville comptait 100 000 habitants.

   a. Que vaut u_0 ?

   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1,035^n$.

c. Suivant ce modèle, en quelle année la population aura-t-elle doublé ? Justifier la réponse.

Partie B : un second modèle.

On modélise la population de cette ville à partir du 1er janvier 2008 par la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{1+2\mathrm{e}^{-0,05x}}$$

où x désigne le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2008 et $f(x)$ le nombre d'habitants en centaines de milliers.
On admet que f est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	X prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $f(X) \leqslant 2$
	X prend la valeur $X+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher X

Si l'on fait fonctionner cet algorithme, alors le résultat affiché en sortie est 28. Interpréter ce résultat dans le contexte de ce problème.*

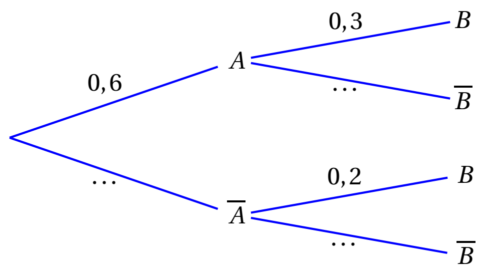
Baccalauréat ES/L Métropole 20 juin 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point.*
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. L'arbre de probabilités ci-dessous représente une situation où A et B sont deux évènements, dont les évènements contraires sont respectivement notés $\overline{A}$ et $\overline{B}$.



Alors

a. $P_A(B) = 0,18$ **b.** $P(A \cap B) = 0,9$ **c.** $P_A\left(\overline{B}\right) = 0,7$ **d.** $P(B) = 0,5$

2. Avec le même arbre, la probabilité de l'évènement B est égale à :

a. 0,5 **b.** 0,18 **c.** 0,26 **d.** 0,38

3. On considère une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[1 ; 15]$. Son tableau de variation est indiqué ci-dessous.

x	1	3	4	12	15
$f(x)$	3 ↘	0 ↘	-2 ↗	-1 ↘	-3

Soit F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 15]$. On peut être certain que :

a. La fonction F est négative sur l'intervalle $[3 ; 4]$.
b. La fonction F est positive sur l'intervalle $[4 ; 12]$.
c. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[4 ; 12]$.
d. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

4. Pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$:
l'équation $\ln x + \ln(x+3) = 3\ln 2$ est équivalente à l'équation :

a. $2x+3=6$ **b.** $2x+3=8$ **c.** $x^2+3x=6$ **d.** $x^2+3x=8$

5. g est la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{5}{x}$.
On note C sa courbe représentative.
L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe C, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 6$, est égale à :

a. $5(\ln 6 - \ln 2)$ **b.** $\dfrac{1}{6-2}\displaystyle\int_2^6 g(x)\,\text{d}x$ **c.** $5\ln 6 + 5\ln 2$ **d.** $g(6) - g(2)$

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas choisi la spécialité et L

À l'automne 2010, Claude achète une maison à la campagne ; il dispose d'un terrain de 1 500 m^2 entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20 % de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Claude arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50 m^2 et la remplace par du gazon.

Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n la surface en m^2 de terrain engazonné au bout de n années, c'est-à-dire à l'automne $2010 + n$. On a donc $u_0 = 1\,500$.

1. Calculer u_1.
2. Justifier que, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_n - 250$.
  a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
  b. Exprimer v_n en fonction de n.
  En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = 250 + 1\,250 \times 0,8^n$.
  c. Quelle est la surface de terrain engazonné au bout de 4 années ?
4. **a.** Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que :

$$250 + 1\,250 \times 0,8^n < 500$$

  Interpréter le résultat obtenu.
  b. Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 pour qu'il affiche la solution obtenue à la question précédente.
5. Claude est certain que les mauvaises herbes ne peuvent envahir la totalité de son terrain.
A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

Initialisation	
	u prend la valeur 1 500
	n prend la valeur 0
Traitement	
	Tant que .... faire
	u prend la valeur ....
	n prend la valeur ....
	Fin Tant que
Sortie	
	Afficher n

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant choisi la spécialité

Alice participe à une compétition de tir à l'arc; elle effectue plusieurs lancers de flèches.
Lorsqu'elle atteint la cible à un lancer, la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $0,9$.
Lorsqu'elle a manqué la cible à un lancer, Alice se déconcentre et la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $0,4$.
On suppose qu'au premier lancer, elle a autant de chances d'atteindre la cible que de la manquer.
Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

a_n la probabilité qu'Alice atteigne la cible au n-ième lancer;

b_n la probabilité qu'Alice manque la cible au n-ième lancer;

$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste au n-ième lancer.

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (A représentant l'état « Alice atteint la cible » et B l'état « Alice manque sa cible »).
   b. Indiquer la matrice de transition M associée à ce graphe. On prendra les sommets A et B dans l'ordre (A, B).
   c. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$ et $P_2 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.
2. **a.** Montrer que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,9a_n + 0,4b_n$.
   b. En déduire que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4$.
3. **a.** Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 de façon à ce qu'il affiche l'état probabiliste au n-ième lancer.
   b. Déterminer l'affichage de cet algorithme pour $n = 5$.
4. **a.** On considère la suite (u_n) définie pour tout nombre entier naturel n strictement positif par : $u_n = a_n - 0,8$.
   Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Donner l'expression de u_n en fonction de n, puis en déduire que pour tout nombre entier naturel n strictement positif, $a_n = 0,8 - 0,3 \times 0,5^{n-1}$.
   c. À long terme, que peut-on penser de la probabilité qu'Alice atteigne la cible ?
   d. Par quelle autre méthode aurait-on pu trouver le résultat précédent ?

Annexe à rendre avec la copie

```
Entrées
            Saisir n
Traitement
            a prend la valeur 0,5
            b prend la valeur 0,5
            Pour i allant de 2 à n
              a prend la valeur ...... × a + ...
              b prend la valeur 1 − a
            Fin Pour
Sortie
            Afficher a, b
```

*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A :

Chaque jour, Antoine s'entraine au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et une heure. On modélise la durée de son entrainement, en minutes, par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[20 ; 60]$.

1. Calculer la probabilité p pour que l'entrainement dure plus de 30 minutes.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat

Partie B :

Dans cette partie les probabilités seront, si besoin, arrondies au millième.

Les boules de billard américain avec lesquelles Antoine s'entraine sont dites de premier choix si leur diamètre est compris entre 56,75 mm et 57,25 mm ; sinon elles sont dites de second choix.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe son diamètre, en millimètres.
On suppose que D suit la loi normale d'espérance 57 et d'écart-type 0,11.

1. Déterminer la probabilité p_1 que la boule prélevée ait un diamètre inférieur à 57 mm.
2. Déterminer la probabilité p_2 que la boule prélevée soit une boule de premier choix.
3. En déduire la probabilité p_3 que la boule prélevée soit une boule de second choix.

Partie C :

Le président de la fédération française de billard (FFB) souhaite estimer le niveau de satisfaction de ses 14 000 licenciés quant à l'organisation des tournois.

Antoine estime que les 80 adhérents de son club constituent un échantillon représentatif des licenciés de la FFB. Il est chargé de faire une étude au sein de son club : les 80 adhérents ont répondu, et 66 ont déclaré qu'ils étaient satisfaits.

1. Quelle est, sur cet échantillon, la fréquence observée f de personnes satisfaites de la FFB ?
2. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion p de licenciés satisfaits de la FFB. Les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes par litre, de ce médicament dans le sang.

On obtient la courbe fournie en annexe 2.

A. Étude graphique

Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

1. la concentration à l'instant initial ;
2. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à $0,4$ gramme par litre.
   On fera apparaitre sur le graphique les traits de construction nécessaires.

B. Étude théorique :

On admet que la concentration peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~15]$ par $f(x) = (x+2)\text{e}^{-0,5x}$, où x représente le nombre d'heures écoulées depuis l'instant initial et $f(x)$ la concentration, en grammes par litre, du médicament dans le sang.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Justifier que $f'(x) = -0,5x\text{e}^{-0,5x}$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0~;~15]$.
2. Justifier que l'équation $f(x) = 0,1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0;15]$.
3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude un dixième.
4. Un logiciel de calcul formel donne le résultat ci-dessous :

1	deriver $((x+2)*\exp(-0.5*x))$
	$\exp(-0.5x)-0.5*\exp(-0.5x)*(x+2)$
2	deriver $(\exp(-0.5*x)-0.5*\exp(-0.5*x)*(x+2))$
	$-\exp(-0.5*x)+0.25*\exp(-0.5*x)*(x+2)$
3	factoriser $(-\exp(-0.5*x)+0.25*\exp(-0.5*x)*$ $(x+2))$
	$(0.25*x-0.5)*\exp(-0.5*x)$

   En vous appuyant sur ces résultats, étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~15]$ et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion.

