Baccalauréat ES 2015

L'intégrale d'avril à septembre 2015

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

Baccalauréat ES Pondichéry
16 avril 2015

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

L'entreprise MICRO vend en ligne du matériel informatique notamment des ordinateurs portables et des clés USB.

Partie A

Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment relevés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur, ainsi :

- Parmi les ordinateurs vendus, 5 % ont été retournés pour un défaut de batterie et parmi ceux-ci, 2 % ont aussi un disque dur défectueux.
- Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5 % ont un disque dur défectueux.

On suppose que la société MICRO garde constant le niveau de qualité de ses produits.
Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

Proposition 1
La probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie ni problème de disque dur est égale à $0,08$ à $0,01$ près.

Proposition 2
La probabilité que l'ordinateur acheté ait un disque dur défectueux est égale à $0,048\,5$.

Proposition 3
Sachant que l'ordinateur a été retourné pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, la probabilité que sa batterie le soit également est inférieure à $0,02$.

Partie B

L'autonomie de la batterie qui équipe les ordinateurs portables distribués par la société MICRO, exprimée en heure, suit une loi normale d'espérance $\mu = 8$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Proposition 4
La probabilité que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 h est inférieure à $0,2$.

Partie C

L'entreprise MICRO vend également des clés USB et communique sur ce produit en affirmant que 98 % des clés commercialisées fonctionnent correctement.
Sur 1 000 clés prélevées dans le stock, 50 clés se révèlent défectueuses.

Proposition 5
Ce test, réalisé sur ces 1 000 clés, ne remet pas en cause la communication de l'entreprise.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.
Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	C est un nombre réel
Traitement :	Affecter à C la valeur 300
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $C < 400$ faire
	C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Test $C < 400$		vrai		...
Valeur de C	300	326		...
Valeur de n	0	1		...

   b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année $2014+n$.
   Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.
   a. Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n.
   b. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = 625 - C_n$.
   Montrer que pour tout nombre entier n on a $V_{n+1} = 0,92 \times V_n$.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, on a $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$.
   d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?
3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.
   a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?
   b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.*

Exercice 2 **5 points**
Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les sites internet A, B, C ont des liens entre eux. Un internaute connecté sur un de ces trois sites peut, à toutes les minutes, soit y rester soit utiliser un lien vers un des deux autres sites.

- Pour un internaute connecté sur le site A, la probabilité d'utiliser le lien vers B est de 0,2 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,2.
- Pour un internaute connecté sur le site B, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,1 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,4.
- Pour un internaute connecté sur le site C, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,2 mais il n'y a pas de lien direct avec B.

L'unité de temps est la minute, et à un instant $t = 0$, le nombre de visiteurs est, respectivement sur les sites A, B et C : 100, 0 et 0.
On représente la distribution des internautes sur les trois sites après t minutes par une matrice N_t ; ainsi $N_0 = \begin{pmatrix}100 & 0 & 0\end{pmatrix}$.
On suppose qu'il n'y a ni déconnexion pendant l'heure (de $t = 0$ à $t = 60$) ni nouveaux internautes visiteurs.

1. Représenter le graphe probabiliste de sommets A, B et C correspondant à la situation décrite.
2. Écrire la matrice M de transition associée à ce graphe (dans l'ordre A, B, C).
3. On donne

$$M^2 = \begin{pmatrix}0,42 & 0,22 & 0,36\\ 0,19 & 0,27 & 0,54\\ 0,28 & 0,04 & 0,68\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^{20} \approx \begin{pmatrix}0,3125 & 0,125 & 0,5625\\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625\\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625\end{pmatrix}.$$

   Calculer N_2. Interpréter le résultat obtenu.
4. Calculer $N_0 \times M^{20}$. Conjecturer la valeur de l'état stable et interpréter la réponse.
5. Un des internautes transmet un virus à tout site qu'il visitera.
   Il se connecte initialement sur le site C et commence sa navigation.
   À l'instant $t = 0$, le site C est donc infecté.
   a. Quelle est la probabilité qu'à l'instant $t = 1$ le site A soit infecté ?
   b. Quelle est la probabilité qu'à l'instant $t = 2$ les trois sites soient infectés ?*

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

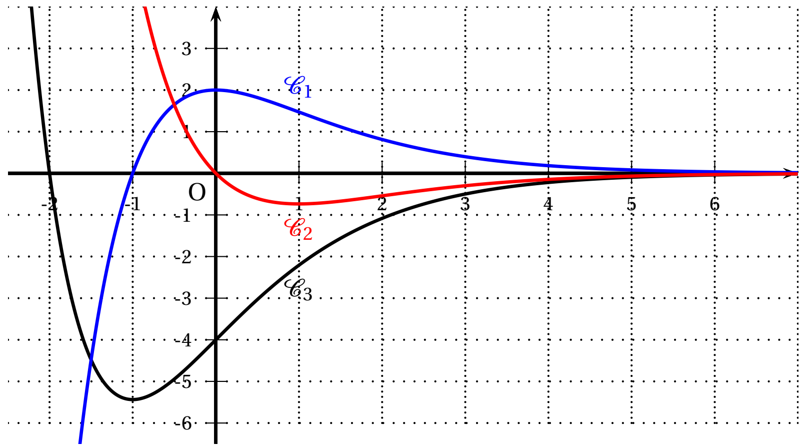
$$f(x) = -2(x+2)\mathrm{e}^{-x}.$$

Partie A

1. Calculer $f(-1)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Justifier que $f'(x) = 2(x+1)\mathrm{e}^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f.
3. En déduire les variations de la fonction f.

Partie B

Dans le repère orthogonal ci-dessous trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ ont été représentées.
L'une de ces courbes représente la fonction f, une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.
Expliquer comment ces représentations graphiques permettent de déterminer la convexité de la fonction f.
Indiquer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe.



*

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

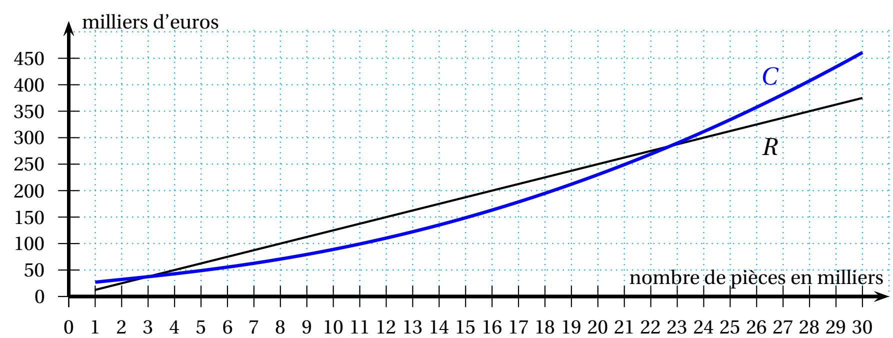
Une entreprise produit et vend des composants électroniques.

Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 1 000 et 30 000 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée.

Les parties A *et* B *peuvent être traitées de façon indépendante.*

Partie A

On donne ci-dessous R et C les représentations graphiques respectives des fonctions recette et coût sur l'intervalle $[1 ; 30]$.



Par lecture graphique, donner une estimation des valeurs demandées.

1. Quel est le coût de production de 21 000 pièces ?
2. Pour quelles quantités de pièces produites l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Pour quel nombre de pièces produites le bénéfice est-il maximal ?

Partie B

Le bénéfice en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x milliers de pièces, est donné sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par

$$B(x) = -0,5x^2 + 6x - 20 + 2x\ln x.$$

1. Montrer que $B'(x) = -x + 8 + 2\ln x$, où B' est la dérivée de B sur l'intervalle $[1\,;\,30]$.
2. On admet que $B''(x) = -1 + \dfrac{2}{x}$, où B'' est la dérivée seconde de B sur l'intervalle $[1\,;\,30]$.

   Justifier le tableau de variation ci-dessous de la fonction dérivée B' sur l'intervalle $[1\,;\,30]$.

x	1		2		30
$B'(x)$			$6+2\ln 2$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	7				$-22+2\ln 30$

3. **a.** Montrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1\,;\,30]$.

   b. Donner une valeur approchée au millième de la valeur de α.
4. En déduire le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,30]$, et donner le tableau de variation de la fonction bénéfice B sur ce même intervalle.
5. Quel est le nombre de pièces à produire, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ?

   Quel est ce bénéfice maximal (arrondi au millier d'euros) ?*

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES/L Liban ∾ 27 mai 2015

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des situations suivantes, déterminer si elle est vraie ou faussent justifier la réponse.

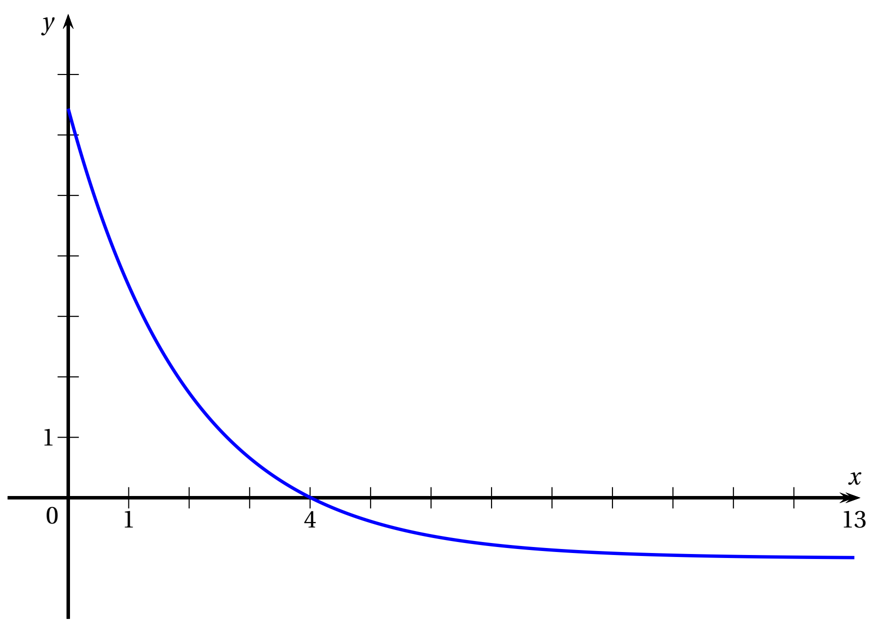
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3~;~1]$.

x	-3		-1		0		1
Variations de f	-6	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4

Proposition 1 : L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-3~;~1]$.

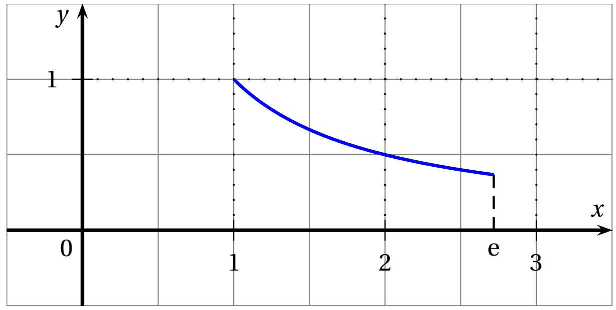
2. On considère une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0~;~13]$ et on donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction g', fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~13]$.



Proposition 2 : La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;4]$.

Proposition 3 : La fonction g est concave sur l'intervalle $[0\,;13]$.

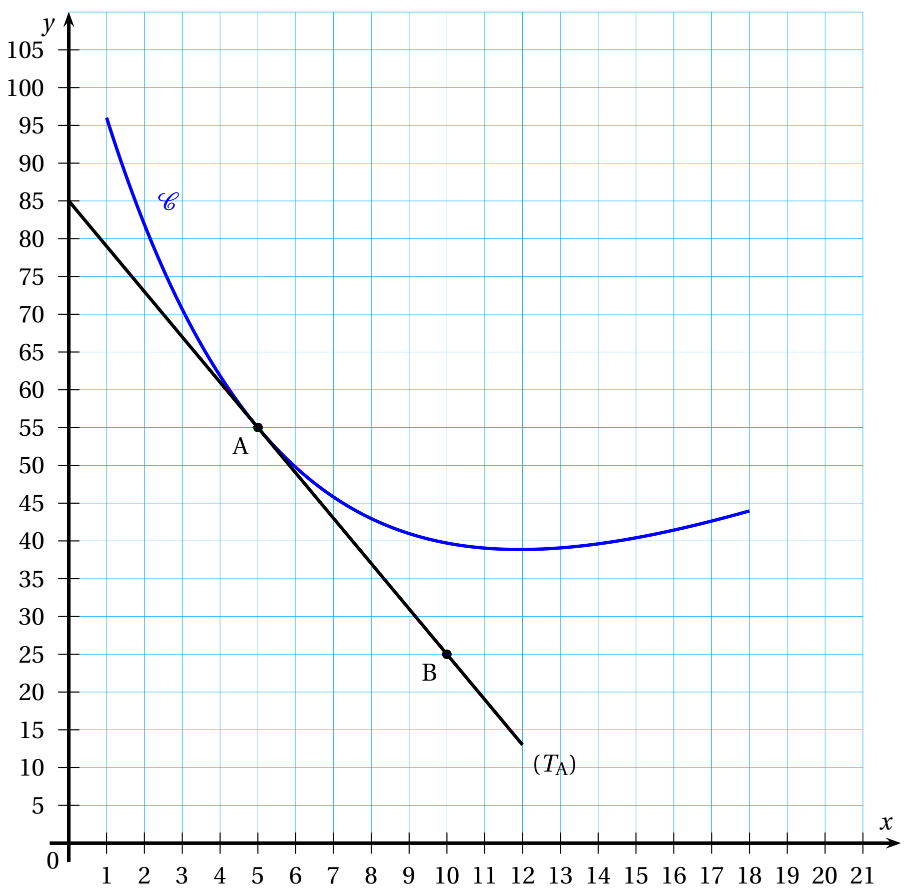
3. La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la fonction h définie sur l'intervalle $[1\,;\,\text{e}]$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$.



Proposition 4 : La fonction h est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1~;~\text{e}]$.*

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise artisanale produit des parasols. Elle en fabrique entre 1 à 18 par jour. Le coût de fabrication unitaire est modélisé par une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1~;~18]$.
On note x le nombre de parasols produits par jour et $f(x)$ le coût de fabrication unitaire exprimé en euros.
Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f et la tangente (T_A) au point A(5 ; 55). Le point B(10 ; 25) appartient à la tangente (T_A).