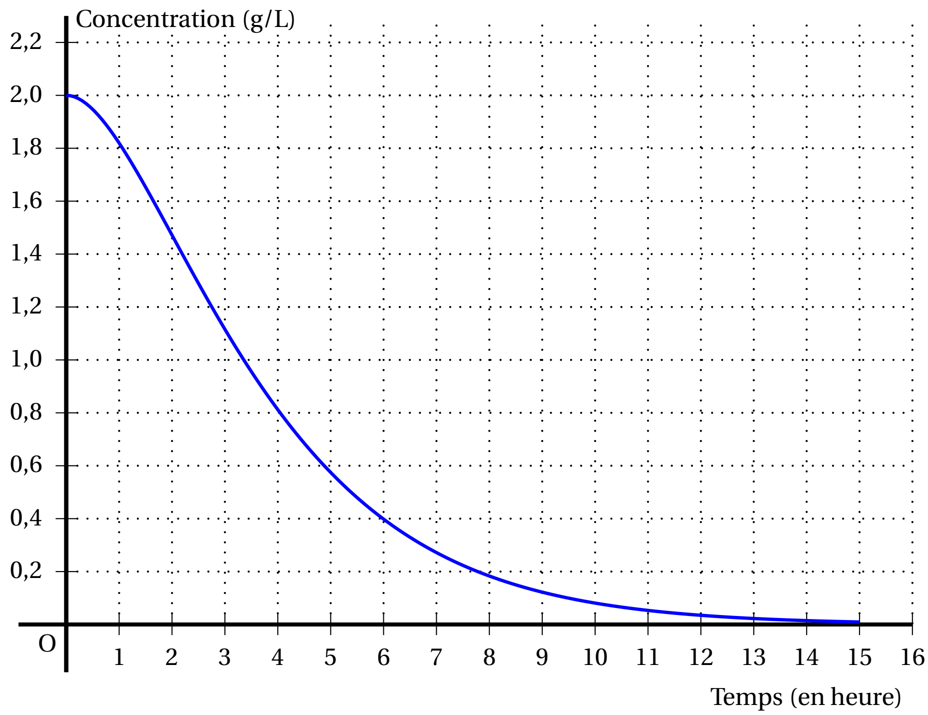
C. Interprétation des résultats :

En vous aidant des résultats obtenus, soit dans la partie B, soit par lecture graphique et sans justifier, répondre aux questions ci-dessous.

1. On estime que le médicament n'est plus actif lorsque la concentration est strictement inférieure à $0,1$ gramme par litre. Pendant combien de temps le médicament est-il actif ?
2. Au bout de combien d'heures la baisse de concentration ralentit-elle ?

*

Annexe 2 à rendre avec la copie



Baccalauréat ES Polynésie (spécialité)
10 septembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,3]$ ainsi que la tangente au point A d'abscisse 1.

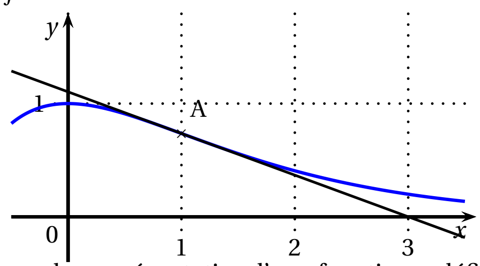
En $x = 1$, le nombre dérivé de f est :

a. $-2\mathrm{e}$

b. 3

c. $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

d. $-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$



2. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur $[0\,;\,5]$ ainsi que sa tangente horizontale au point A d'abscisse 3.

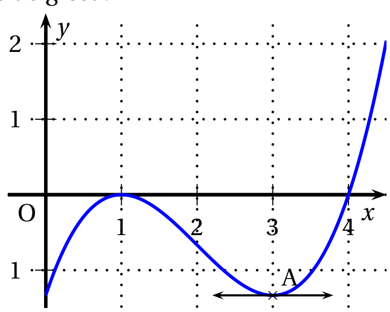
Le signe de la fonction dérivée de g est :

a. négatif sur $[0\,;\,1]$

b. positif sur $[3\,;\,4]$

c. négatif sur $[1\,;\,4]$

d. change en $x = 4$



3. La fonction H définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ est une primitive de la fonction h définie par :

a. $\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **b.** $-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **c.** $-x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **d.** $-2x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$

4. Soit j la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $j(x) = 1 + \ln x$.

L'équation $j(x) = 0$ a pour solution :

a. e **b.** -1 **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ **d.** 1

5. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = 3x + 5$.

L'aire, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe représentative de k, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est :

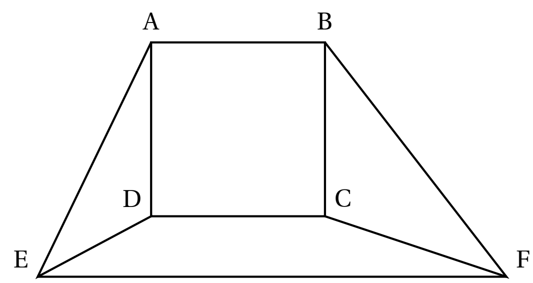
a. 6,5 **b.** 8 **c.** 4,5 **d.** 8,5

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

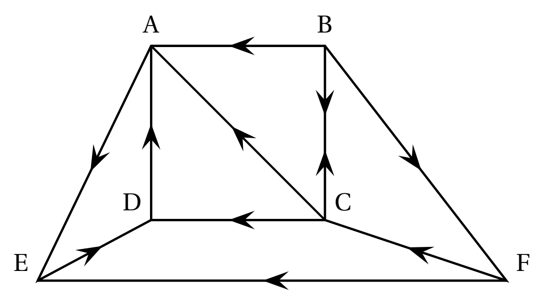
Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent les principales avenues et les sommets du graphe les carrefours entre ces avenues.



1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue :
   a. en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ ? Justifier la réponse.
   b. en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent ? Justifier la réponse.

Partie B

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même ville, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes avenues.



1. Peut-on trouver un trajet de longueur quelconque qui permet d'aller de D à B en respectant les sens de circulation ? Justifier la réponse.
2. Écrire la matrice M associée à ce graphe (on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique)
3. On donne la matrice

$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   a. Que représentent les coefficients de cette matrice ?
   b. Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 partant du carrefour B et arrivant en A ?
   Écrire tous ces chemins.
   c. Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 arrivant au point E ? Expliquer la démarche.

EXERCICE 3 — 4 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise produit à la chaîne des jouets pesant en moyenne 400 g. Suite à une étude statistique, on considère que la masse d'un jouet est une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 400$ et d'écart-type $\sigma = 11$.

Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Déterminer $P(385 \leqslant X \leqslant 415)$. Interpréter ce résultat.
2. Justifier, en utilisant des propriétés du cours, que $P(X \geqslant 411) \approx 0,16$.
3. Un jouet est commercialisable s'il pèse au maximum 420 g.
   Quelle est la probabilité que le jouet soit commercialisable ?
4. On cherche à contrôler la qualité des jouets. Pour cela on choisit de façon aléatoire un échantillon de 300 jouets.
   a. Vérifier que les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de jouets commercialisables sont vérifiées.
   b. Déterminer cet intervalle.
   c. On constate que 280 jouets de l'échantillon sont commercialisables.
   Ce résultat remet-il en question la modélisation effectuée par l'entreprise ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une personne décide d'ouvrir un compte épargne le premier janvier 2014 et d'y placer 2 000 euros. Le placement à intérêts composés est au taux annuel de 3 %. Elle verse 150 euros sur ce compte tous les 1[er] janvier suivants.
Pour tout entier naturel n , on note u_n le montant présent sur ce compte au premier janvier de l'année $2014 + n$ après le versement de 150 euros. On a $u_0 = 2000$.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Partie A

1. Calculer les termes u_1 et u_2 de la suite (u_n).
2. Justifier que pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} = 1,03u_n + 150$.
3. Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n + 5000$.
   Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,03.
4. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout nombre entier n on a :

$$u_n = 7000 \times 1,03^n - 5000.$$

5. À partir de quelle année, cette personne aura-t-elle au moins 4 000 euros sur son compte épargne ? Indiquer la façon dont la réponse a été trouvée.

Partie B

L'algorithme ci-dessous modélise l'évolution d'un autre compte épargne, ouvert le premier janvier 2014, par une seconde personne.

Variables :	C et D sont des nombres réels
	N est un nombre entier
Entrée :	Saisir une valeur pour C
Traitement :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à D la valeur 2× C
	Tant que C < D faire
	affecter à C la valeur $1,03 \times C + 600$
	affecter à N la valeur N +1
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N

1. **a.** Que représente la variable C dans cet algorithme ?

   b. Quel est le taux de ce placement ?

   c. Quel est le versement annuel fait par cette personne ?

2. On saisit, pour la variable C, la valeur 3 000.

   a. Pour cette valeur de C, en suivant pas à pas l'algorithme précédent, recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de C	3 000			
Valeur de N	0			
Valeur de D	6 000			
Test C < D	vrai			

   b. Qu'affiche l'algorithme ? Interpréter ce résultat.

*

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane
12 septembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. La valeur exacte de $\ln\left(10\text{e}^2\right)$ est :

a. $2\ln(10)+2$ **b.** 4,302 585 093 **c.** $\ln(10)+2$ **d.** $2\ln(10\text{e})$

2. On désigne par n un nombre entier naturel. L'inégalité $0,7^n \leqslant 0,01$ est réalisée dès que :

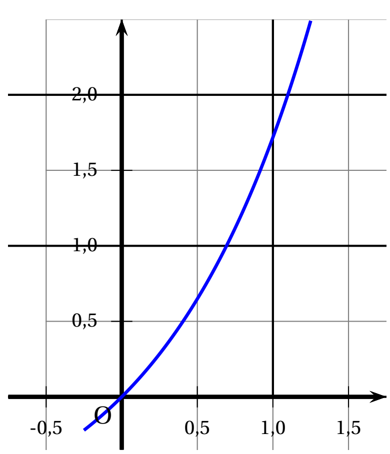
a. $n \geqslant 12$ **b.** $n \geqslant 13$ **c.** $n \leqslant 13$ **d.** $n \geqslant 70$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \text{e}^{5x+2}$.
L'expression $f'(x)$ de la dérivée de f est :

a. 5e^{5x+2} **b.** e^{5x+2} **c.** 2e^{5x+2} **d.** $(5x+2)\text{e}^{5x+2}$

4. On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan.
La valeur de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\text{d}x$ est :

a. $\text{e}-2$ **b.** 2 **c.** $1/4$ **d.** $\ln(1/2)$



5. La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe ci-dessus, donnée à la question 4, a pour équation :

   a. $y = \mathrm{e}x + 1$ **b.** $y = \mathrm{e}x - 1$ **c.** $y = -\mathrm{e}x + 1$ **d.** $y = -\mathrm{e}x - 1$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Une entreprise fabrique des balles de tennis et dispose de trois chaines de fabrication appelées A, B, C.

La chaine A fabrique 30 % de la production totale de l'entreprise.

La chaine B en fabrique 10 %.

La chaine C fabrique le reste de la production.

En sortie de chaines, certaines balles peuvent présenter un défaut.

5 % des balles issues de la chaine A présentent un défaut.

5 % des balles issues de la chaine B présentent un défaut.

4 % des balles issues de la chaine C présentent un défaut.

On choisit au hasard une balle dans la production de l'entreprise et on note les évènements :

A : « la balle provient de la chaine A » ;

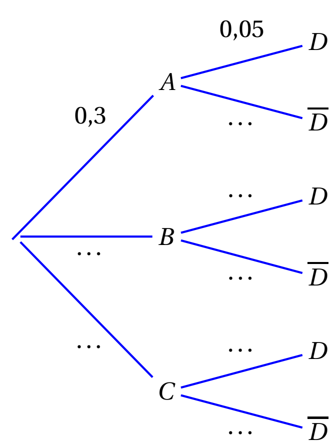
B : « la balle provient de la chaine B » ;

C : « la balle provient de la chaine C » ;

D : « la balle présente un défaut ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Comment se note la probabilité de l'évènement « la balle présente un défaut et provient de la chaine B » ?
3. Montrer que $P(D)$, la probabilité de l'évènement D, vaut $0,044$.
4. Calculer $P_D(A)$, la probabilité de A sachant D, et donner un résultat arrondi à $0,001$.
5. On choisit 5 balles au hasard dans la production totale qui est suffisamment importante pour que ce choix puisse être assimilé à cinq tirages indépendants avec remise.

   Quelle est la probabilité pour que 3 balles possèdent un défaut ? Arrondir le résultat à $0,000\,1$ et justifier la réponse.



Partie B

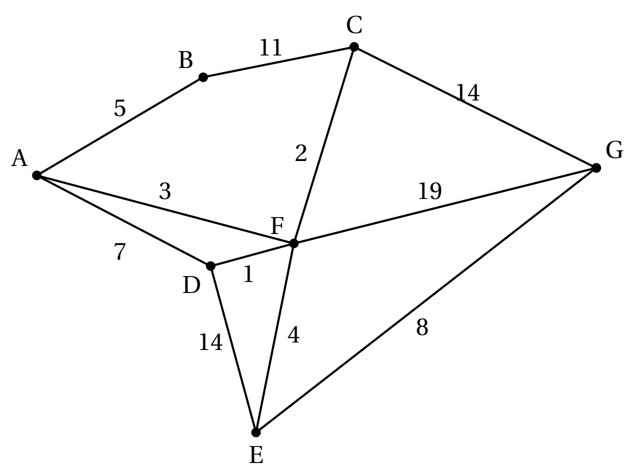
Pour être homologuée par la Fédération Internationale de Tennis, le poids d'une balle de tennis doit être compris entre 56,7 grammes et 58,5 grammes.
On suppose que la variable aléatoire X qui, à une balle choisie au hasard dans la production, associe son poids en gramme, suit la loi normale d'espérance $\mu = 57,6$ et d'écart-type $\sigma = 0,3$.
On arrondira les résultats au millième.

1. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard soit homologuée ?
2. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard ait un poids supérieur à 58 grammes ?

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans le jeu vidéo « Save the princess », l'objectif est d'aller délivrer une princesse tout en récoltant des trésors situés dans les couloirs du château.
Le plan du château est représenté par le graphe pondéré ci-dessous. Les sommets de ce graphe représentent les salles et les arêtes représentent les couloirs reliant les salles entre elles.



Partie A

1. Le joueur se trouve dans la salle A. Il décide de visiter chacun des couloirs afin de trouver le plus de trésors possibles. Peut-il trouver un trajet lui permettant de passer par tous les couloirs une et une seule fois ? Justifier la réponse.
2. Dans chaque couloir se trouve un certain nombre de monstres. Les étiquettes du graphe pondéré donnent le nombre de monstres présents dans les couloirs.

   Le joueur souhaite, en partant de A, rejoindre la princesse enfermée dans la salle G. Déterminer le chemin qu'il doit prendre pour délivrer la princesse en combattant le moins de monstres possible.

   Combien de monstres aurait-il alors à affronter ?

Partie B

Pour un joueur régulier, on estime que :

s'il gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est 0,7 ;

s'il perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est 0,6.

On note $P_n = \begin{pmatrix} u_n & v_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste lors de la n-ième partie où u_n désigne la probabilité que la partie soit gagnée et v_n celle que la partie soit perdue.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On nommera les sommets U (pour la partie gagnée) et V (pour la partie perdue).

2. En déduire la matrice de transition en considérant les sommets dans l'ordre U, V.

3. On suppose la première partie perdue, l'état probabiliste initial est donc $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Montrer que la probabilité que le joueur gagne la 3e partie est $0,52$.

4. Déterminer la probabilité que le joueur gagne la 15e partie.

Arrondir le résultat au centième.

*

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.
Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labélisés « bio ».

Partie A

Avant de se lancer, le producteur fait réaliser un sondage auprès de 2500 foyers de la commune ; 80 foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un panier par mois.

1. Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion de foyers de la commune susceptibles de passer commande d'un panier mensuel.

2. Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude $0,02$?

3. La commune compte 15 000 foyers. La condition pour démarrer l'entreprise est de réaliser une recette minimale de 3 500 euros par mois. Sachant que les paniers seront vendus 20 euros l'un, le producteur peut-il envisager de se lancer ? Justifier la réponse.

Partie B

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.
On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, le coût marginal est donné par la fonction $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C.

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.

2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C et on a $C''(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x$.

  a. Déterminer le plus grand intervalle de la forme $[0\,;\,a]$ inclus dans $[0\,;\,10]$ sur lequel la fonction C est convexe.

b. Que peut-on dire du point d'abscisse a de la courbe de la fonction C ? Interpréter cette valeur de a en termes de coût.

Partie C

On admet que l'entreprise produit entre 0 et 1 000 paniers de légumes (par mois) et que tout ce qui est produit est vendu au prix de 20 euros le panier.
La recette mensuelle R, exprimée en centaines d'euros, ainsi que la fonction C sont représentées par les courbes C_R et C_C sur le graphique donné en annexe.
Par lecture graphique, répondre aux questions qui suivent.

1. Indiquer le nombre minimal de paniers que le producteur doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice. Donner une valeur approchée à la dizaine.
2. Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois.

   Donner une valeur approchée à la centaine d'euros.
3. Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5 000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.

*

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

En 2008, une entreprise internationale s'est dotée d'un centre de visio-conférence qui permet de réaliser de grandes économies dans le budget « déplacement des cadres ».
Lors d'un conseil d'administration de fin d'année, le responsable du centre de visio-conférence fait le compte rendu suivant : on a observé un fort accroissement de l'utilisation de cette technologie, le nombre de visio-conférences, qui était de 30 en 2008, a augmenté de 20 % tous les ans.

1. On s'intéresse au nombre d'utilisations de la visio-conférence lors de l'année $2008+n$. On modélise la situation par une suite géométrique (u_n) où le terme u_n est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année $2008+n$.
   a. Donner la raison q et le premier terme u_0 de cette suite.
   b. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   c. Vérifier qu'en 2013 on a atteint 74 utilisations de la visio-conférence.
2. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel U et A sont des nombres réels
Entrée :	Saisir A

Traitement :	Affecter à U la valeur 30
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $U < A$ faire
	    U prend la valeur $U + U \times 0,2$
	    n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que

Sortie :	Afficher n

   a. On donne la valeur 100 à A. Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.