On admet que

$$f(x) = 2x+5+40\text{e}^{-0,2x+1} \quad \text{pour tout } x \text{ appartenant à l'intervalle } [1\,;18]$$

1. **a.** Déterminer graphiquement la valeur de $f'(5)$ en expliquant la démarche utilisée.
   b. Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,10]$.
   c. Expliquer comment retrouver la réponse obtenue dans la question **1. a.**
2. **a.** Montrer que $2-8\text{e}^{-0,2x+1} \geqslant 0$ est équivalente à $x \geqslant 5+5\ln 4$.
   b. En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variations de f sur $[1\,;\,18]$. Les valeurs seront arrondies au centime d'euro dans le tableau de variations.
3. Déterminer, par le calcul, le nombre de parasols que doit produire l'entreprise pour que le coût de fabrication unitaire soit minimal.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2+5x-200\text{e}^{-0,2x+1}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[1\,;\,18]$.
   b. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_5^{15} f(x)\,\text{d}x$.
   c. Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur de $\frac{1}{10}I$. *

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3}.

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires.
La totalité de la production est réalisée par deux machines M_A et M_B.
La machine M_A fournit 40 % de la production totale et M_B le reste.
La machine M_A produit 2 % de médailles défectueuses et la machine M_B produit 3 % de médailles défectueuses.

Partie A

On prélève au hasard une médaille produite par l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- A : « la médaille provient de la machine M_A » ;
- B : « la médaille provient de la machine M_B » ;
- D : « la médaille est défectueuse » ;
- $\overline{D}$ est l'évènement contraire de l'évènement D.

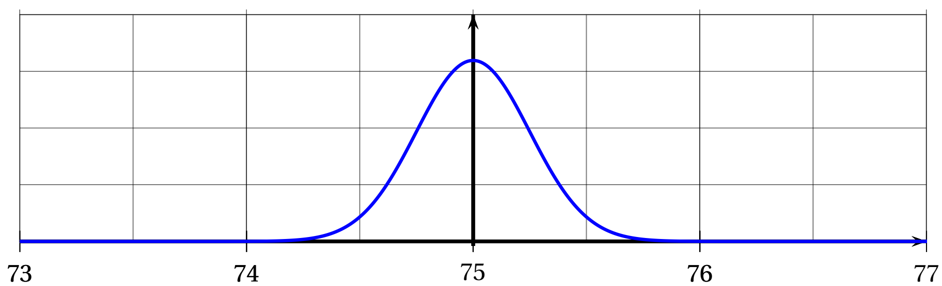
1. **a.** Traduire cette situation par un arbre pondéré.
   b. Montrer que la probabilité qu'une médaille soit défectueuse est égale à $0,026$.
   c. Calculer la probabilité qu'une médaille soit produite par la machine M_A sachant qu'elles défectueuse.
2. Les médailles produites sont libres par lots de 20.
   On prélève au hasard un lot de 20 médailles dans la production.
   On suppose que la production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. Les tirages sont supposés indépendants.
   On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de médailles défectueuses contenues dans ce lot.

a. Préciser la loi que suit X et donner ses paramètres.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot.

Partie B

Le diamètre exprimé en millimètre, d'une médaille fabriquée par cette entreprise est conforme lorsqu'il appartient à l'intervalle [74,4 ; 75,6].
On note Y la variable aléatoire qui, à chaque médaille prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre en millimètre. On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type $0,25$.
La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la densité de probabilité de Y.



1. Indiquer par lecture graphique la valeur de μ.

2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité $P(74,4 \leqslant Y \leqslant 75,6)$.

3. En utilisant un résultat du cours, déterminer la valeur de h pour que

$$P(75 - h \leqslant Y \leqslant 75 + h) \approx 0,95.$$

Partie C

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la machine M_B, on admet que la proportion des médailles ayant une épaisseur non conforme dans la production est de 3 %.
Pour contrôler le bon fonctionnement de la machine M_B, on a prélevé au hasard un échantillon de 180 médailles et on a constaté que 11 médailles ont une épaisseur non conforme.

1. Calculer, dans l'échantillon prélevé, la fréquence des médailles dont l'épaisseur n'est pas conforme.

2. Déterminer, en justifiant, si le résultat de la question précédente rend pertinente la prise de décision d'arrêter la production pour procéder au réglage de la machine M_B.*

Exercice 4 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une retenue d'eau artificielle contient 100 000 m^3 d'eau le 1$^{\text{er}}$ juillet 2013 au matin.
La chaleur provoque dans la retenue une évaporation de 4 % du volume total de l'eau par jour. De plus, chaque soir, on doit libérer de la retenue 500 m^3 pour l'irrigation des cultures aux alentours.

Cette situation peut être modélisée par une suite (u_n).
Le premier juillet 2013 au matin, le volume d'eau en m^3 est $u_0 = 100\,000$.
Pour tout entier naturel n supérieur à 0, u_n désigne le volume d'eau en m^3 au matin du n-ième jour qui suit le 1$^{\text{er}}$ juillet 2013.

1. **a.** Justifier que le volume d'eau u_1 au matin du 2 juillet 2013 est égal à 95 500 m^3.
   b. Déterminer le volume d'eau u_2, au matin du 3 juillet 2013.
   c. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,96u_n - 500$.
2. Pour déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	**Variables :**	u est un nombre réel
L2		$n$est un entier naturel
L3	**Traitement :**	Affecter à u la valeur 100 000
L4		Affecter à n la valeur 0
L5		Tant que $u > 0$
L6		Affecter à n la valeur …
L7		Affecter à u la valeur …
L8		Fin Tant que
L9	**Sortie :**	Afficher …

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n + 12\,500$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,96. Préciser son premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 112\,500 \times 0,96^n - 12\,500$.
4. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $112\,500 \times 0,96^n - 12\,500 \leqslant 0$.
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.*

Exercice 4 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un pays, seulement deux opérateurs de téléphonie mobile SAFIR et TECIM proposent la 4G (standard de transmission de données).
Une étude a montré que d'une année à l'autre :

- 41 % des clients de l'opérateur SAFIR le quittent pour l'opérateur TECIM ;
- 9 % des clients de l'opérateur TEcIM le quittent pour l'opérateur SAFIR ;
- Aucun client ne renonce à l'utilisation de la 4G.

Cette situation peut être modélisée par un graphe probabiliste $\mathcal{G}$ de sommets S et T où :

- S est l'évènement « l'utilisateur de la 4G est un client de l'opérateur SAFIR » ;
- T est l'évènement « l'utilisateur de la 4G est un client de l'opérateur TECIM ».

Chaque année on choisit au hasard un utilisateur de la 4G et on note pour tout entier naturel n :

- s_n la probabilité que cet utilisateur soit un client de l'opérateur SAFIR en $2014 + n$;

- t_n la probabilité que cet utilisateur soit un client de l'opérateur TECIM en $2014+n$.

On note $P_n = (s_n \quad t_n)$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2014+n$.
Dans cet exercice, on se propose de savoir si l'opérateur TECIM atteindra l'objectif d'avoir comme clients au moins 80 % de la population utilisatrice de la 4G.

Partie A

1. Dessiner le graphe probabiliste $\mathcal{G}$.

2. On admet que la matrice de transition du graphe $\mathcal{G}$ en considérant les sommets dans l'ordre S et T est $M = \begin{pmatrix} 0,59 & 0,41 \\ 0,09 & 0,91 \end{pmatrix}$.

On note $P = (a \quad b)$ la matrice ligne correspondant à l'état stable de ce graphe $\mathcal{G}$.

a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{lcl} 0,41a - 0,09b & = & 0 \\ a+b & = & 1 \end{array}\right.$.

b. Résoudre le système précédent.

3. On admet que $a = 0,18$ et $b = 0,82$. Déterminer, en justifiant, si l'opérateur TECIM peut espérer atteindre son objectif.

Partie B

En 2014, on sait que 35 % des utilisateurs de la 4G sont des clients de l'opérateur SAFIR et que 65 % sont des clients de l'opérateur TECIM. Ainsi $P_0 = (0,35 \quad 0,65)$.

1. Déterminer la répartition des clients de la 4G au bout de 2 ans.

2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $t_{n+1} = 0,5t_n + 0,41$.

3. Pour déterminer au bout de combien d'années l'opérateur TECIM atteindra son objectif, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	**Variables :**	T est un nombre
L2		N est un nombre entier
L3	**Traitement :**	Affecter à T la valeur 0,65
L4		Affecter à N la valeur 0
L5		Tant que $T < 0,80$
L6		Affecter à T la valeur …
L7		Affecter à N la valeur …
L8		Fin Tant que
L9	**Sortie :**	Afficher …

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = t_n - 0,82$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Préciser son premier terme.

b. En déduire que : $t_n = -0,17 \times 0,5^n + 0,82$.

c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation : $-0,17 \times 0,5^n + 0,82 \geqslant 0,80$.

d. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.*

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord ∾ 2 juin 2015

EXERCICE 1 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

PARTIE A

Un industriel veut lancer sur le marché une gamme de produits spécialement conçus pour les gauchers. Auparavant il cherche à estimer la proportion de gauchers dans la population française. Une première étude portant sur un échantillon de 4 000 Français révèle que l'on dénombre de 484 gauchers.

1. Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 permettant de connaître la proportion de gauchers dans la population française est (les bornes ont été arrondies à 10^{-3}) :

   a. $[0,120\,;\,0,122]$ **b.** $[0,863\,;\,0,895]$ **c.** $[0,105\,;\,0,137]$ **d.** $[0,090\,;\,0,152]$

2. La taille n de l'échantillon que l'on doit choisir afin d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 ayant une amplitude de 0,01 est :

   a. $n = 15$ **b.** $n = 200$ **c.** $n = 10000$ **d.** $n = 40000$

PARTIE B

Des chercheurs ont conçu un test pour évaluer la rapidité de lecture d'élèves de CE2. Ce test consiste à chronométrer la lecture d'une liste de 20 mots. On a fait passer ce test à un très grand nombre d'élèves de CE2. On appelle X la variable aléatoire qui donne le temps en seconde mis par un élève de CE2 pour passer le test. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 32$ et d'écart-type $\sigma = 13$.

3. La probabilité $p(19 \leqslant X \leqslant 45)$ arrondie au centième est :

   a. $0,50$ **b.** $0,68$ **c.** $0,84$ **d.** $0,95$

4. On note t la durée de lecture vérifiant $p(X \leqslant t) = 0,9$. La valeur de t arrondie à l'entier est :

   a. $t = 32\ s$ **b.** $t = 45\ s$ **c.** $t = 49\ s$ **d.** $t = 58\ s$

EXERCICE 2 5 points

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les parties A et B sont indépendants.

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

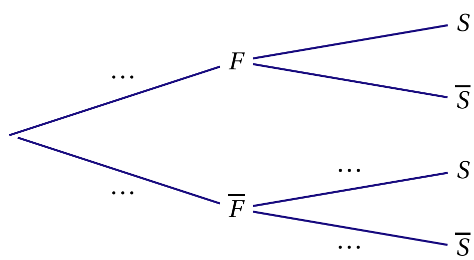
Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

PARTIE A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{F} \cap S$ et interpréter le résultat.
4. On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrits à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.
5. On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est de 0,101.

PARTIE B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.
On rappelle que 20,3 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatre élèves gagnants, il y ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.*

EXERCICE 2 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Un créateur d'entreprise a lancé un réseau d'agences de services à domicile. Depuis 2010, le nombre d'agences n'a fait qu'augmenter. Ainsi, l'entreprise qui comptait 200 agences au 1er janvier 2010 est passée à 300 agences au 1er janvier 2012 puis à 500 agences au 1er janvier 2014.

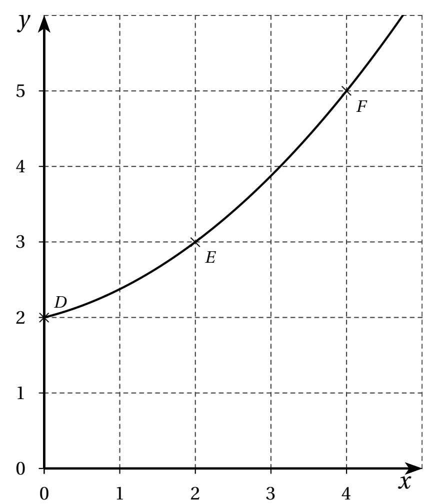
On admet que l'évolution du nombre d'agences peut être modélisée par une fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels.
La variable x désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $f(x)$ exprime le nombre d'agences en centaines. la valeur 0 de x correspond donc à l'année 2010.
Sur le dessin ci-dessous, on a représenté graphiquement la fonction f.

PARTIE A

On cherche à déterminer la valeur des cœfficients a, b et c.

1. **a.** À partir des données de l'énoncé, écrire un système d'équations traduisant cette situation.

   b. En déduire que le système précédent est équivalent à : $MX = R$ avec $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et R une matrice colonne que l'on précisera.



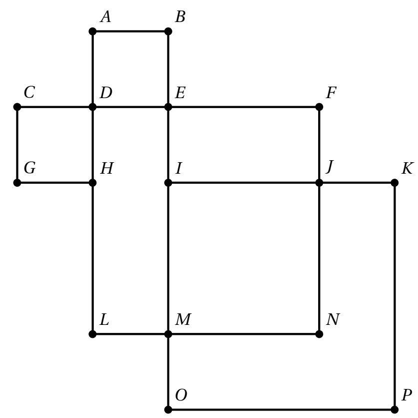
2. On admet que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0,125 & -0,25 & 0,125 \\ -0,75 & 1 & -0,25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

   À l'aide de cette matrice, déterminer les valeurs des cœfficients a, b et c, en détaillant les calculs.

3. Suivant ce modèle, déterminer le nombre d'agences que l'entreprise possédera au 1^er^ janvier 2016.

PARTIE B

Le responsable d'une agence de services à domicile implantée en ville a représenté par le graphe ci-dessous toutes les rues dans lesquelles se trouvent des clients qu'il doit visiter quotidiennement. Dans ce graphe, les arêtes sont les rues et les sommets sont les intersections des rues.



1. **a.** Déterminer si le graphe est connexe.

   b. Déterminer si le graphe est complet.

Ce responsable voudrait effectuer un circuit qui passe une et une seule fois par chaque rue dans laquelle se trouvent des clients.

2. Déterminer si ce circuit existe dans les deux cas suivants :

   a. Le point d'arrivée est le même que le point de départ.

   b. Le point d'arrivée n'est pas le même que le point de départ.

EXERCICE 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A

Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année.
Au 1er janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.
A l'aide d'une suite, on modélise la population au 1er janvier de chaque année. Pour tout entier naturel n, le terme u_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2004 + n$. On a ainsi $u_0 = 25\,000$.

1. Calculer l'effectif de cette population de singes :

   a. au 1er janvier 2005 ;

   b. au 1er janvier 2006, en arrondissant à l'entier.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25\,000 \times 0,85^n$.

3. Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.
Recopier et compléter les lignes L4, L5 et L6 de l'algorithme ci-dessous.

L1 :	Variables	u un réel, n un entier
L2 :	Initialisation	u prend la valeur 25 000
L3 :		n prend la valeur 0
L4 :	Traitement	Tant que .... faire
L5 :		u prend la valeur ....
L6 :		n prend la valeur ....
L7 :		Fin Tant que
L8 :	Sortie	Afficher n

4. Montrer que la valeur n affichée après l'exécution de l'algorithme est 10.

PARTIE B

Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances. À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances.
On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite. Pour tout entier naturel n, le terme v_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2014+n$. On a ainsi $v_0 = 5000$.

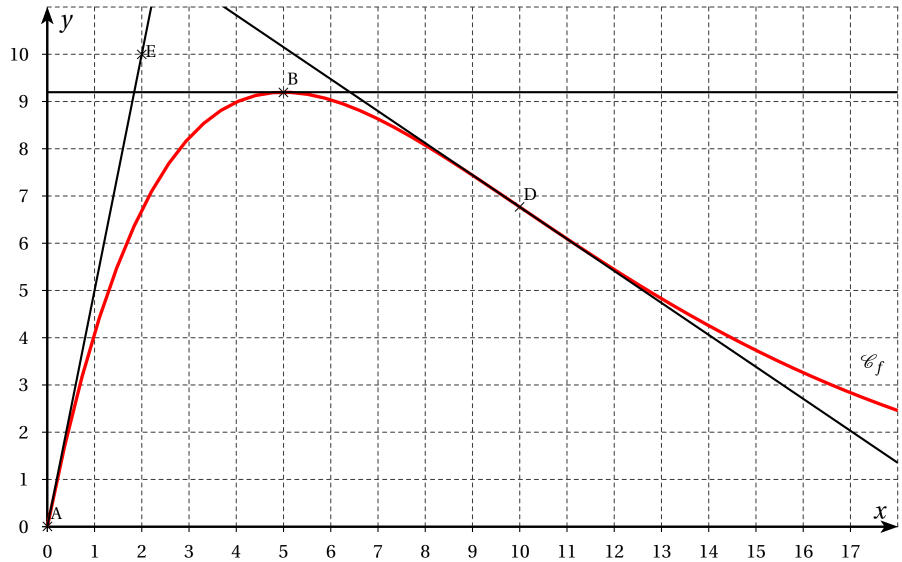
1. **a.** Calculer v_1 et v_2.
   b. justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0,75 \times v_n + 400$.
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 1600$.
   a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser la valeur de w_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, on a $v_n = 1600 + 3400 \times 0,75^n$.
   d. Calculer la limite de la suite (v_n) et interpréter ce résultat.*

EXERCICE 4 5 points

Commun à tous les candidats

PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 18] ainsi que les tangentes au point A d'abscisse 0, au point B d'abscisse 5 et au point D d'abscisse 10.
On sait aussi que la tangente au point A passe par le point E de coordonnées (2 ; 10) et que la tangente au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Donner les valeurs de $f'(5)$ et de $f'(0)$.
2. On admet que D est un point d'inflexion. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

PARTIE B

Une entreprise s'apprête à lancer sur le marché français un nouveau jouet destiné aux écoliers. Les ventes espérées ont été modélisées par la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ a été tracée ci-dessus.
En abscisses, x représente le nombre de jours écoulés depuis le début de la campagne publicitaire.
En ordonnées, $f(x)$ représente le nombre de milliers de jouets vendus le x-ième jour.

Ainsi, par exemple, le 10-ième jour après le début de la campagne publicitaire, l'entreprise prévoit de vendre environ 6 800 jouets.
On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0~;~18]$ par $f(x) = 5x\mathrm{e}^{-0,2x}$.

1. Montrer que $f'(x) = (5 - x)\mathrm{e}^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0~;~18]$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[0~;~18]$ puis dresser le tableau de variations de f sur $[0~;~18]$.
3. Déterminer le nombre de jours au bout duquel le maximum de ventes par jour est atteint. Préciser la valeur de ce maximum, arrondie à l'unité.

PARTIE C

1. On admet que la fonction F définie sur $[0~;~18]$ par $F(x) = (-25x - 125)\mathrm{e}^{-0,2x}$ est une primitive de la fonction f.
   a. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. En déduire une estimation du nombre moyen de jouets vendus par jour durant la période des 10 premiers jours. On arrondira le résultat à l'unité.
2. Un logiciel de calcul formel nous donne les résultats suivants :

1	*dériver*$[(5-x)*\exp(-0.2*x)]$
	$-\exp(-0.2*x)-\dfrac{1}{5}*\exp(-0.2*x)*(-x+5)$
2	*Factoriser*$[-\exp(-0.2*x)-\dfrac{1}{5}*\exp(-0.2*x)*(-x+5)]$
	$\dfrac{x-10}{5}*\exp(-0.2*x)$

Utiliser ces résultats pour déterminer, en justifiant, l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.*

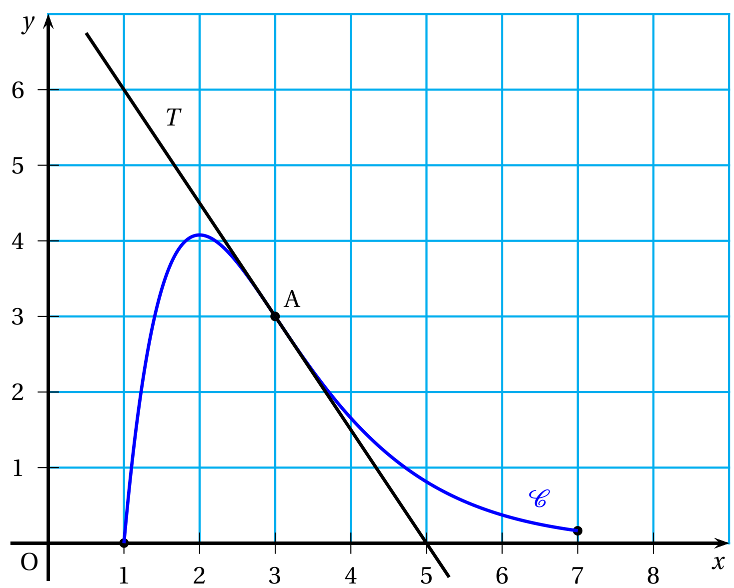
ᔓ Baccalauréat ES Centres étrangers 10 juin 2015 ᔕ

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,7]$.
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A$(3\,;\,3)$ et passe par le point de coordonnées $(5\,;\,0)$.
Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f :

a. $f'(3) = 3$ **b.** $f'(3) = \dfrac{3}{2}$ **c.** $f'(3) = -\dfrac{2}{3}$ **d.** $f'(3) = -\dfrac{3}{2}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f :

a. $f''(3) = 3$ **b.** $f''(3) = 0$ **c.** $f''(5) = 0$ **d.** $f''(2) = 0$

3. Toute primitive F de la fonction f est nécessairement :

a. croissante sur $[1\,;\,7]$ **b.** décroissante sur $[2\,;\,7]$ **c.** négative sur $[2\,;\,7]$ **d.** positive sur $[1\,;\,7]$

4. On note $I = \displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$:

a. $1 \leqslant I \leqslant 2$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 3$ **c.** $3 \leqslant I \leqslant 4$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 5$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Depuis le 1er janvier 2015, une commune dispose de vélos en libre service. La société Bicycl'Aime est chargée de l'exploitation et de l'entretien du parc de vélos.
La commune disposait de 200 vélos au 1er janvier 2015.
La société estime que, chaque année, 15 % des vélos sont retirés de la circulation à cause de dégradations et que 42 nouveaux vélos sont mis en service.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de vélos de cette commune au 1er janvier de l'année $2015 + n$.

1. Déterminer le nombre de vélos au 1er janvier 2016.
2. Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = 0,85u_n + 42.$$

3. On donne l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	U réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	U prend la valeur 200
Traitement :	Tant que $N < 4$
	U prend la valeur $0,85 \times U +$ 42
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin tant que
Sortie :	Afficher U

   a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on à l'arrêt de l'algorithme ?

U	200				
N	0	1	2	3	4
Condition $N < 4$	Vrai				

   b. Interpréter la valeur du nombre U obtenue à l'issue de l'exécution de cet algorithme.

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 280$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme
   $v_0 = -80$.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = -80 \times 0,85^n + 280$.

   d. Calculer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat.

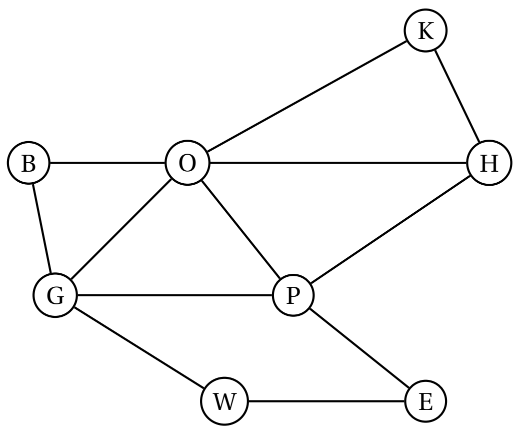
5. La société Bicycl'Aime facture chaque année à la commune 300 € par vélo en circulation au 1er janvier.

   Déterminer le coût total pour la période du 1er janvier 2015 au 31 décembre 2019, chacun des termes utilisés de la suite (u_n) étant exprimé avec un nombre entier.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

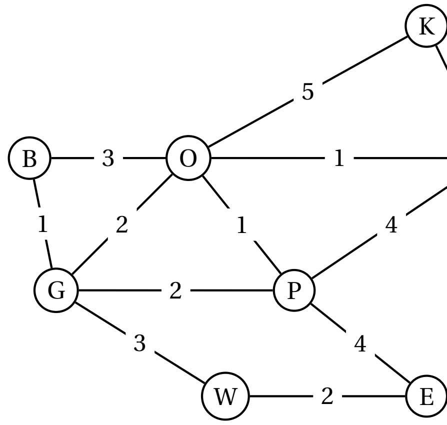
On a schématisé ci-dessous une partie du plan du métro londonien par un graphe Γ dont les sommets sont les stations et les arêtes sont les lignes desservant ces stations. Chaque station de métro est désignée par son initiale comme indiqué dans la légende.



Légende :
B : Bond Street
E : Embankment
G : Green Park
H : Holborn
K : King's Cross St Pancras
O : Oxford Circus
P : Piccadilly Circus
W : Westminster

1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe Γ est connexe.
   b. Déterminer en justifiant si le graphe Γ est complet.
2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne. Si oui, donner une telle chaîne.
3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

   Pour la suite de l'exercice, on donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 4 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 6 & 1 & 4 & 4 & 4 & 9 & 10 & 6 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & 5 & 8 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 5 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 7 & 3 & 9 & 8 & 7 & 8 & 10 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & 8 & 3 & 10 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 3 & 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Un touriste se trouve à la station Holborn. Il prévoit de se rendre à la station Green Park en utilisant exactement trois lignes de métro sur son trajet.
   a. Sans utiliser le graphe, donner le nombre de trajets possibles et justifier la réponse.
   b. Donner les trajets possibles .



Légende :
B : Bond Street
E : Embankment
G : Green Park
H : Holborn
K : King's Cross St Pancras
O : Oxford Circus
P : Piccadilly Circus
W : Westminster

Sur le graphe pondéré ci-dessus, on a indiqué la durée, exprimée en minutes, des trajets entre chaque station (la durée est indiquée sur chaque arête du graphe Γ).

5. À partir de la station Westminster, ce touriste doit rejoindre la station King's Cross St Pancras le plus rapidement possible pour prendre un train.

   En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le trajet permettant de relier la station Westminster à la station King's Cross St Pancras en une durée minimale. On précisera cette durée. *

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de confitures fait appel à des producteurs locaux. À la livraison, l'entreprise effectue un contrôle qualité à l'issue duquel les fruits sont sélectionnés ou non pour la préparation des confitures.
Une étude statistique a établi que :

- 22 % des fruits livrés sont issus de l'agriculture biologique ;
- parmi les fruits issus de l'agriculture biologique, 95 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures ;
- parmi les fruits non issus de l'agriculture biologique, 90 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures.

On prélève au hasard un fruit et on note :

B l'évènement « le fruit est issu de l'agriculture biologique » ;

S l'évènement « le fruit est sélectionné pour la préparation des confitures ».

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité, $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé et $\overline{E}$ évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.
3. Montrer que $p(S) = 0,911$.

4. Sachant que le fruit a été sélectionné pour la préparation des confitures, déterminer la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique.

Partie B

Cette entreprise conditionne la confiture en pots de 300 grammes.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse en gramme.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart-type $\sigma = 2$.
L'entreprise ne commercialise les pots de confiture que si l'écart entre la masse affichée (c'est-à-dire 300 g) et la masse réelle ne dépasse pas 4 grammes.

1. On prélève un pot au hasard. Déterminer la probabilité que le pot soit commercialisé.
2. Déterminer le réel a tel que $p(X < a) = 0,01$.