   Les valeurs de U seront données approchées par défaut à l'entier près.

Test $U < A$		vrai		....
Valeur de U	30	36		....
Valeur de n	0	1		....

b. Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme ?

c. Interpréter cette valeur affichée dans le contexte de ce problème.

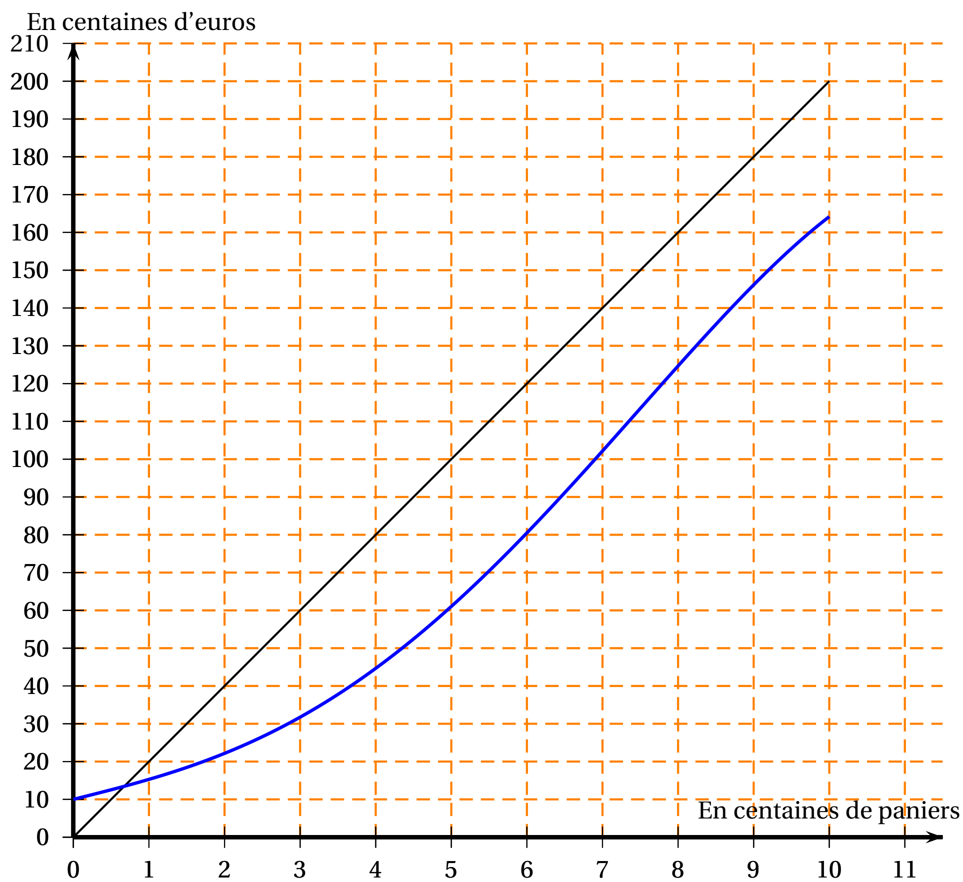
3. Le coût de l'installation des appareils de visio-conférence sera amorti quand le nombre total d'utilisations aura dépassé 400.

À partir de quelle année cette installation sera-t-elle amortie ? Justifier la réponse.

*

ANNEXE

Exercice 3 Partie C



*

Baccalauréat ES/L Métropole 12 septembre 2014

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Avant de réaliser une opération marketing en début de saison, un revendeur de piscines fait une étude dans son fichier client. Il s'intéresse à deux caractéristiques :

- Le type de piscine déjà installée (piscine traditionnelle, piscine en bois, coque en résine) ;
- l'existence d'un système de chauffage.

Il obtient les résultats suivants :

- 50 % des clients choisissent une piscine traditionnelle, et parmi eux, 80 % ont fait installer un système de chauffage ;
- 40 % des clients choisissent une piscine avec coque en résine, dont 60 % seront chauffées ;
- les autres clients ont préféré une piscine en bois.

On choisit au hasard la fiche d'un client dans le fichier informatique du revendeur de piscine, chaque fiche ayant la même probabilité d'être tirée. On note les évènements suivants :

T : « Le client choisit une piscine traditionnelle » ;

R : « Le client choisit une piscine avec coque en résine » ;

B : « Le client choisit une piscine en bois » ;

C : « Le client fait installer un chauffage ».

On note $p(T)$ la probabilité de l'évènement T et $p_T(C)$ la probabilité de l'évènement C sachant que l'évènement T est réalisé.

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

Lorsque ce sera nécessaire, les résultats demandés seront arrondis au millième.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation. L'arbre pourra être complété tout au long de cet exercice.
2. Montrer que la probabilité que le client choisisse une piscine traditionnelle chauffée est 0,4.
3. On sait aussi que 70 % des clients ont choisi de faire installer un chauffage pour leur piscine.
   a. Calculer la probabilité $p(B \cap C)$.
   b. En déduire $p_B(C)$ et compléter l'arbre pondéré précédent.
4. Sachant que la piscine du client dont la fiche a été tirée est chauffée, calculer la probabilité que ce soit une piscine traditionnelle.

Partie B

On prélève un lot de 120 fiches dans le fichier client du revendeur.

On s'intéresse, dans un tel lot, au nombre de clients ayant choisi d'installer un chauffage pour leur piscine. On modélise ce nombre par la variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait entre 74 et 94 piscines chauffées.
2. Calculer la probabilité qu'au moins deux tiers des clients du lot aient choisi d'installer un chauffage pour leur piscine.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et L

On comptait 700 élèves dans un lycée lors de la rentrée de 2012.
À la fin de chaque année scolaire, après le départ des nouveaux bacheliers et des élèves quittant l'établissement, le lycée conserve 70 % de son effectif pour l'année suivante.
Il reçoit 240 nouveaux élèves à chaque rentrée.

1. Calculer le nombre d'élèves dans le lycée aux rentrées 2013 et 2014.
2. On définit la suite (a_n) par :

$$a_0 = 700 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ a_{n+1} = 0,7 \times a_n + 240.$$

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 800$.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,7$.
   Préciser son premier terme.

   b. Exprimer u_n en fonction de n.

   c. En déduire l'expression de a_n en fonction de n.

3. On choisit de modéliser le nombre d'élèves du lycée par les termes de la suite (a_n).
   Il faudra agrandir le lycée dès que l'effectif sera supérieur ou égal à 780 élèves.

   a. Montrer que résoudre l'inéquation $800 - 100 \times 0,7^n \geqslant 780$ revient à résoudre l'inéquation $0,7^n \leqslant 0,2$.

   b. En quelle année faudra-t-il agrandir le lycée ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour satisfaire ses adhérents, un club de sport a instauré trois niveaux d'apprentissage :

DÉBUTANT (D), CONFIRMÉ (C) et EXPERT (E).

Au 1^er^ septembre 2012, lors de l'inscription, le club comptait :

- 30 % de débutants ;
- 50 % de confirmés ;
- 20 % d'experts.

D'une année sur l'autre, on constate que :

- parmi les adhérents de niveau débutant, 40 % restent à ce niveau et 60 % passent au niveau confirmé ;
- parmi les adhérents de niveau confirmé, 60 % restent à ce niveau et 40 % passent au niveau expert ;
- parmi les adhérents de niveau expert, 80 % restent à ce niveau, 10 % redescendent au niveau confirmé et les autres 10 % préfèrent reprendre les bases au niveau débutant.

On considère qu'il n'y a pas de nouveaux venus ni de départs dans le club.

Soit $P_n = (d_n \quad c_n \quad e_n)$ la matrice ligne décrivant l'état probabiliste de la répartition parmi les trois niveaux d'apprentissage D, C et E au 1^er^ septembre de l'année $2012+n$ pour tout entier naturel n.

1. **a.** Donner sans justification la matrice P_0.

b. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets D, C et E.
On donne la matrice carrée M de transition en respectant l'ordre D, C, E des sommets.

$$M = \begin{pmatrix} 0,4 & \boldsymbol{0,6} & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & \boldsymbol{0,8} \end{pmatrix}$$

Dans la suite de l'exercice, on pourra utiliser les résultats suivants (résultats arrondis au millième) :

$$M^5 = \begin{pmatrix} 0,085 & 0,331 & 0,584 \\ 0,097 & 0,293 & 0,610 \\ 0,104 & 0,298 & 0,598 \end{pmatrix} \qquad M^{10} = \begin{pmatrix} 0,100 & 0,299 & 0,601 \\ 0,100 & 0,300 & 0,600 \\ 0,100 & 0,300 & 0,600 \end{pmatrix}$$

2. Dans cette matrice on lit ***0,6*** et ***0,8*** en italique gras.

a. Préciser, à l'aide d'une phrase, à quoi correspondent ces deux valeurs en lien avec la situation étudiée.

b. Calculer P_1.

c. Déterminer la répartition prévisible, en pourcentages, des adhérents dans ce club de sport au 1er septembre 2017. Les résultats seront donnés à 0,1 % près.