Partie C

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le directeur commercial affirme que 90 % des consommateurs sont satisfaits de la qualité des produits commercialisés par son entreprise.
On réalise une étude de satisfaction sur un échantillon de 130 personnes.
Parmi les personnes interrogées, 15 déclarent ne pas être satisfaites des produits.
Déterminer, en justifiant, si l'on doit remettre en question l'affirmation du directeur commercial.*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B ne sont pas indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur [1 ; 11] par

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x + 15\ln x.$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + 15}{x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 11]. On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle [1 ; 11].
   b. Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.
   c. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle [1 ; 11].
4. **a.** On considère la fonction F définie sur [1 ; 11] par

$$F(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - 15x + 15x\ln x.$$

   Montrer que F est une primitive de la fonction f

b. Calculer $\displaystyle\int_1^{11} f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera le résultat exact puis sa valeur arrondie au centième.

c. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 11]$. (On donnera la valeur arrondie au centième.)

Partie B

Une société fabrique et vend des chaises de jardin. La capacité de production mensuelle est comprise entre 100 et 1 100 chaises.
Le bénéfice mensuel réalisé par la société est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x représente le nombre de centaines de chaises de jardin produites et vendues et $f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros.
On précise qu'un bénéfice peut être positif ou négatif, ce qui correspond, dans ce deuxième cas, à une perte.

1. Quelles quantités de chaises la société doit-elle produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel positif ?

2. Déterminer le nombre de chaises que la société doit produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel maximal.*

Baccalauréat ES Polynésie 12 juin 2015

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante

1. Soit la fonction g définie pour tout nombre réel x strictement positif par

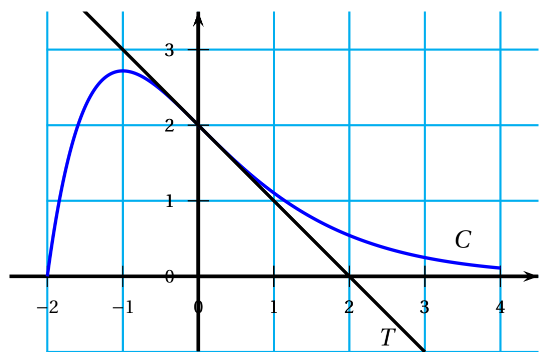
$$g(x) = 2\mathrm{e}^{3x} + \frac{1}{2}\ln(x).$$

Si g' désigne la fonction dérivée de g, on a :

a. $g'(x) = 2\mathrm{e}^{3x} + \dfrac{2}{x}$ **b.** $g'(x) = 6\mathrm{e}^{3x} + \dfrac{2}{x}$ **c.** $g'(x) = 6\mathrm{e}^{3x} + \dfrac{1}{2x}$ **d.** $g'(x) = 6\mathrm{e}^{x} + \dfrac{1}{2x}$

2. La courbe représentative C d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ est donnée ci-dessous. La tangente T à la courbe au point d'abscisse 0 traverse la courbe en ce point.

La fonction f est convexe sur l'intervalle :
a. $[-1 ; 4]$
b. $[-2 ; 0]$
c. $[-2 ; -1]$
d. $[0 ; 4]$



3. On donne l'algorithme ci-dessous.

La valeur affichée en sortie de cet algorithme est :
a. 7,1
b. 7,6
c. 8
d. 17

```
Variables
    n : un nombre entier naturel
Traitement
    Affecter à n la valeur 0
    Tant que 1,9^n < 100
        Affecter à n la valeur n+1
    Fin Tant que
Sortie
    Afficher n
```

4. Une variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 5]$ dont la fonction de densité est représentée ci-dessous.

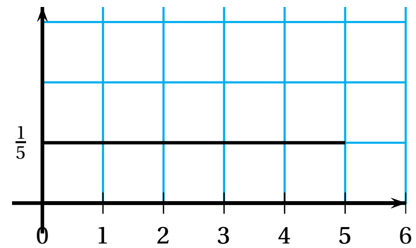
On a alors :

a. $P(X \geqslant 3) = P(X < 3)$

b. $P(1 \leqslant X \leqslant 4) = \dfrac{1}{3}$

c. $E(X) = \dfrac{5}{2}$

d. $E(X) = \dfrac{1}{5}$



EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les parties A et B sont indépendantes

Sur une exploitation agricole, une maladie rend la conservation de fruits difficile. Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un champ : sur une partie du champ, les fruits sont traités, sur l'autre, non.
On considère que le nombre de fruits récoltés est extrêmement grand et que la maladie touche les fruits de manière aléatoire.

Partie A Étude de l'efficacité du traitement

On prélève au hasard 100 fruits sur la partie du champ traité et 100 fruits sur l'autre partie du champ. On constate que :

— sur l'échantillon des 100 fruits traités, 18 sont abimés ;
— sur l'échantillon des 100 fruits non traités, 32 sont abimés.

1. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de fruits abimés par la maladie au niveau de confiance de 95 % :

a. pour la partie du champ traitée ;

b. pour la partie du champ non traitée.

2. Au vu des intervalles obtenus à la question 1, peut-on considérer que le traitement est efficace ?

Partie B Qualité de la production

Une étude plus poussée permet d'estimer la proportion de fruits abimés à 0,12 dans la partie du champ traitée et à 0,30 dans la partie non traitée. On sait de plus qu'un quart du champ a été traité.
Une fois récoltés, les fruits sont mélangés sans distinguer la partie du champ d'où ils proviennent.
On prélève au hasard un fruit récolté dans le champ et on note :

T l'évènement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée » ;

A l'évènement « Le fruit prélevé est abimé ».

On arrondira les résultats au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.

2. **a.** Calculer la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abimé.

b. Montrer que $P(A) = 0,255$.

3. Un fruit prélevé au hasard dans la récolte est abimé, Peut -on affirmer qu'il y a une chance sur quatre pour qu'il provienne de la partie du champ traitée ?

4. Dans le but d'effectuer un contrôle, cinq fruits sont prélevés au hasard dans le champ. Calculer la probabilité qu'au plus un fruit soit abimé.*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail. Le **tableau 1** indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches et le **tableau 2** indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 1	Poste 1	Poste 2	Poste 3		Tableau 2	
Modèle 1	8 h	10 h	14 h		Poste 1	25 €/h
Modèle 2	6 h	6 h	10 h		Poste 2	20 €/h
Modèle 3	12 h	10 h	18 h		Poste 3	15 €/h

1. Soit H et C les deux : matrices suivantes : $H = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.

a. Donner la matrice produit $P = H \times C$.

b. Que représentent les coefficients de la matrice $P = H \times C$?

2. Après une étude de marché, le fabricant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :

Modèle 1 : 500 € ; Modèle 2 : 350 € ; Modèle 3 : 650 €

Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés a, b et c, permettant d'obtenir ces prix de revient.

a. Montrer que les réels a, b et c doivent être solutions du système

$H \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}$.

b. Déterminer les réels a, b et c.

Partie B

La façade du magasin dans lequel sont commercialisées les planches est illuminée par un très grand nombre de spots qui sont programmés de la manière suivante :

- les spots s'allument tous à 22 heures ;
- toutes les 10 secondes à partir de 22 heures, et ce de manière aléatoire, 30 % des spots allumés s'éteignent et 50 % de ceux qui sont éteints se rallument.

On note : A l'état : « le spot est allumé » et E l'état : « le spot est éteint ».

1. a. Dessiner un graphe probabiliste traduisant la situation.

b. Recopier et compléter la matrice de transition (dans l'ordre A, E) associée au graphe, $M = \begin{pmatrix} \cdots & 0,3 \\ 0,5 & \cdots \end{pmatrix}$.

2. On note n le nombre d'étapes (c'est à dire d'intervalles de temps de 10 secondes) qui s'écoulent à partir de 22 heures et $P_n = (a_n \quad b_n)$ l'état d'un spot à l'étape n, où a_n est la probabilité qu'il soit allumé et b_n la probabilité qu'il soit éteint.
   On a alors, pour tout entier naturel n : $P_{n+1} = P_n \times M$.
   a. Justifier que $a_0 = 1$ et $b_0 = 0$. Écrire une relation entre P_0 et P_n.
   b. Déterminer les coefficients de la matrice P_3. Quelle est la probabilité que le spot considéré soit éteint à 22 heures et 30 secondes ?
3. Déterminer l'état stable $(a \quad b)$ du graphe probabiliste.*

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les techniciens d'un aquarium souhaitent régler le distributeur automatique d'un produit visant à améliorer la qualité de l'eau dans un bassin. La concentration recommandée du produit, exprimée en mg.l^{-1} (milligramme par litre), doit être comprise entre 140 mg.l^{-1} et 180 mg.l^{-1}.
Au début du test, la concentration du produit dans ce bassin est de 160 mg.l^{-1}.
On estime que la concentration du produit baisse d'environ 10 % par semaine.
Afin de respecter les recommandations portant sur la concentration du produit, les techniciens envisagent de régler le distributeur automatique de telle sorte qu'il déverse chaque semaine une certaine quantité de produit.
Les techniciens cherchent à déterminer cette quantité de façon à ce que :

- la concentration du produit soit conforme aux recommandations sans intervention de leur part, pendant une durée de 6 semaines au moins ;
- la quantité de produit consommée soit minimale.

Partie A

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 10 mg.l^{-1}.
On s'intéresse à l'évolution de la concentration chaque semaine. La situation peut être modélisée par une suite (C_n), le terme en donnant une estimation de la concentration du produit, en mg.l^{-1}, au début de la n-ième semaine. On a $C_0 = 160$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 0,9 \times C_n + 10$.
2. Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n = C_n - 100$.
   a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et que $V_0 = 60$.
   b. Exprimer V_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $C_n = 0,9^n \times 60 + 100$.
3. **a.** Déterminer la limite de la suite (C_n) quand n tend vers l'infini. Justifier la réponse.
   Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée.
   b. Au bout de combien de semaines la concentration devient -elle inférieure à 140 mg.l^{-1} ?
4. Le réglage envisagé du distributeur répond-il aux attentes ?

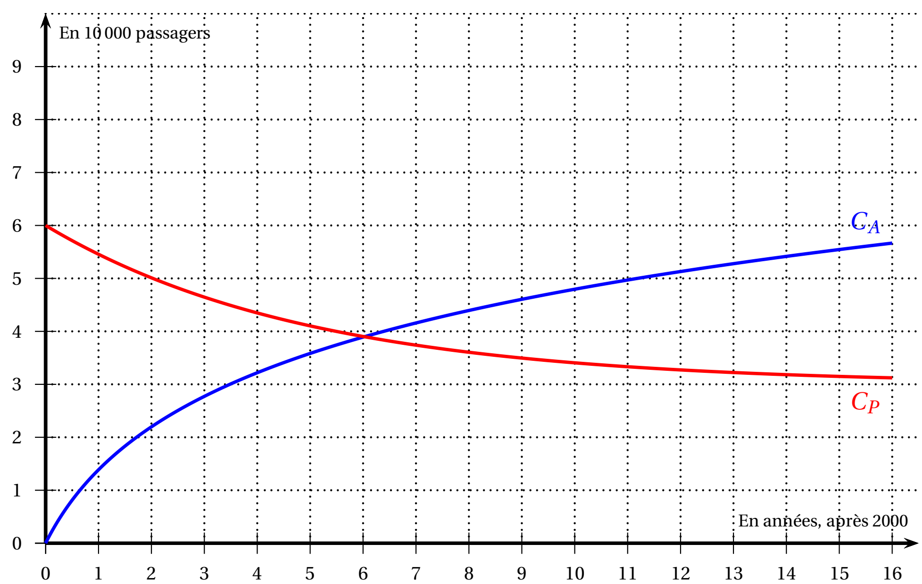
Partie B

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 12 mg.l^{-1}.
Que penser de ce réglage au regard des deux conditions fixées par les techniciens ?*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une compagnie aérienne propose à partir du premier janvier de l'année 2000 une nouvelle formule d'achat de billets, la formule *Avantage* qui s'ajoute à la formule *Privilège* déjà existante.
Une étude a permis de modéliser l'évolution du nombre de passagers transportés depuis l'année 2000 et la compagnie admet que ce modèle est valable sur la période allant de l'année 2000 à l'année 2016.
Le nombre de passagers choisissant la formule *Privilège* est modélisé par la fonction P définie sur l'intervalle $[0 ; 16]$ et le nombre de passagers choisissant la formule *Avantage* est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0 ; 16]$. Le graphique donné ci-dessous représente les courbes représentatives C_P et C_A de ces deux fonctions.
Lorsque x représente le temps en année à partir de l'année 2000, $P(x)$ représente le nombre de passagers, exprimé en dizaine de milliers, choisissant la formule *Privilège* et $A(x)$ représente le nombre de passagers, exprimé en dizaine de milliers, choisissant la formule *Avantage*.



Partie A

Dans cette partie, les estimations seront obtenues par lecture graphique.

1. Donner une estimation du nombre de passagers qui, au cours de l'année 2002, avaient choisi la formule *Privilège*.
2. Donner une estimation de l'écart auquel la compagnie peut s'attendre en 2015 entre le nombre de passagers ayant choisi la formule *Avantage* et ceux ayant choisi la formule *Privilège*.
3. Comment peut-on interpréter les coordonnées du point d'intersection des deux courbes au regard de la situation proposée ?
4. Justifier que la compagnie aérienne peut, selon ce modèle, estimer que le nombre total de passagers ayant choisi la formule *Privilège* durant la période entre 2007 et 2015 sera compris entre 240 000 et 320 000.

Partie B

On admet que la fonction A est définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par

$$A(x) = 2\ln(x+1)$$

et que la fonction P est définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par

$$P(x) = 3 + 3\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

On s'intéresse à la différence en fonction du temps qu'il y a entre le nombre de passagers ayant choisi la formule *Avantage* et ceux ayant choisi la formule *Privilège*. Pour cela, on considère la fonction E définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par $E(x) = A(x) - P(x)$.

1. On note E' la fonction dérivée de E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

a. On admet que $E'(x) = \dfrac{2}{x+1} + 0,6\mathrm{e}^{-0,2x}$. Justifier que E' est strictement positive sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

2. **a.** Montrer que l'équation $E(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $[0\,;\,16]$. Donner la valeur de α en arrondissant au dixième.

b. Dresser le tableau de signes de la fonction E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$. Interpréter les résultats obtenus au regard des deux formules proposées par la compagnie aérienne.*

∽ Baccalauréat ES Asie 16 juin 2015 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point.*
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point

1. On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 10 fois de suite. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de « pile » obtenus.
La probabilité d'obtenir exactement 5 « pile » est, arrondie au centième :

a. 0,13 **b.** 0,19 **c.** 0,25 **d.** 0,5

2. X est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 3 et d'écart-type 2 ; alors une valeur approchée au centième de la probabilité $p(X \geqslant 5)$ est :

a. 0,14 **b.** 0,16 **c.** 0,32 **d.** 0,84

3. Dans une ville donnée, pour estimer le pourcentage de personnes ayant une voiture rouge, on effectue un sondage. L'amplitude de l'intervalle de confiance au seuil de $0,95$ étant inférieure ou égale à $0,04$ la taille de l'échantillon choisi est :

a. 400 **b.** 1 000 **c.** 2 000 **d.** 2 500

4. Une entreprise vendant des parquets flottants s'approvisionne auprès de deux fournisseurs A et B. Le fournisseur A livre 70 % du stock de l'entreprise. On sait que 2 % des pièces livrées par A présentent un défaut et 3 % des pièces livrées par B présentent un défaut.
On prélève au hasard une pièce du stock de l'entreprise, quelle est la probabilité, que cette pièce soit sans défaut ?

a. 0,023 **b.** 0,05 **c.** 0,97 **d.** 0,977

5. Pour une puissance électrique donnée, le tarif réglementé du kilowattheure est passé de 0,114 0 € au 01/07/2007 à 0,137 2 € au 01/07/2014.
Cette augmentation correspond à un taux d'évolution arrondi au centième, chaque année, de :

a. 1,72 % **b.** 1,67 % **c.** 2,68 % **d.** 1,33 %

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Valentine place un capital c_0 dans une banque le 1$^{\text{er}}$ janvier 2014 au taux annuel de 2 %. À la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital, mais les frais de gestion s'élèvent à 25 € par an.

On note c_n la valeur du capital au 1er janvier de l'année $2014+n$.

Partie A

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Initialisation
Affecter à N la valeur 0
Traitement
Saisir une valeur pour C
        Tant que C < 2000 faire
                Affecter à N la valeur N + 1
                Affecter à C la valeur 1,02C −
25
        Fin Tant que
Sortie
Afficher N
```

1. **a.** On saisit la valeur 1 900 pour C. Pour cette valeur de C, recopier le tableau ci-dessous et le compléter, en suivant pas à pas l'algorithme précédent et en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de N	0		
Valeur de C	1 900		

   b. Quel est le résultat affiché par l'algorithme ? Dans le contexte de l'exercice, interpréter ce résultat.

2. Que se passerait-il si on affectait la valeur 1 250 à C ?

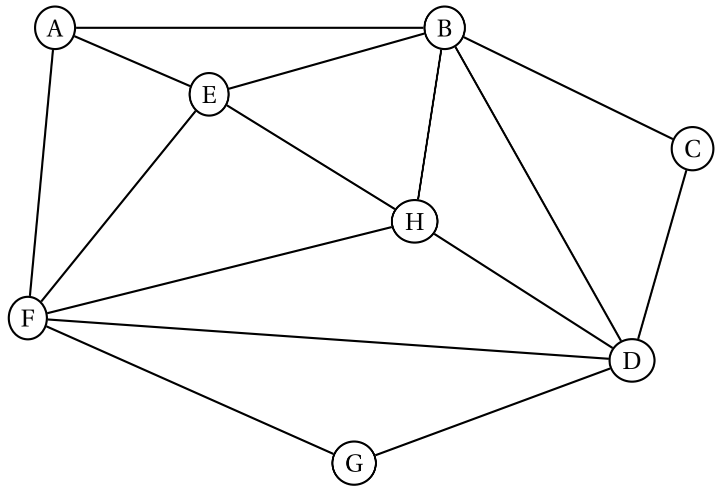
Partie B

Valentine a placé 1 900 € à la banque au 1er janvier 2014. On a donc $c_0 = 1900$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a :
   $c_{n+1} = 1,02c_n - 25$.
2. Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $u_n = c_n - 1250$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_n = 650 \times 1,02^n + 1250$.
3. Montrer que la suite (c_n) est croissante.
4. Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre d'années nécessaires pour que la valeur du capital dépasse 2 100 €.*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

La coopérative LAFRUITIERE collecte le lait de 7 exploitations de montagne. La situation géographique est représentée par le graphe ci-dessous, noté G_L. La coopérative est située au sommet A, les autres sommets B, C, D, E, F, G et H représentent les différentes exploitations ; les arêtes représentent le réseau routier reliant ces exploitations.



Partie A

1. **a.** Le graphe G_L est-il complet ? Justifier.

   b. Le graphe G_L est-il connexe ? Justifier.
2. Est-il possible d'organiser une tournée de toutes les exploitations en partant de A et en terminant en A et en passant au moins une fois par chaque client, tout en empruntant une fois et une seule chaque route ? Justifier la réponse.
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe G_L (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

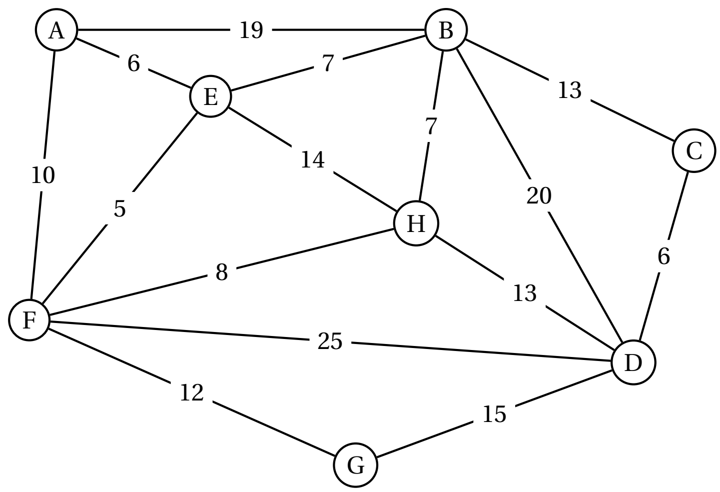
   On donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 & 7 & 8 & 11 & 3 & 6 \\ 11 & 8 & 7 & 13 & 12 & 8 & 6 & 13 \\ 3 & 7 & 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 4 \\ 7 & 13 & 7 & 8 & 8 & 13 & 7 & 12 \\ 8 & 12 & 5 & 8 & 8 & 12 & 5 & 11 \\ 11 & 8 & 6 & 13 & 12 & 8 & 7 & 13 \\ 3 & 6 & 2 & 7 & 5 & 7 & 2 & 4 \\ 6 & 13 & 4 & 12 & 11 & 13 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A à H.

   Indiquer ces chemins.

Partie B

Les arêtes sont pondérées par les distances entre les exploitations, exprimées en kilomètres. La coopérative doit collecter du lait provenant de l'exploitation D ; quel est le plus court parcours pour se rendre de A à D ? Justifier.



*

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = x + \mathrm{e}^{-x+1}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	$f(x) := x + \exp(-x+1)$
	// Interprète f // Succès lors de la compilation f
	$x \longmapsto x + \exp(-x+1)$
2	derive $(f(x))$
	$-\exp(-x+1)+1$
3	solve $(-\exp(-x+1)+1>0)$
	$[x>1]$
4	derive $(-\exp(-x+1)+1)$
	$\exp(-x+1)$

1. Étude des variations de la fonction f

a. En s'appuyant sur les résultats ci-dessus, déterminer les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.

b. En déduire que la fonction f admet un minimum dont on précisera la valeur.

2. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

Partie B

Une entreprise fabrique des objets. Sa capacité de production est limitée, compte tenu de l'outil de production utilisé, à mille objets par semaine.

Le coût de revient est modélisé par la fonction f où x est le nombre d'objets fabriqués exprimé en centaines d'objets et $f(x)$ le coût de revient exprimé en milliers d'euros.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût de revient soit minimum ?
2. Un objet fabriqué par cette entreprise est vendu 12 €. On appelle marge brute pour x centaines d'objets, la différence entre le montant obtenu par la vente de ces objets et leur coût de revient.
   a. Justifier que le montant obtenu par la vente de x centaines d'objets est $1,2x$ milliers d'euros.
   b. Montrer que la marge brute pour x centaines d'objets, notée $g(x)$, en milliers d'euros, est donnée par : $g(x) = 0,2x - \text{e}^{-x+1}$.
   c. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
3. **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
   b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.
4. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise une marge brute positive sur la vente de ces objets.*

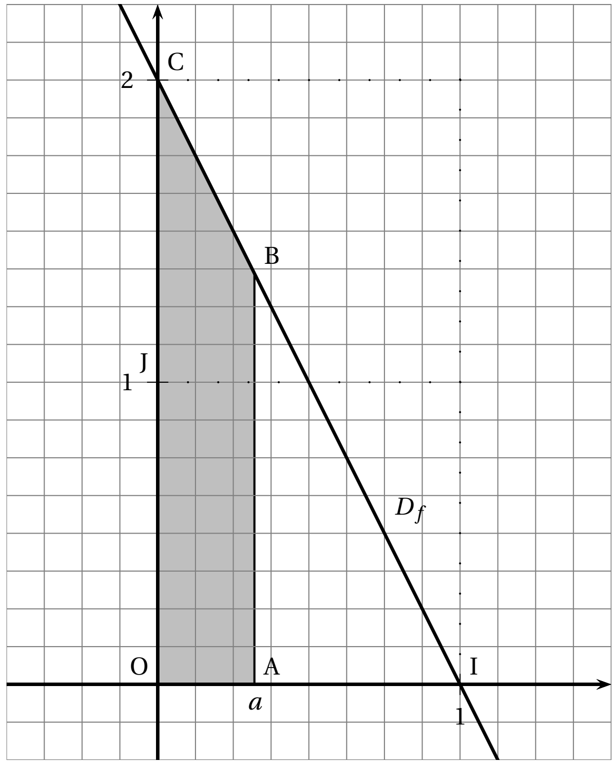
EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = 2 - 2x.$$

On a tracé ci-dessous la droite D_f, représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan.
Le point C a pour coordonnées $(0\,;\,2)$.
Δ est la partie du plan intérieure au triangle OIC.
Soit a un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note A le point de coordonnées $(a\,;\,0)$ et B le point de D_f de coordonnées $(a\,;\,f(a))$.
Le but de cet exercice est de trouver la valeur de a, telle que le segment [AB] partage Δ en deux parties de même aire.
Déterminer la valeur exacte de a, puis une valeur approchée au centième.


C
2
B
J
1
D_f
O
A
I
a
1

*

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane ∾
24 juin 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2$ est convexe sur l'intervalle :

a. $]-\infty\,;\,+\infty[$ **b.** $[-2\,;\,+\infty[$ **c.** $]-\infty\,;\,-2]$ **d.** $[-6\,;\,+\infty[$

2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-2)\text{e}^x$. L'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

a. aucune solution **b.** une seule solution
c. exactement deux solutions **d.** plus de deux solutions

3. On pose : $I = \displaystyle\int_0^1 -2x\text{e}^{-x^2}\,\text{d}x$. La valeur de I est :

a. $1-\text{e}^{-1}$ **b.** $\text{e}^{-1}-1$ **c.** $-\text{e}^{-1}$ **d.** e^{-1}

4. La fonction h est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = (2x+4)\ln x$.
On note h' la fonction dérivée de la fonction h.
Pour tout nombre x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $h'(x)$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{x}$ **b.** $2\ln x + \dfrac{4}{x}$ **c.** $\dfrac{2x+4}{x}$ **d.** $2\ln x + \dfrac{2x+4}{x}$

5. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs.
Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

a. $1,05^3$ **b.** 1,15 **c.** $3 \times 1,05$ **d.** 1,45

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.
L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.
Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.
On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
   Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.
   Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.
   Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.*

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

U ne municipalité vient de mettre en place le service « vélo en liberté ». Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée.
Les vélos sont disponibles sur deux sites A et B et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.
Après une étude statistique, on considère que :

- si un vélo est loué sur le site A, la probabilité d'être ramené en A est 0,6 ;
- si un vélo est loué sur le site B, la probabilité d'être ramené en B est 0,7.

Les résultats numériques seront arrondis à 10^{-2} près.

1. En notant respectivement A et B les états « le vélo est en A » et « le vélo est en B », traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Donner M la matrice de transition de ce graphe en considérant les sommets dans l'ordre A, B.
3. Pour tout entier naturel n, on note a_n (respectivement b_n) la probabilité qu'un vélo quelconque soit, après n jours, sur le site A (respectivement sur le site B).
   On note P_n la matrice $\begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste après n jours.
   Le premier jour, tous les vélos sont distribués également sur les deux sites. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.
   a. On donne :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,48 & 0,52 \\ 0,39 & 0,61 \end{pmatrix}.$$

   Calculer P_2 en donnant le détail des calculs matriciels.

b. Calculer P_4 et interpréter le résultat dans le contexte du problème.

c. Déterminer l'état stable du graphe, noté $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$.

d. Tous les mois, un véhicule est affecté à la redistribution des vélos afin de rétablir au mieux la répartition initiale qui était de 70 vélos sur chaque site.

La municipalité envisage d'affecter un véhicule pouvant contenir 12vélos. Ce choix parait-il adapté à la situation ?*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1. a. On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