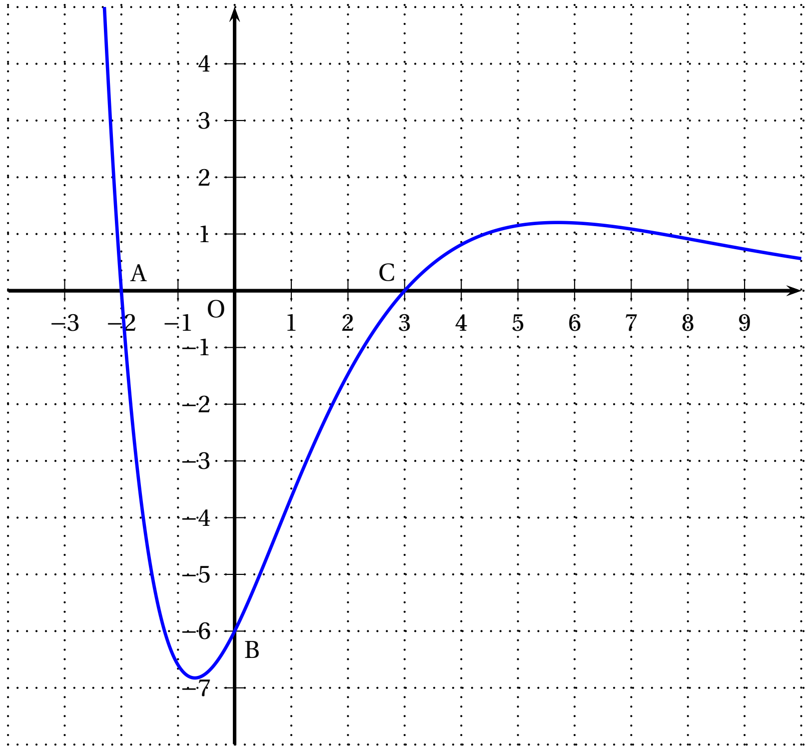
3. a. En calculant P_{10}, émettre une conjecture sur la matrice P correspondant à l'état probabiliste stable.

b. Vérifier cette conjecture.

c. Quelle conclusion peut-on en tirer pour la répartition des adhérents ?

EXERCICE 3 **3 points**
Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, dans un repère orthonormé.
Les points suivants appartiennent à la courbe : A(−2 ; 0) ; B(0 ; −6) et C(3 ; 0).

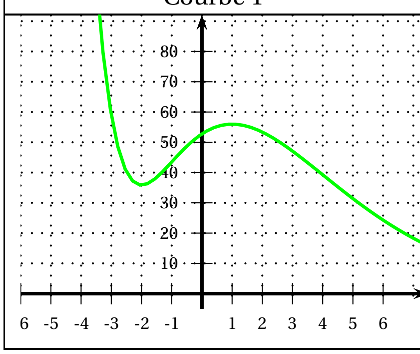


Courbe représentative de la fonction f''

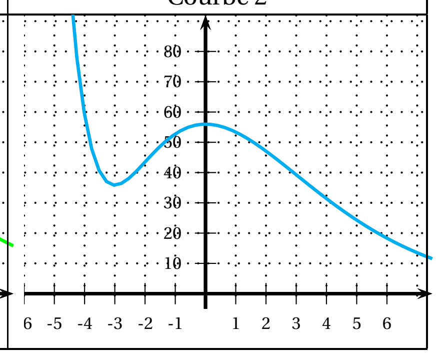
Dans tout cet exercice, chaque réponse sera justifiée à partir d'arguments graphiques.

1. La courbe représentative de f admet-elle des points d'inflexion ?
2. Sur $[-2 ; 3]$, la fonction est-elle convexe ? Est-elle concave ?
3. Parmi les deux courbes données ci-dessous, une seule est la représentation graphique de la fonction f : laquelle ? Justifier la réponse.

Courbe 1



Courbe 2



EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $[0,5 ; 10]$ par :

$$f(x) = -x^2 - 4x + 15 + 6\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{-2x^2 - 4x + 6}{x}$.

2. Étudier le signe de la fonction f' sur $[0,5\,;\,10]$, en déduire le tableau de variations de f sur $[0,5\,;\,10]$.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$.

   Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} par défaut.
4. On considère la fonction F définie et dérivable sur $[0,5\,;\,10]$ telle que :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 9x + 6x\ln(x).$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $[0,5\,;\,10]$.
5. Calculer $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. En donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au millième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,3]$: en donner une valeur approchée au millième.

*

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud ∾ 17 novembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Une bibliothèque municipale dispose pour ses usagers de deux types de livres : les livres à support numérique et les livres à support papier.

Le service des prêts observe que 85 % des livres empruntés sont à support papier.
Un livre est rendu dans les délais s'il est rendu dans les quinze jours suivant son emprunt.
Une étude statistique montre que 62 % des livres à support numérique sont rendus dans les délais et que 32 % des livres à support papier sont rendus dans les délais.

Un lecteur, choisi au hasard, emprunte un livre de cette bibliothèque. On note :
- N l'évènement : « le livre a un support numérique » ;
- D l'évènement : « le livre est rendu dans les délais ».

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire.

1. La probabilité de D sachant N est égale à :

a. 0,62 **b.** 0,32 **c.** 0,578 **d.** 0,15

2. $P\left(\overline{N} \cap \overline{D}\right)$ est égale à :

a. 0,907 **b.** 0,272 **c.** 0,578 **d.** 0,057

3. La probabilité de l'évènement D est égale à :

a. 0,272 **b.** 0,365 **c.** 0,585 **d.** 0,94

4. On appelle X la variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,62$.

4.1 La probabilité à 10^{-3} près d'avoir $X \geqslant 1$ est :

a. 0,8 **b.** 0,908 **c.** 0,092 **d.** 0,992

4.2 L'espérance de X est :

a. 3,1 **b.** 5 **c.** 2,356 **d.** 6,515

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par

$$f(x) = (3x-4)\mathrm{e}^{-x} + 2.$$

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f.
   Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 4]$,
   $f'(x) = (7-3x)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

   b. Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.
4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par

   $$F(x) = (1-3x)\mathrm{e}^{-x} + 2x.$$

   a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0 ; 4]$.

   b. Calculer la valeur moyenne de f sur $[0 ; 4]$
5. On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $f''(x) = (3x-10)\mathrm{e}^{-x}$.

   a. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

   b. Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une agence de presse a la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes dans le but de mieux faire connaître les différents évènements qui s'y déroulent.

Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population.
Une étude de marché estime à 1 200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2 % chaque semaine pour les éditions suivantes.
L'agence souhaite dépasser les 4 000 journaux vendus par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de journaux vendus n semaines après le début de l'opération. On a donc $u_0 = 1\,200$.

1. Calculer le nombre u_1 de journaux vendus une semaine après le début de l'opération.
2. Écrire, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer à partir de combien de semaines le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1 500.
4. Voici un algorithme :

VARIABLES :	U est un réel
	N est un entier naturel
INITIALISATION :	U prend la valeur 1 200
	N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $U < 4000$
	N prend la valeur $N+1$
	U prend la valeur $1,02 \times U$
	Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

a. Déterminer la valeur de N affichée par cet algorithme.

b. Interpréter le résultat précédent.

5. a. Montrer que, pour tout entier n, on a :

$$1 + 1,02 + 1,02^2 + \cdots + 1,02^n = 50 \times \left(1,02^{n+1} - 1\right).$$

b. On pose, pour tout entier n, $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
À l'aide de la question précédente, montrer que l'on a :
$S_n = 60000 \times \left(1,02^{n+1} - 1\right)$.

c. Déduire de la question précédente le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines. Le résultat sera arrondi à l'unité.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La première semaine de l'année, le responsable de la communication d'une grande entreprise propose aux employés de se déterminer sur un nouveau logo, le choix devant être fait par un vote en fin d'année.
Deux logos, désignés respectivement par A et B, sont soumis au choix.
Lors de la présentation qui se déroule la première semaine de l'année, 24 % des employés sont favorables au logo A et tous les autres employés sont favorables au logo B.
Les discussions entre employés font évoluer cette répartition tout au long de l'année.
Ainsi 9 % des employés favorables au logo A changent d'avis la semaine suivante et 16 % des employés favorables au logo B changent d'avis la semaine suivante.

Pour tout n, $n \geqslant 1$, on note :

- a_n la probabilité qu'un employé soit favorable au logo A la semaine n ;
- b_n la probabilité qu'un employé soit favorable au logo B la semaine n ;
- P_n la matrice $(a_n \quad b_n)$ traduisant l'état probabiliste la semaine n.

On a donc, pour tout $n \geqslant 1$, $a_n + b_n = 1$ et $P_1 = (0,24 \quad 0,76)$.

1. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe, en rangeant les sommets dans l'ordre alphabétique.

3. a. À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times M$, exprimer, pour tout $n \geqslant 1$, a_{n+1} en fonction de a_n et de b_n.

b. En déduire que l'on a, pour tout $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,16$.

4. À l'aide de la calculatrice, donner, sans justifier, la probabilité à 0,001 près qu'un employé soit favorable au logo A la semaine 4.