```
Variables :    k, NbClients
Traitement :   Affecter à k la valeur 0
               Affecter à NbClients la valeur 1 000 000
               Tant que k < 8
                   affecter à k la valeur k + 1
                   affecter à NbClients la valeur 0,9 × NbClients + 60000
                   Afficher NbClients
               Fin Tant que
```

b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour k de 0 jusqu'à 5.

k	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} U_0 & = & 1000 \\ U_{n+1} & = & 0,9U_n + 60. \end{array}\right.$$

Le terme U_n donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année $2010 + n$.

Pour étudier la suite (U_n), on considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 600$.

a. Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,9.

b. Déterminer l'expression de V_n en fonction de n.

c. Montrer que pour tout entier naturel n, on a $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$.

d. Montrer que la suite (U_n) est décroissante. Interpréter le résultat dans le contexte de ce problème.

3. À la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que 8 % de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients.

On admet que le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Une machine permet le conditionnement d'un jus de fruit dans des bouteilles.
La quantité de jus injecté dans une bouteille par la machine, exprimée en ml (millilitre), est modélisée avec une variable aléatoire réelle X.
On admet que celle-ci suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Partie A

On prélève une bouteille au hasard en fin de chaîne de remplissage.

1. Déterminer $P(X \leqslant 496)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille ait un contenu compris entre 497 et 500 millilitres. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
3. Comment choisir la valeur de α afin que $P(500 - \alpha \leqslant X \leqslant 500 + \alpha)$ soit approximativement égale à $0,95$ à 10^{-2} près.

Partie B

Une association de consommateurs a testé un lot de 200 bouteilles issues de cette chaine de production. Il a été constaté que 15 bouteilles contiennent moins de 500 ml de jus de fruit contrairement à ce qui est annoncé sur l'étiquetage.
L'entreprise qui assure le conditionnement de ce jus de fruit affirme que 97 % des bouteilles produites contiennent au moins 500 millilitres de jus de fruit.
Le test réalisé par l'association remet-il en cause l'affirmation de l'entreprise ?*

Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion
24 juin 2015

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le service marketing d'un magasin de téléphonie a procédé à une étude du comportement de sa clientèle. Il a ainsi observé que celle-ci est composée de 42 % de femmes, 35 % des femmes qui entrent dans le magasin y effectuent un achat, alors que cette proportion est de 55 % pour les hommes.
Une personne entre dans le magasin. On note :

- F l'évènement : « La personne est une femme » ;
- R l'évènement : « La personne repart sans rien acheter » ;

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire et $p(A)$ sa probabilité.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.
Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la personne qui est entrée dans le magasin soit une femme et qu'elle reparte sans rien acheter.
3. Montrer que $p(R) = 0,534$.

PARTIE B

Un client du magasin s'inquiète de la durée de vie du téléphone de type T_1 qu'il vient de s'offrir.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque téléphone mobile de type T_1 prélevé au hasard dans la production, associe sa durée de vie, en mois.
On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. Justifier que la probabilité que le téléphone de type T_1 prélevé fonctionne plus de 3 ans, c'est-à-dire 36 mois, est d'environ $0,885$.
2. On sait que le téléphone de type T_1 prélevé a fonctionné plus de 3 ans. Quelle est la probabilité qu'il fonctionne moins de 5 ans ?

PARTIE C

Le gérant du magasin émet l'hypothèse que 30 % des personnes venant au magasin achètent uniquement des accessoires (housse, chargeur, ...).
Afin de vérifier son hypothèse, le service marketing complète son étude.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de personnes ayant uniquement acheté des accessoires dans un échantillon de taille 1 500.
2. Le service marketing interroge un échantillon de 1 500 personnes. L'étude indique que 430 personnes ont acheté uniquement des accessoires. Doit-on rejeter au seuil de 5 % l'hypothèse formulée par le gérant ?*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuse plusieurs puits suffisamment profonds.
Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2\,000 \times 1,008^{n-1}$$

où u_n représente le coût en euros du forage de la n-ième dizaine de mètres.
On a ainsi $u_1 = 2\,000$ et $u_2 = 2\,016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2 000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2 016 euros.

Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

1. Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.
2. Pour tout entier naturel n non nul :
   a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite (u_n).
   b. En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$-ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n-ième dizaine de mètres.
3. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
INITIALISATION
u prend la valeur 2 000
S prend la valeur 2 000
TRAITEMENT
Saisir n
Pour i allant de 2 à n
        u prend la valeur u × 1,008
        S prend la valeur S + u
Fin Pour
SORTIE
Afficher S
```

   La valeur de n saisie est 5.
   a. Faire fonctionner l'algorithme précédent pour cette valeur de n.
   Résumer les résultats obtenus à chaque étape dans le tableau ci-dessous (à recopier sur la copie et à compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire).

Valeur de i		2	
Valeur de u	2 000		
Valeur de S	2 000		

   b. Quelle est la valeur de S affichée en sortie ? Interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
4. On note $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n), n étant un entier naturel non nul. On admet que :

$$S_n = -250\,000 + 250\,000 \times 1,008^n.$$

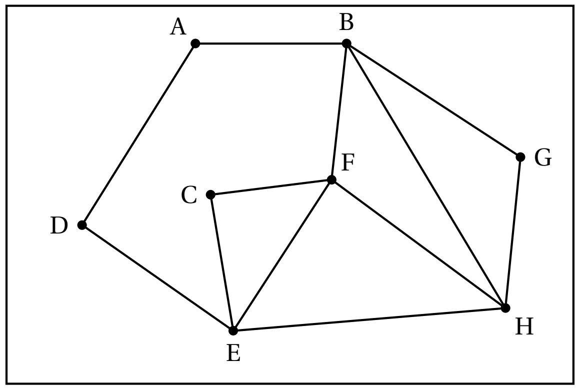
   Le budget consenti pour le forage du premier puits est de 125 000 euros, On souhaite déterminer la profondeur maximale du puits que l'on peut espérer avec ce budget.
   a. Calculer la profondeur maximale par la méthode de votre choix (utilisation de la calculatrice, résolution d'une inéquation ...).
   b. Modifier l'algorithme précédent afin qu'il permette de répondre au problème posé.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

PARTIE A

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous :



1. Déterminer en justifiant si ce graphe :
   a. est connexe ;
   b. admet une chaîne eulérienne.
2. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. On donne :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 6 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 5 & 4 & 8 & 3 & 9 \\ 2 & 9 & 6 & 3 & 8 & 6 & 3 & 9 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 3 & 2 & 9 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

   Donner, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à B.

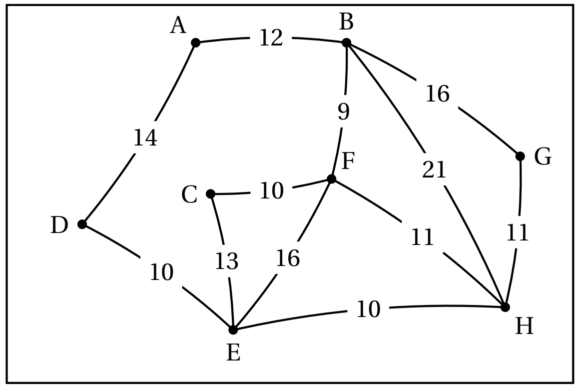
PARTIE B

Un club alpin souhaite proposer à ses membres des randonnées de plusieurs jours dans les Alpes. À cet effet, huit refuges notés A, B, C, D, E, F, G et H ont été sélectionnés.

Le graphe $\mathcal{G}$ de la partie A permet de visualiser les différents itinéraires possibles, les sommets représentant les refuges et les arêtes schématisant tous les sentiers de randonnée balisés les reliant.

1. D'après l'étude effectuée dans la partie A, le club alpin est-il en mesure de proposer :
   a. un itinéraire au départ du refuge A qui passerait par tous les refuges en empruntant une fois et une seule fois chacun des sentiers ? Si oui, proposer un tel itinéraire ;
   b. des itinéraires de trois jours (un jour correspondant à une liaison entre deux refuges) reliant le refuge E au refuge B ? Si oui, combien peut-il en proposer ?

2. Le graphe $\mathcal{G}$ est complété ci-dessous par la longueur en kilomètres de chacun des sentiers.



Le club alpin désire aussi proposer à ses membres l'itinéraire le plus court reliant A à H.

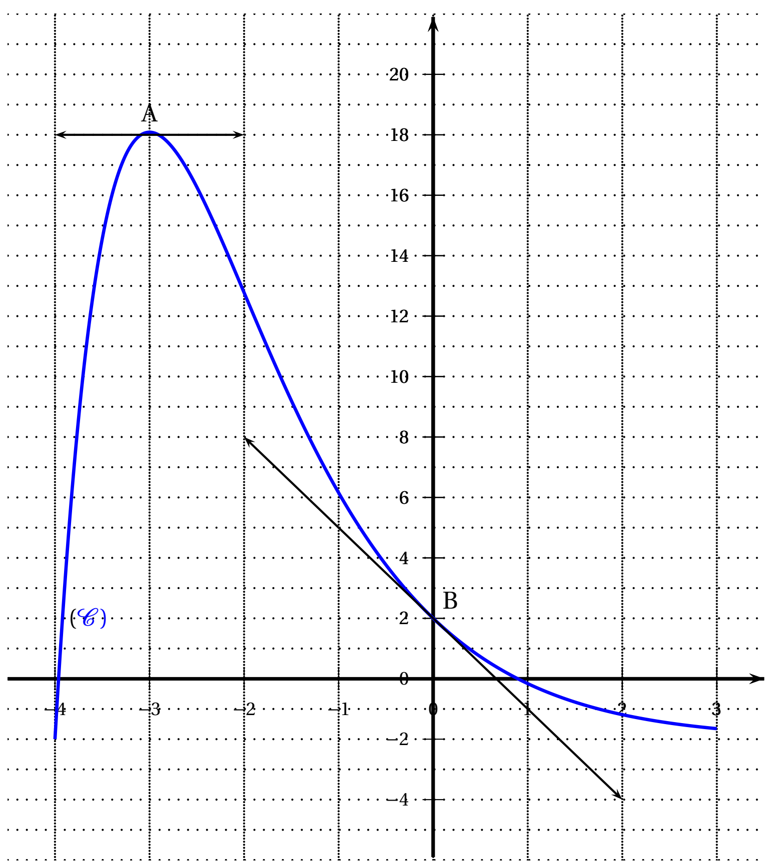
Déterminer cet itinéraire et en préciser la longueur en kilomètres.*

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathcal{C})$ ci-dessous représente dans un repère orthogonal une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3]$. Les points A d'abscisse -3 et B$(0\ ;\ 2)$ sont sur la courbe $(\mathcal{C})$.

Sont aussi représentées sur ce graphique les tangentes à la courbe $(\mathcal{C})$ respectivement aux points A et B, la tangente au point A étant horizontale. On note f' la fonction dérivée de f.



Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1. Par lecture graphique, déterminer :

a. $f'(-3)$;

b. $f(0)$ et $f'(0)$.

2. La fonction f est définie sur $[-4 ; 3]$ par

$$f(x) = a + (x+b)\mathrm{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels que l'on va déterminer dans cette partie.

a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $[-4 ; 3]$.

b. À l'aide des questions 1. b. et 2. a., montrer que les nombres a et b vérifient le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a+b &=& 2\\ 1-b &=& -3\end{array}\right.$$

c. Déterminer alors les valeurs des nombres a et b.

PARTIE B

On admet que la fonction f est définie sur $[-4 ; 3]$ par

$$f(x) = -2 + (x+4)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que, pour tout réel x de $[-4 ; 3]$, $f'(x) = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ et en déduire le tableau de variation de f sur $[-4 ; 3]$.

2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-3 ; 3]$, puis donner une valeur approchée de α à 0,01 près par défaut.

3. On souhaite calculer l'aire S, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -3$ et $x = 0$.

a. Exprimer, en justifiant, cette aire à l'aide d'une intégrale.

b. Un logiciel de calcul formel dorme les résultats ci-dessous :

1	$F(x)$:= $-2x + (-x-5)*$ exp$(-x)$
	//Interprète F
	// Succès lors de la compilation F
	$x \mapsto -2*x+(-x-5)*\exp(-x)$
2	derive $(F(x))$
	$-\exp(-x)-\exp(-x)*(-x-5)-2$
3	simplifier$(-\exp(-x)-\exp(-x)*(-x-5)-2)$
	$x*\exp(-x)+4*\exp(-x)-2$

À l'aide de ces résultats, calculer la valeur exacte de l'aire S puis sa valeur arrondie au centième.*

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 3x - 3x\ln(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé et T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Quelle est la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T ?*

∽ Baccalauréat ES Polynésie 9 septembre 2015 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Partie A

À une roue de loterie dans une fête foraine, la probabilité annoncée de gagner une partie est égale à $0,12$. Un joueur a la possibilité de jouer plusieurs parties.

1. Un joueur achète un carnet de tickets permettant de faire quatre parties. La valeur la plus approchée de la probabilité que le joueur gagne une seule fois sur les quatre parties est :

   a. 0,327 1 **b.** 0,000 2 **c.** 0,482 4 **d.** 0,121 5

2. Après avoir gagné une partie, le joueur a la possibilité d'emporter son lot ou de le remettre en jeu. La probabilité qu'un joueur emporte son lot sachant qu'il a gagné est 0,8. La valeur la plus approchée de la probabilité qu'il parte avec son lot après une seule partie est :

   a. 0,024 **b.** 0,12 **c.** 0,096 **d.** 0,8

   On modélise le nombre de parties jouées par jour à cette loterie par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

3. Une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(140 < X < 160)$ est :

   a. 0,954 **b.** 0,683 **c.** 0,997 **d.** 0,841

Partie B

4. la fonction f', dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-x}$, a pour expression :

   a. $(-x-1)\mathrm{e}^{-x}$ **b.** $(-2x-3)\mathrm{e}^{-x}$ **c.** $(2x+3)\mathrm{e}^{-x}$ **d.** $(-2x+1)\mathrm{e}^{-x}$

5. Soit un nombre réel strictement positif a. Parmi ces suites d'inégalités quelle est l'inégalité correcte ?

   a. $a < \ln a < \mathrm{e}^a$ **b.** $\mathrm{e}^a < a < \ln a$ **c.** $\ln a < \mathrm{e}^a < a$ **d.** $\ln a < a < \mathrm{e}^a$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un plan de lutte contre la pollution urbaine, une municipalité a décidé de réduire l'utilisation des automobiles en ville en instaurant une taxe pour les automobiles circulant dans une zone du centre ville appelée ZTL (Zone à Trafic Limité) et de développer un réseau de navettes.

Partie A

L'objectif affiché par la municipalité est de réduire de moitié la présence des automobiles dans la zone ZTL, dans les deux ans à venir.
Initialement, 40 % des automobiles circulant dans la ville, circulaient dans cette zone ZTL. Suite à l'instauration de la taxe, l'évolution du trafic dans la ville a été suivie mois après mois.
L'étude a révélé que, parmi les automobiles circulant dans la ville :

* 3 % des automobiles circulant dans la zone ZTL n'y circulaient plus le mois suivant.
* 0,2 % des automobiles qui ne circulaient pas dans la zone ZTL ont été amenés à y circuler le mois suivant.

On note Z l'état : « l'automobile a circulé dans la zone ZTL au cours du mois »et $\overline{Z}$ l'état : « l'automobile n'a pas circulé dans la zone ZTL au cours du mois ».
Pour tout entier naturel n, on note :

* a_n la proportion d'automobiles circulant dans la zone ZTL au cours du n-ième mois ;
* b_n la proportion d'automobiles ne circulant pas dans la zone ZTL au cours du n-ième mois ;
* $P_n = (a_n\ b_n)$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste après n mois.

On a : $a_n + b_n ;= 1$ et $P_0 = \begin{pmatrix}0,4 & 0,6\end{pmatrix}$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets Z et $\overline{Z}$.

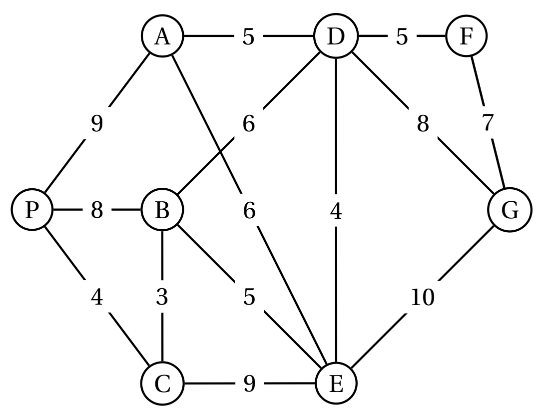
2. a. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe (la première colonne concerne Z et la deuxième concerne $\overline{Z}$).

b. Vérifier que $P_1 = \begin{pmatrix}0,3892 & 0,6108\end{pmatrix}$.

3. L'objectif affiché par la municipalité sera-t-il atteint ?

Partie B

Un réseau de navettes gratuites est mis en place entre des parkings situés aux abords de la ville et les principaux sites de la ville.
Le graphe ci-contre indique les voies et les temps des liaisons, en minutes, entre ces différents sites.



1. Peut-on envisager un itinéraire qui relierait le parking P à la gare G en desservant une et une seule fois tous les sites ?

2. Peut-on envisager un itinéraire qui emprunterait une et une seule fois toutes les voies ?

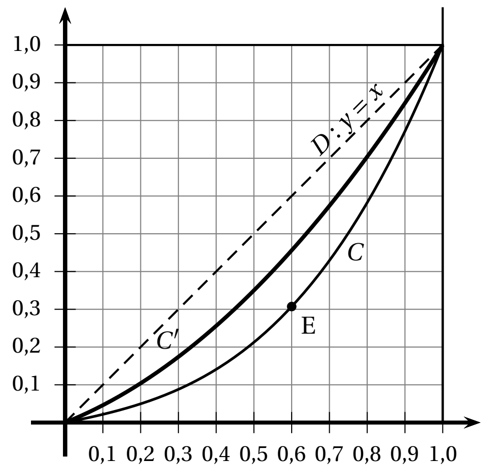
3. Déterminer un trajet de durée minimale pour se rendre du parking P à la gare G.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Étude de la répartition des salaires dans deux entreprises

Un cabinet d'audit a été chargé d'étudier la répartition des salaires dans deux filiales d'une entreprise, appelées A et B. Pour l'étude, les salaires sont classés par ordre croissant.

Le cabinet d'audit a modélisé la répartition de salaires par la fonction u pour la filiale A et par la fonction v pour la filiale B.
Les fonctions u et v sont définies sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par :
$u(x) = 0,6x^2 + 0,4x$ et
$v(x) = 0,7x^3 + 0,1x^2 + 0,2x$.
On a tracé ci-contre les courbes représentatives C et C' des fonctions u et v.



1. Déterminer la courbe représentative de la fonction u en justifiant la réponse.
2. Lorsque x représente un pourcentage de salariés, $u(x)$ et $v(x)$ représentent le pourcentage de la masse salariale que se partagent ces salariés dans leurs filiales respectives.

   Exemple : pour la courbe C, le point E(0,60 ; 0,3072) signifie que 60 % des salariés ayant les plus bas salaires se partagent 30,72 % de la masse salariale.

   a. Calculer le pourcentage de la masse salariale que se répartissent les 50 % des salariés de la filiale A ayant les plus bas salaires.

   b. Pour les 50 % des salariés ayant les plus bas salaires, laquelle des filiales, A ou B, distribue la plus grande part de la masse salariale ?

   c. Quelle filiale parait avoir une distribution des salaires la plus inégalitaire ?
3. Pour mesurer ces inégalités de salaires, on définit le coefficient de Gini associé à une fonction f modélisant la répartition des salaires, rangés en ordre croissant, par la formule :

$$c_f = 2\left(\frac{1}{2} - \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x\right).$$

   a. Montrer que $c_u = 0,2$.

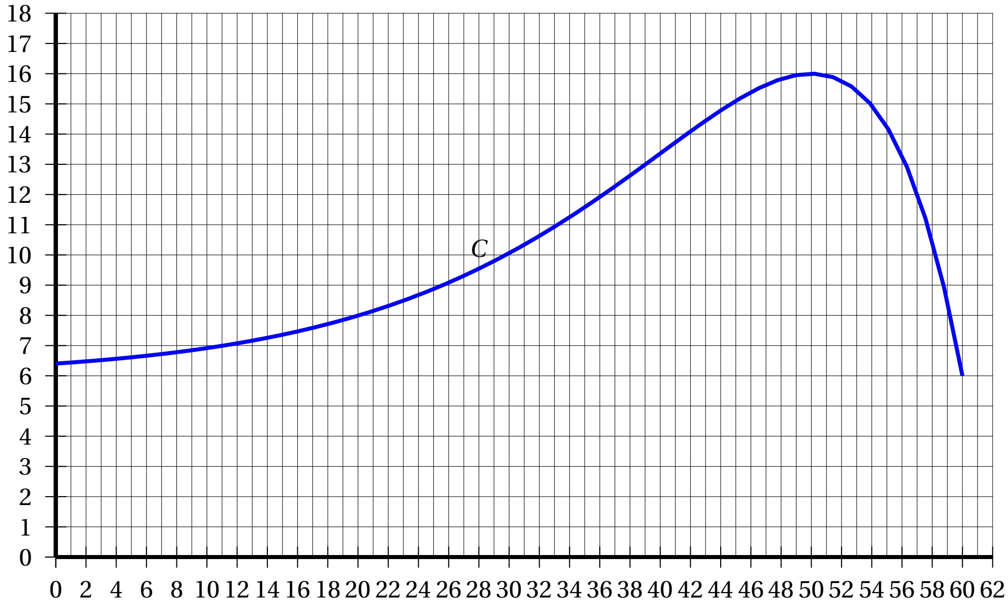
   b. En observant que $\dfrac{c_v}{2} = \displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x - \int_0^1 v(x)\,\mathrm{d}x$, donner une interprétation graphique de $\dfrac{c_v}{2}$ en termes d' aires.

   c. En déduire que c_v est compris entre 0 et 1.

   d. Justifier l'inégalité $c_u \leqslant c_v$.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère une fonction P définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,60]$.
On donne, ci-dessous, la courbe représentative C de la fonction P.



Partie A

À partir d'une lecture graphique répondre aux questions qui suivent :

1. En argumentant la réponse, donner le signe de $P'(54)$, où P' est la fonction dérivée de P.
2. Donner un intervalle sur lequel la fonction P est convexe.
3. Donner, à l'unité près, les solutions de l'équation $P(x) = 10$.
4. On note A le nombre $\displaystyle\int_0^{10} P(x)\,\mathrm{d}x$; choisir l'encadrement qui convient pour A.

   $0 < A < 60$ $\quad$ $60 < A < 70$ $\quad$ $6 < A < 7$ $\quad$ $10 < A < 11$

Partie B

La fonction P est définie sur l'intervalle $[0\,;60]$ par :

$$P(x) = 6 + (60 - x)\mathrm{e}^{0,1x-5}.$$

À l'aide d'un logiciel de calcul formel on a obtenu les résultats suivants :

Actions	**Résultats**
definir(P(x)=6+(60-x)*exp(0,1*x-5))	x ↦ 6+(60-x)*exp(0.1*x-5)
deriver(P(x),x)	(-0.1*x+5)exp(0.1*x-5)
deriver(deriver(P(x),x),x)	(-0.01*x+0.4)*exp(0.1*x-5)

1. **a.** Étudier le signe de $P'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;60]$ où P' est la fonction dérivée de P.

   b. En déduire les variations de la fonction P sur l'intervalle $[0\,;60]$ et vérifier que la fonction P admet, sur cet intervalle, un maximum valant 16.
2. Montrer que l'équation $P(x) = 10$ a une solution unique x_0 sur l'intervalle $[0\,;40]$.

   Donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près.
3. En exploitant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, étudier la convexité de la fonction P.

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

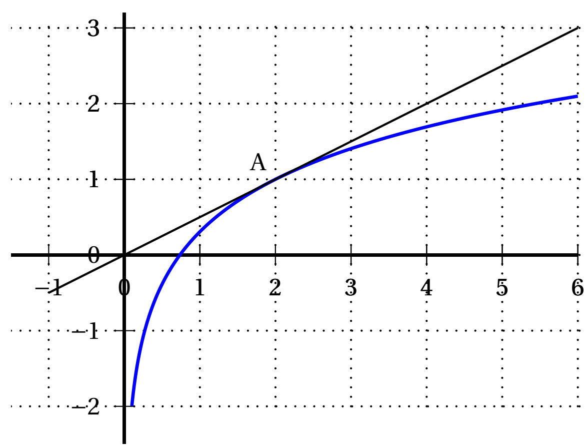
1. Soit la fonction f définie sur $[1\,;\,100]$ par $f(x) = 200\ln x + 10x$, $f'(x)$ désigne la fonction dérivée de f. On a :

   a. $f'(x) = 200 + \dfrac{1}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{200}{x} + 10$ **c.** $f'(x) = 200 + 10x$ **d.** $f'(x) = \dfrac{200}{x} + 10x$

2. On note L une primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction ln. Cette fonction L est :
   a. croissante puis décroissante
   b. décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$
   c. croissante sur $[0\,;\,+\infty[$
   d. décroissante puis croissante

3. La fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x - \ln x$ est :
   a. convexe sur $]0\,;\,+\infty[$
   b. concave sur $]0\,;\,+\infty[$
   c. ni convexe ni concave sur $]0\,;\,+\infty[$
   d. change de convexité sur $]0\,;\,+\infty[$

4. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction h définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2. Par lecture graphique, on peut conjecturer que :
   a. $h'(2) = 2$
   b. $h'(2) = \dfrac{1}{2}$
   c. $h'(2) = 0$
   d. $h'(2) = 1$



5. La variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart type σ inconnu mais on sait que $P(-10 < X < 10) = 0,8$. On peut en déduire :
   a. $P(X < 10) = 0,1$
   b. $P(X < 10) = 0,2$

c. $P(X < 10) = 0,5$

d. $P(X < 10) = 0,9$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.
Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.
Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les évènements suivants :
A : « La pomme provient du fournisseur A ».
B : « La pomme provient du fournisseur B ».
C : « La pomme est commercialisable ».

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour les parties B et C, on admet que la proportion de pommes non commercialisables est 0,09 et, quand nécessaire, on arrondira les résultats au millième.

PARTIE B

On prend au hasard 15 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

1. Quelle est la probabilité que les 15 pommes soient toutes commercialisables ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

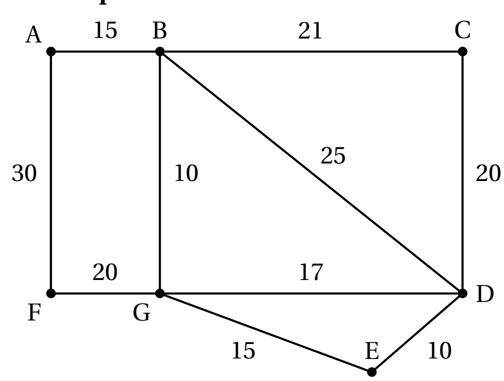
PARTIE C

Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 200 pommes. Il s'aperçoit que 22 pommes sont non commercialisables.
Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un cycliste désire visiter plusieurs villages notés A, B, C, D, E, F et G reliés entre eux par un réseau de pistes cyclables.
Le graphe ci-contre schématise son plan ; les arêtes représentent les pistes cyclables et les distances sont en kilomètre.



Partie A

Pour faire son parcours, le cycliste décide qu'il procèdera selon l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	Marquer sur le plan tous les villages comme non « visités »
ligne 2	Choisir un village de départ
ligne 3	Visiter le village et le marquer « visité »
ligne 4	Rouler vers le village le plus proche
ligne 5	Tant que le village où il arrive n'est pas un village déjà visité
ligne 6 ligne 7	|visiter le village et le marquer « visité » |rouler vers le village le plus proche sans revenir en arrière
ligne 8	Fin Tant que
ligne 9	afficher la liste des villages visités

1. Quelle propriété du graphe permet à la ligne 4 d'être toujours exécutable ?
2. En partant du village noté G, quelle sera la liste des villages visités ?
3. Existe-t-il un village de départ qui permette, en suivant cet algorithme, de visiter tous les villages ?
4. Le cycliste abandonne l'idée de suivre l'algorithme. Il souhaite maintenant, partant d'un village, y revenir après avoir emprunté toutes les pistes cyclables une et une seule fois. Cela sera-t-il possible ?

Partie B

1. Écrire la matrice M de transition de ce graphe (dans l'ordre $A, B, C, \dots, G$).
2. On donne la matrice M^4 :

$$M^4 = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} A & B & C & D & E & F & G \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 & 11 & 4 & 1 & 16 \\ 5 & 30 & 12 & 23 & 18 & 16 & 16 \\ 9 & 12 & 12 & 14 & 9 & 4 & 18 \\ 11 & 23 & 14 & 28 & 14 & 11 & 23 \\ 4 & 18 & 9 & 14 & 12 & 9 & 12 \\ 1 & 16 & 4 & 11 & 9 & 10 & 5 \\ 16 & 16 & 18 & 23 & 12 & 5 & 30 \end{pmatrix} \end{array}$$

Interpréter le terme en gras, ligne A, colonne F (valant 1) dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros.
Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1er janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1er janvier, verse 2 400 euros.