5. On note $P = (a \quad b)$ l'état stable de la répartition des employés.

a. Déterminer un système de deux équations que doivent vérifier a et b.

b. Résoudre le système obtenu dans la question précédente.

c. On admet que l'état stable est $P = (0,64 \quad 0,36)$. Interpréter le résultat.

6. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel
	N est un entier naturel
INITIALISATION :	A prend la valeur $0,24$
	N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $A < 0,639$
	N prend la valeur $N+1$
	A prend la valeur $0,75 \times A + 0,16$
	Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

Préciser ce que cet algorithme permet d'obtenir (on ne demande pas de donner la valeur de N affichée).

*

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

Les probabilités et les fréquences demandées seront données à $0,001$ *près.*

Dans un atelier de confiserie, une machine remplit des boîtes de berlingots après avoir mélangé différents arômes.

Partie 1

On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque boîte prélevée au hasard, associe sa masse (en gramme) est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 9$.

1. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit comprise entre 485 g et 515 g.

b. L'atelier proposera à la vente les boîtes dont la masse est comprise entre 485 g et 515 g.

Déterminer le nombre moyen de boîtes qui seront proposées à la vente dans un échantillon de 500 boîtes prélevées au hasard.

La production est suffisamment importante pour assimiler cet échantillon à un tirage aléatoire avec remise.

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit supérieure ou égale à 490 g.

3. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer à l'unité près l'entier m tel que $p(X \leqslant m) = 0,01$.

b. Interpréter ce résultat.

Partie 2

La machine est conçue pour que le mélange de berlingots comporte 25 % de berlingots parfumés à l'anis.
On prélève 400 berlingots au hasard dans le mélange et on constate que 84 sont parfumés à l'anis.

1. Déterminer un intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des berlingots parfumés à l'anis dans un échantillon de 400 berlingots.
2. Calculer la fréquence f des berlingots parfumés à l'anis dans l'échantillon prélevé.
3. Déterminer si, au seuil de confiance de 95 %, la machine est correctement programmée.

*

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾ 17 novembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie sans justifier le choix effectué.
Une bonne réponse rapporte 1 *point Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point*

Pour relier une île au continent, les touristes doivent obligatoirement utiliser une des deux compagnies de ferries A ou B qui se partagent l'ensemble des transports vers cette île.
Une enquête de satisfaction réalisée auprès de touristes s'y étant rendus a produit les résultats suivants :
- 60 % des touristes se rendant sur l'île utilisent la compagnie A, les autres utilisent la compagnie B ;
- parmi les touristes ayant choisi la compagnie A pour se rendre sur l'île, 20 % sont satisfaits de leur transport ;
- 48 % de l'ensemble des touristes sont satisfaits du transport vers l'île.

On interroge au hasard un touriste s'étant rendu sur l'île :

1. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A et soit satisfait de son transport est :

a. 0,08 **b.** 0,12 **c.** 0,24 **d.** 0,88

2. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A sachant qu'il est satisfait de son transport est :

a. 0,34 **b.** 0,20 **c.** 0,25 **d.** 0,83

3. On rappelle que 48 % de l'ensemble des touristes sont satisfaits par le transport vers l'île. Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 touristes choisis au hasard et de façon indépendante et ayant visité l'île, associe la fréquence de touristes satisfaits par le transport vers l'île.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de F est :

a. [0,382 ; 0,578] **b.** [0,431 ; 0,529] **c.** [0,470 ; 0,490] **d.** [0,475 ; 0,485]

4. On choisit de modéliser le nombre de touristes satisfaits par le transport vers l'île parmi les 100 touristes choisis au hasard et de façon indépendante par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

La probabilité, selon ce modèle, qu'il y ait moins de 40 touristes satisfaits est, à 0,001 près :

a. 0,055 **b.** 0,309 **c.** 0,347 **d.** 0,374

5. La durée (en minutes) de la traversée entre le continent et l'île est modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[30 ; 50]$.
La probabilité que la traversée entre le continent et l'île dure au moins 35 minutes est :

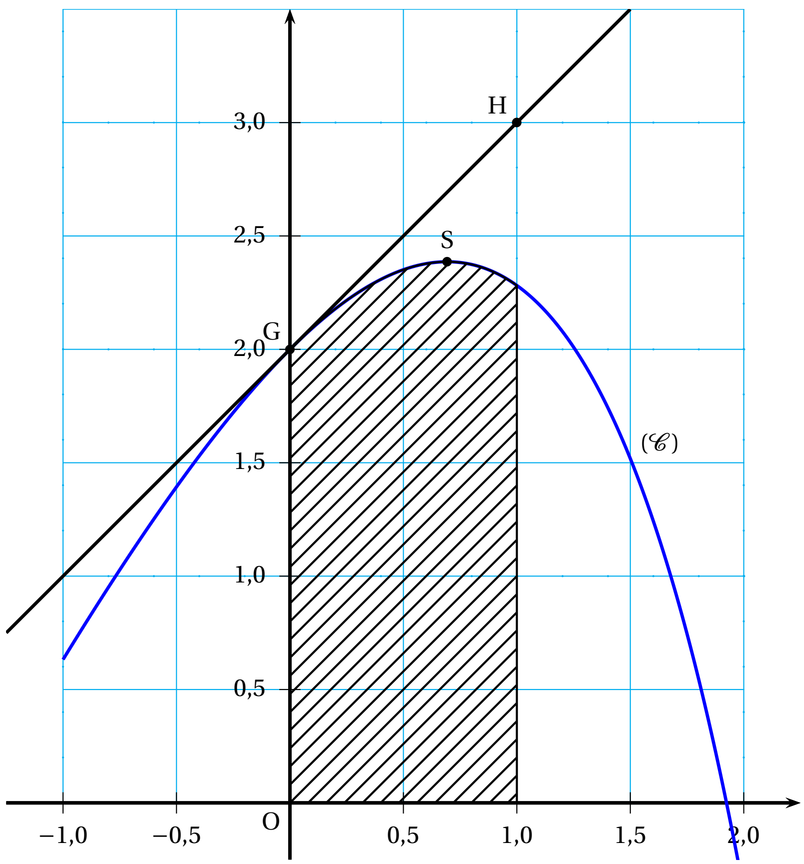
a. 0,25 **b.** 0,35 **c.** 0,70 **d.** 0,75

*

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et L

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 2]$.



On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Le point G a pour coordonnées $(0 ; 2)$.
Le point H a pour coordonnées $(1 ; 3)$.
La droite (GH) est la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point G.
La courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente horizontale au point S d'abscisse $\ln 2$.
Le domaine hachuré est délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 1$ et la courbe $(\mathscr{C})$.

Partie A

Dans cette partie aucune justification n'est demandée. Par lecture graphique :

1. Donner les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$.

2. Résoudre sur $[-1 ; 2]$ l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$.
3. Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $[-1 ; 2]$ par

$$f(x) = ax + b - \mathrm{e}^{x}$$

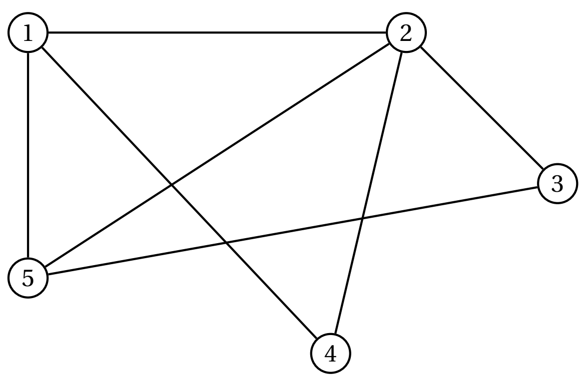
où a et b sont deux réels.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier que $a = 2$ et $b = 3$.
3. Déterminer, sur $[-1 ; 2]$, une primitive F de la fonction f.
4. En déduire la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine hachuré sur le graphique.

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parc de loisirs propose à ses visiteurs des parcours d'accrobranches.
Les différents parcours sont modélisés par le graphe Γ ci-dessous où les sommets correspondent aux cinq arbres marquant leurs extrémités. Chaque parcours est représenté par une arête du graphe et peut être réalisé dans les deux sens.



1. L'organisateur du parc de loisirs souhaite que les visiteurs puissent, s'ils le souhaitent, réaliser un itinéraire complet d'accrobranches, c'est-à-dire un itinéraire empruntant une fois et une seule chaque parcours et en commençant cet itinéraire par l'arbre numéro 1.
   Justifier que ce souhait est réalisable et proposer un tel itinéraire.
2. On note M la matrice associée au graphe Γ en considérant les sommets pris dans l'ordre croissant des numéros d'arbres.
   a. Écrire la matrice M.
   b. On donne, ci-dessous, les matrices M^2 et M^3.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 & 5 & 7 \\ 7 & 6 & 6 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 7 & 7 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

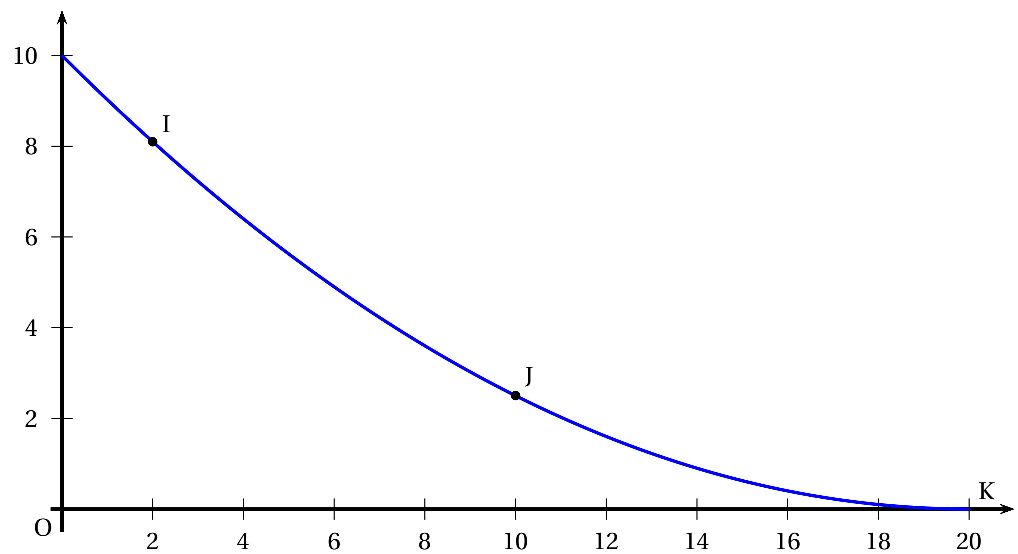
L'organisateur du parc de loisir souhaite organiser des « itinéraires express » qui débuteront à l'arbre numéro 1, emprunteront trois parcours d'accrobranches et finiront à l'arbre 4. Ces itinéraires peuvent éventuellement emprunter plusieurs fois le même parcours.

Déterminer, en justifiant votre résultat, le nombre « d'itinéraires express » réalisables.

(On ne demande pas de donner ces différents itinéraires)

3. Pour terminer ces « itinéraires express », on installe un toboggan géant sur l'arbre 4.

La forme de ce toboggan est modélisée par une fonction f dont la courbe $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.



Cette courbe passe par les points I, J et K de coordonnées respectives (2 ; 8,1), (10 ; 2,5) et (20 ; 0).

La fonction f est définie sur [0 ; 20] par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont trois nombres réels.

a. Justifier que a, b et c sont solutions du système : $\left\{\begin{array}{lcl} 400a+20b+c &=& 0\\ 100a+10b+c &=& 2,5\\ 4a+2b+c &=& 8,1\end{array}\right.$

b. Déterminer les matrices X et V pour que le système précédent soit équivalent à

$$UX = V \quad \text{où} \quad U = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 1\\ 100 & 10 & 1\\ 4 & 2 & 1\end{pmatrix}.$$

c. Déterminer a, b et c.

* EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le service commercial d'une société possédant plusieurs salles de sport dans une grande ville a constaté que l'évolution du nombre d'abonnés était définie de la manière suivante :

- chaque année, la société accueille 400 nouveaux abonnés ;
- chaque année 40 % des abonnements de l'année précédente ne sont pas renouvelés.

En 2010 cette société comptait 1 500 abonnés.
On considère la suite (a_n) définie par

$$a_{n+1} = 0,6a_n + 400 \quad \text{et} \quad a_0 = 1\,500.$$

1. Justifier que la suite (a_n) modélise le nombre d'abonnés pour l'année $2010 + n$.

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = a_n - 1\,000$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

c. En déduire que : $a_n = 500 \times 0,6^n + 1\,000$.

3. En 2010 le prix d'un abonnement annuel dans une salle de sport de cette société était de 400 €.

a. Quelle a été la recette de cette société en 2010 ?
Chaque année le prix de cet abonnement augmente de 5 %.
On note P_n le prix de l'abonnement annuel pour l'année $2010 + n$.

b. Indiquer la nature de la suite (P_n) en justifiant la réponse.
En déduire l'expression de P_n en fonction de n.

c. Montrer que, pour l'année $2010 + n$, la recette totale annuelle R_n réalisée par la société pour l'ensemble de ses salles de sport est donnée par :

$$R_n = \left(500 \times 0,6^n + 1\,000\right) \times \left(400 \times 1,05^n\right).$$

d. Trouver, à l'aide de votre calculatrice, l'année où, pour la première fois, la recette de cette société dépassera celle obtenue en 2010.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On a utilisé un logiciel de calcul formel et on a obtenu les résultats suivants :

1	dériver $\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)$ $\frac{1-\ln(x)}{x^2}$
2	dériver $\left(\frac{1}{x^2}\right)$ $-\frac{2}{x^3}$
3	dériver $\left(\frac{\ln(x)}{x^2}\right)$ $\frac{1-2\ln(x)}{x^3}$

On pourra utiliser les résultats obtenus par ce logiciel pour répondre à certaines questions de l'exercice.

On considère la fonction f définie sur [1 ; 10] par

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.
La fonction f est deux fois dérivable sur [1 ; 10], on note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

1. **a.** Déterminer $f'(x)$ sur $[1~;~10]$.
   b. Construire le tableau de variations de la fonction f sur $[1~;~10]$.
2. **a.** Justifier que $f''(x) = \dfrac{2\ln(x) - 3}{x^3}$ sur $[1~;~10]$.
   b. Étudier le signe de f'' sur $[1~;~10]$.
   c. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. On considère l'algorithme suivant :

INITIALISATION	
	X PREND LA VALEUR 2
	Y PREND LA VALEUR $\frac{\ln(2)}{2}$
	Z PREND LA VALEUR $\frac{\ln(2,1)}{2,1}$
TRAITEMENT	
	TANT QUE $(Y < Z)$ FAIRE
	X PREND LA VALEUR $X + 0,1$
	Y PREND LA VALEUR $\frac{\ln(X)}{X}$
	Z PREND LA VALEUR $\frac{\ln(X+0,1)}{X+0,1}$
	FIN TANT QUE
SORTIE	
	AFFICHER X

   a. Recopier et compléter le tableau suivant où les résultats sont arrondis au dix millième :

X	Y	Z	Test : $Y < Z$
2	0,346 6	0,353 3	vrai
2,1	0,353 3	0,358 4	vrai
2,2	...		

   b. Quelle est la valeur affichée en sortie ? Que représente-t-elle pour la fonction f ?

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾
2 mars 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[1{,}5\,;\,6]$ par :

$$f(x) = (25x - 32)\mathrm{e}^{-x}.$$

On a utilisé un logiciel pour déterminer, sur l'intervalle $[1{,}5\,;\,6]$, sa fonction dérivée f' et sa fonction dérivée seconde f''.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.

On a obtenu les résultats suivants qui pourront être utilisés sans justification dans tout l'exercice.

- $f'(x) = (57 - 25x)\mathrm{e}^{-x}$
- $f''(x) = (25x - 82)\mathrm{e}^{-x}$

1. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1{,}5\,;\,6]$.

b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1{,}5\,;\,6]$ (Les valeurs seront, si nécessaire, arrondies au centième).

2. Montrer que, sur l'intervalle $[1{,}5\,;\,6]$, la courbe C admet un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

3. Dans cette question, on s'intéresse à l'équation $f(x) = 1$.

a. Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[4\,;\,5]$.

b. On a écrit l'algorithme suivant permettant de déterminer une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[4\,;\,5]$.

Initialisation
a prend la valeur 4
b prend la valeur 5

Traitement
Tant que $b - a > 0{,}1$ faire
    y prend la valeur $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
    Si $y > 1$ alors
        a prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
    Sinon b prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
Fin de Tant que
Sortie
Afficher $\frac{a+b}{2}$

Exécuter l'algorithme précédent en complétant le tableau donné en annexe.

c. Donner une valeur approchée de α au dixième.

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise est spécialisée dans la distribution de pommes et la fabrication de jus de pomme.

Elle s'approvisionne en pommes auprès de différents producteurs régionaux.

L'entreprise dispose d'une machine destinée à tester la conformité des pommes ; celles que la machine accepte seront vendues sans transformation ; les autres serviront à produire du jus de pomme en bouteille. Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : sélection des pommes

Une étude a montré que 86 % des pommes fournies par les différents producteurs sont conformes, Les tests étant réalisés très rapidement, la machine commet quelques erreurs :

— 3 % des pommes effectivement conformes sont rejetées à tort par la machine ;
— 2 % des pommes non conformes sont acceptées à tort par la machine.

On prélève au hasard dans le stock de l'entreprise une pomme qui va être testée par la machine.
On note les évènements suivants :

— C : « La pomme prélevée est conforme » ;
— T : « La pomme est acceptée par la machine ».

$\overline{C}$ et $\overline{T}$ sont respectivement les évènements contraires des évènements C et T.
Pour répondre aux questions suivantes, on pourra représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

1. Déterminer la probabilité que la pomme prélevée soit conforme et soit acceptée par la machine.
2. Montrer que $P(T)$,la probabilité de T, est égale à $0,837$.
3. La pomme prélevée est acceptée par la machine. Quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ? (On donnera une valeur décimale approchée au millième)

Partie B : contrôle d'un fournisseur

L'entreprise a un doute sur la qualité des pommes fournies par l'un de ses fournisseurs, et elle envisage de s'en séparer.
Elle procède donc à un contrôle en prélevant, au hasard, un échantillon de 80 pommes et en vérifiant manuellement la conformité de chaque pomme.
On formule l'hypothèse que 86 % des pommes de ce fournisseur sont conformes.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes. (*les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième*).
2. L'entreprise a constaté que seulement 65 pommes de l'échantillon étaient conformes.

   Quelle décision est-elle amenée à prendre ?

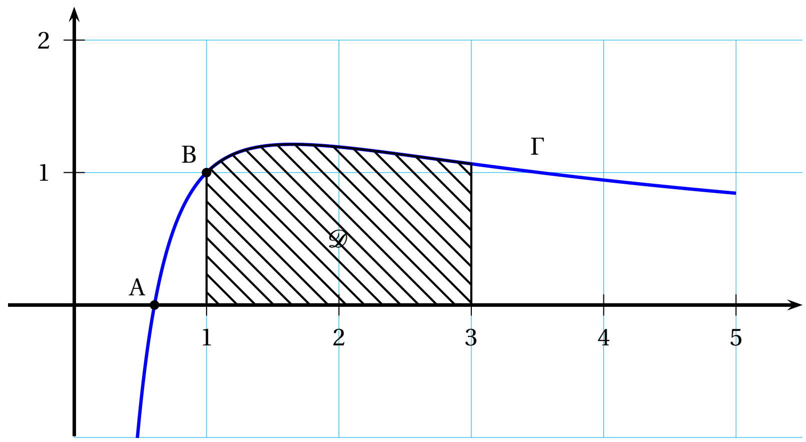
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction g, définie et dérivable sur l'intervalle [0,5 ; 5], et telle que pour tout nombre réel x, on a :

$$g(x) = \frac{2\ln(x)+1}{x}.$$

On note g' sa fonction dérivée et Γ sa courbe représentative dans le repère ci-dessous.
Soit B le point de Γ d'abscisse 1 ; la droite (OB) est tangente en B à la courbe Γ.



1. Déterminer les coordonnées exactes du point A, point d'intersection de la courbe Γ avec l'axe des abscisses.
2. **a.** Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\,;\,5]$, on a $g'(x) = \dfrac{1-2\ln(x)}{x^2}$.

   b. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$.

   c. En déduire les variations de g sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$.
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe Γ au point B d'abscisse 1.
4. **a.** On note $\mathscr{D}$ le domaine défini par l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.

   Par lecture graphique, encadrer par deux entiers l'aire de $\mathscr{D}$, exprimée en unités d'aire.

   b. On définit la fonction G sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$ par

   $$G(x) = \ln(x)[\ln(x)+1].$$

   Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$.

   c. Déterminer l'aire de $\mathscr{D}$ exprimée en unités d'aire.

EXERCICE 4 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans une grande entreprise, les commerciaux ont le choix de services de téléphonie mobile exclusivement entre deux opérateurs concurrents : A et B.
On s'intéresse aux parts de marché de ces deux opérateurs chez les commerciaux de cette entreprise.
Chaque commercial dispose d'un seul abonnement chez l'un ou l'autre des opérateurs : A et B.
Les abonnements sont souscrits pour une période d'un an, à partir du 1$^{\text{er}}$ janvier.
Une statistique, menée sur les choix des commerciaux, a révélé que :

- parmi les abonnés de l'opérateur A, 18 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur ;
- parmi les abonnés de l'opérateur B, 22 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur.

On admet que les mouvements d'abonnés d'un opérateur à l'autre se poursuivront dans ces proportions dans les années à venir.
De plus on sait qu'au 1$^{\text{er}}$ janvier 2014, 40 % des commerciaux avaient souscrit un abonnement chez A et 60 % chez B.
On note, pour tout entier naturel n :

- u_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1er janvier de l'année $2014 + n$:
- v_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez B au 1er janvier de l'année $2014 + n$.

On a donc $u_0 = 0,4$ et $v_0 = 0,6$.

1. Justifier que $u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n$ et que $u_n + v_n = 1$.

2. En déduire que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,6u_n + 0,22$.

3. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = u_n - 0,55$.

a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. En déduire l'expression de w_n en fonction de n.

c. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 0,55 - 0,15 \times (0,6)^n$.

4. Conjecturer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat sur l'évolution des parts de marché dans les années futures ?

EXERCICE 4 **5 points**

Enseignement de spécialité

Une société est spécialisée dans la vente en ligne de produits de haute technologie sur internet.

Partie A

La société réalise tout au long de l'année des journées promotionnelles pour attirer ses clients sur son site internet. Elle leur envoie un courrier électronique annonçant chaque journée de promotion.
Parmi les clients, 5 % d'entre eux ont visité le site internet de la société lors de la première journée de promotion.
Une étude portant sur le comportement des clients auxquels la société a envoyé ce type de message a mis en évidence que :

- trois clients sur cinq ayant visité le site internet lors d'une journée promotionnelle, le visitent à nouveau lors de 1a journée promotionnelle suivante ;
- un client sur cinq n'ayant pas visité le site internet lors d'une journée promotionnelle, le visite lors de la journée promotionnelle suivante.

On choisit. au hasard, un client ayant reçu le message annonçant la première journée promotionnelle.
On formule l'hypothèse que les comportements des clients observés lors de l'étude n'évoluent pas d'une journée promotionnelle à la suivante.
Pour tout entier naturel n non nul, on note l'état probabiliste ainsi défini par la matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$, où x_n désigne la probabilité que le client, pris au hasard, visite le site internet de la société lors de la n-ième journée de promotion.

1. Pour une journée promotionnelle donnée, on note V, l'évènement « le client a visité le site internet lors de la journée promotionnelle ».
Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets V et $\overline{V}$.

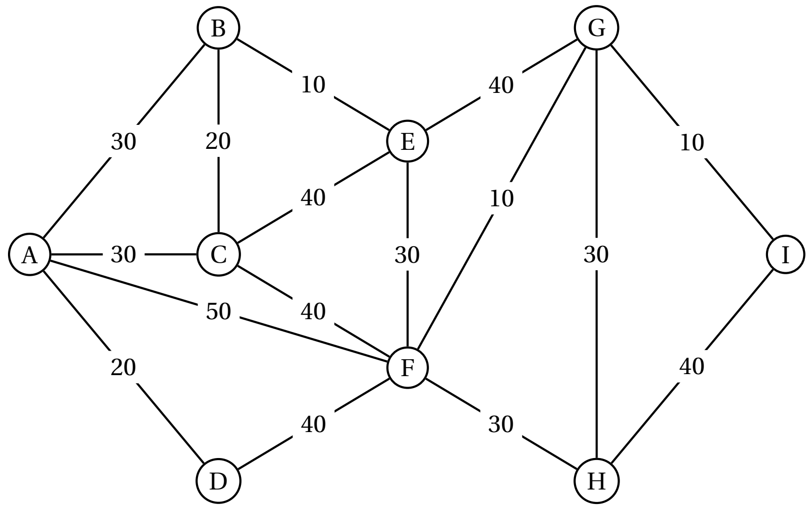
2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets V et $\overline{V}$ dans cet ordre.

3. En remarquant que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,95 \end{pmatrix}$, déterminer P_2. Interpréter ce résultat.

4. On admet que le taux de visites se stabilise à long terme. Montrer que $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ est un état stable de ce système.

Partie B

Le réseau informatique de cette société est constitué d'un ensemble de routeurs interconnectés à l'aide de fibres optiques haut débit. Le graphe qui suit schématise l'architecture de ce réseau. Les sommets représentent les routeurs et les arêtes représentent les fibres optiques.
On a fait figurer les durées de transfert des données (en millisecondes) d'un routeur à un autre sur les fibres optiques du réseau de la société.



1. Chaque année la société doit vérifier l'état physique de la fibre optique installée sur son réseau. Un robot inspecte toute la longueur de la fibre optique afin de s'assurer qu'elle ne présente pas de détérioration apparente.

   Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en suivant les fibres optiques et en empruntant chaque fibre optique une et une seule fois ? Justifier la réponse.

   Si un tel parcours est possible, préciser par quel(s) routeur(s) du réseau le robot doit commencer son inspection.

2. Un ordinateur, relié au routeur A envoie un paquet de données à un ordinateur relié au routeur I.

   Le paquet de données a mis 70 ms pour transiter du routeur A au routeur I. Ce paquet de données a-t-il emprunté le chemin le plus rapide sur le réseau ? Justifier la réponse.

Annexe (à rendre avec la copie)

	$\dfrac{a+b}{2}$	y à 10^{-3} près	a	b	$b-a$	Sortie
Initialisation			4	5	1	
1re boucle « Tant que »	4,5	0,894	4	4,5	0,5	
2e boucle « Tant que »						
3e boucle « Tant que »						
4e boucle « Tant que »						

* Retour début

Index