1. Déterminer le capital présent sur le compte le 1er janvier 2011 après le versement annuel.
2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années.

   On donne ci-dessous trois algorithmes :

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
| Affecter $1,02 \times U + 2400$ à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 1

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Pour i de 1 à N faire
| Affecter 1 000 à U
| Affecter $1,02 \times U + 2400$ à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 2

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
| Affecter $1,02 \times U + 2400$ à U
| Affecter $N + 1$ à N
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 3

a. Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	xxx	1	…
valeur de U	1 000		…

b. Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ?
Comment s'interprète cet affichage ?

c. En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?

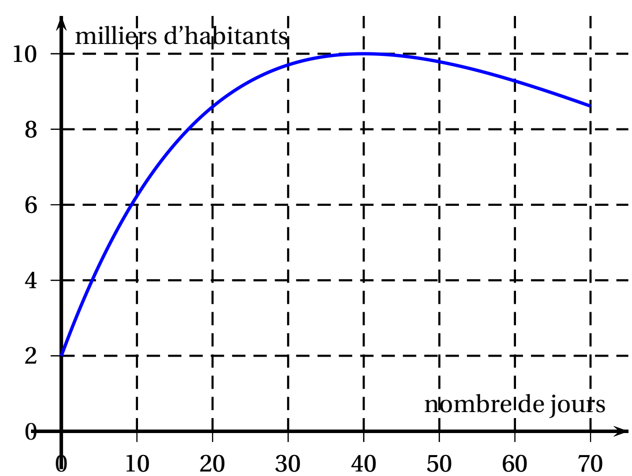
3. À partir de la naissance de son premier enfant en 2016, le couple décide de ne pas effectuer le versement du premier janvier 2017 et de cesser les versements annuels tout en laissant le capital sur ce compte rémunéré à 2 %.
Au premier janvier de quelle année l'objectif de 18 000 euros est-il atteint ?

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

L'évolution de la population d'une station balnéaire pour l'été 2015 a été modélisée par une fonction f, définie sur l'intervalle $[0 ; 70]$, dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $f(x)$ désigne la population en milliers d'habitants.
Ainsi $x = 30$ correspond au 31 juillet et $f(30)$ représente la population qu'il est prévu d'accueillir le 31 juillet.
On estime qu'un habitant utilisera chaque jour entre 45 et 55 litres d'eau par jour.



Partie A *Dans cette partie, les réponses sont à fournir par lecture graphique*

1. **a.** Estimer le nombre maximal d'habitants présents dans la station balnéaire selon ce modèle durant l'été 2015 et préciser à quelle date ce maximum serait atteint.

   b. La commune est en capacité de fournir 600 000 litres d'eau par jour, est-ce suffisant ?
2. Estimer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80 % du nombre maximal prévu.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

$$f(x) = 2 + 0,2x\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

1. Calculer $f(9)$ puis vérifier que la consommation d'eau le 10 juillet serait, selon ce modèle, au plus de 324 890 litres.
2. **a.** Démontrer que $f'(x) = (0,2 - 0,005x)\mathrm{e}^{-0,025x+1}$ où f' est la fonction dérivée de f.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,70]$.

   c. En déduire la date de la consommation d'eau maximale.

Partie C

On note g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

$$g(x) = 55f(x) = 110 + 11x\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $g(x)$ représente alors la consommation maximale d'eau prévue ce jour là et exprimée en m^3.
Soit la fonction G définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

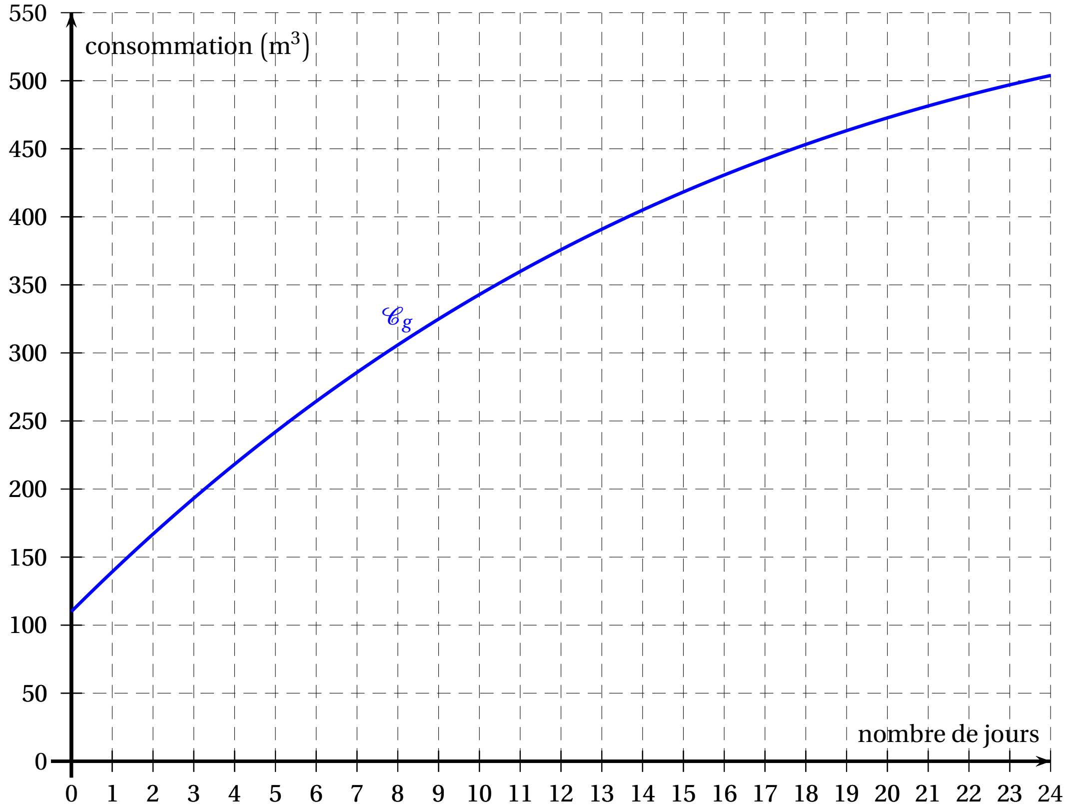
$$G(x) = 110x - (440x + 17\,600)\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

On admet que la fonction G est une primitive de la fonction g.
La somme $S = g(10) + g(11) + g(12) + \cdots + g(20)$ représente la consommation maximale d'eau du 10e au 20e jour exprimée en m^3.

1. En l'illustrant sur la courbe $\mathscr{C}_g$ de l'**annexe** à rendre avec la copie, donner une interprétation graphique en termes d'aires de la somme S.
2. En déduire une valeur approximative de cette quantité d'eau consommée du 10e au 20e jour.

ANNEXE

Annexe à l'exercice 4 à rendre avec la copie



∽ Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion ∾
11 septembre 2015

EXERCICE 1 **7 points**

Commun à tous les candidats

Lors d'une opération promotionnelle, un magasin d'électroménager propose deux modèles de téléviseurs : un modèle A et un modèle B.
On s'intéresse aux acheteurs qui profitent de cette promotion.
70 % des acheteurs choisissent un téléviseur de modèle A.
Pour ces deux téléviseurs, le magasin propose une extension de garantie de 5 ans.
40 % des acheteurs du téléviseur de modèle A choisissent l'extension de garantie et 50 % des acheteurs du téléviseur de modèle B choisissent cette extension.
On interroge au hasard un acheteur à la sortie du magasin.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième. Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.
On note :
A l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle A » ;
B l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle B » ;
E l'évènement « Un acheteur choisit l'extension de garantie »,

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un acheteur choisisse le modèle A avec l'extension de garantie.
3. Montrer que $p(E) = 0,43$.
4. Un acheteur n'a pas pris l'extension de garantie, calculer la probabilité qu'il ait acheté le modèle A.

Partie B

Le directeur du magasin souhaite estimer, parmi tous ses clients, le pourcentage de personnes qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.
Pour cela, il interroge au hasard 210 clients et note que 123 la trouvent intéressante.
Donner un intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion de clients qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.

Partie C

Pour sa prochaine promotion, le directeur s'intéresse à l'âge de ses clients. On modélise l'âge des clients en années par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 40$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Calculer la probabilité qu'un client ait plus de 60 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un client ait un âge compris entre 30 et 50 ans.

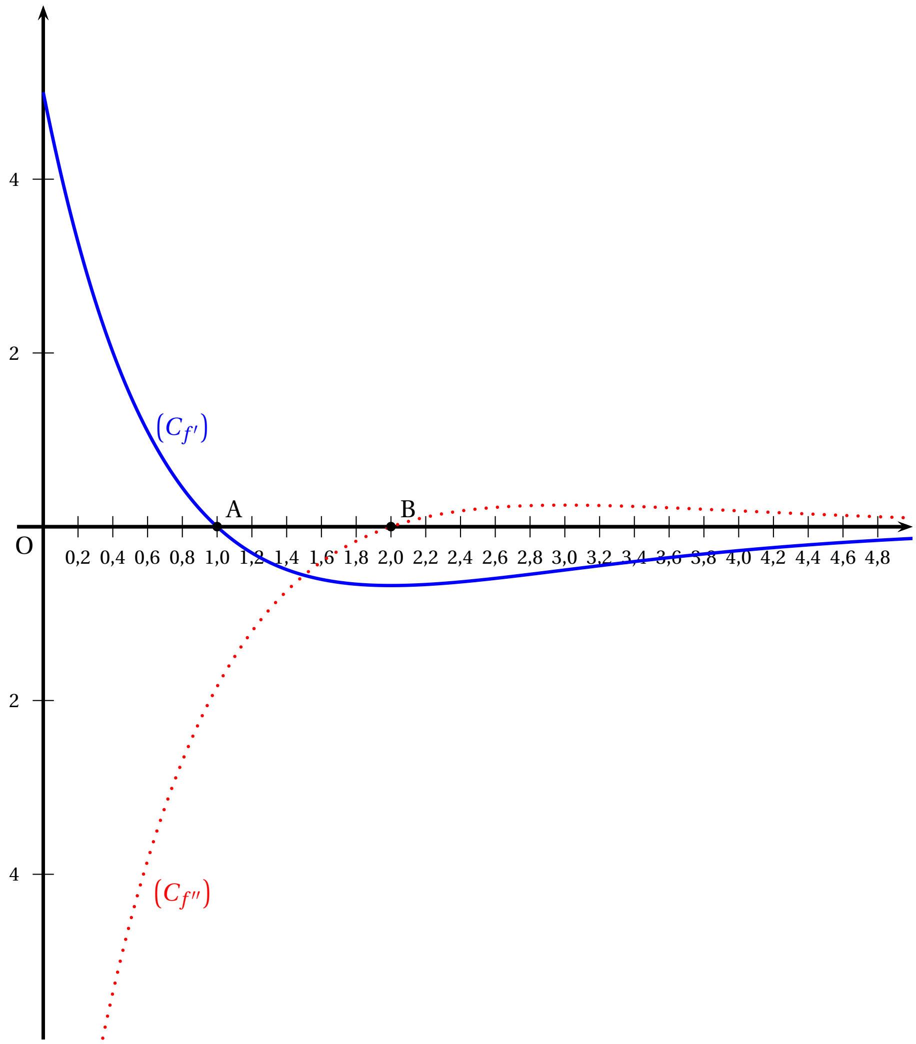
EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Partie A - À l'aide d'un graphique

On a représenté ci-dessous la courbe $\left(C_{f'}\right)$ de la fonction dérivée f' ainsi que la courbe $\left(C_{f''}\right)$ de la fonction dérivée seconde f'' sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
Le point A de coordonnées $(1\,;\,0)$ appartient à $\left(C_{f'}\right)$ et le point B de coordonnées $(2\,;\,0)$ appartient à la courbe $\left(C_{f''}\right)$.



1. Déterminer le sens de variation de la fonction f. Justifier.

2. Déterminer sur quel(s) intervalle(s), la fonction f est convexe. Justifier.

3. La courbe de f admet-elle des points d'inflexion ? Justifier. Si oui, préciser leur(s) abscisse(s).

Partie B - Étude de la fonction

La fonction f est définie sur $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 5x\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

2. Montrer que la fonction F définie sur $[0\,;\,5]$ par $F(x) = (-5x-5)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur $[0\,;\,5]$.

3. Déterminer alors la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe de f, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, candidats de L

Dans une ville, un opéra décide de proposer à partir de 2014 un abonnement annuel pour ses spectacles.
L'évolution du nombre d'abonnés d'une année à la suivante est modélisée par le directeur de l'opéra qui prévoit que 75 % des personnes abonnées renouvelleront leur abonnement l'année suivante et qu'il y aura chaque année 300 nouveaux abonnés.
Ainsi, pour tout entier naturel n, u_n modélise le nombre d'abonnés pour l'année $(2014 + n)$.
Pour l'année 2014, il y a 500 abonnés, autrement dit $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2. Arrondir à l'entier.

2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 300$.

3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 1\,200$.

  a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,75 et préciser v_0.

  b. En déduire alors que pour tout entier naturel n, $u_n = -700 \times 0,75^n + 1\,200$.

  c. Calculer u_{10} (arrondir à l'entier). Donner une interprétation concrète de la valeur trouvée.

4. On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnements sera supérieur à 1 190.

On propose trois algorithmes :

Algorithme 1
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à n la valeur $n + 1$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 2
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
    Affecter à n la valeur $n + 1$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 3
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à n la valeur $n + 1$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
    Affecter à n la valeur $n +$
2 014
Fin Tant que
Afficher n

Parmi ces trois algorithmes, déterminer lequel convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une société d'assurance, les clients peuvent choisir de payer leur cotisation chaque mois (paiement mensuel) ou en une fois (paiement annuel).
On constate que 30 % de ceux qui paient en une fois choisissent le paiement mensuel l'année suivante, alors que 85 % de ceux qui paient chaque mois conservent ce mode de paiement l'année suivante.
En 2014, 60 % des clients paient en une fois et 40 % paient mensuellement.

Dans toute la suite de l'exercice, n désigne un nombre entier naturel.
On note :

- a_n la probabilité qu'un client choisi au hasard paie en une fois pour l'année $2014+n$;
- b_n la probabilité qu'un client choisi au hasard paie mensuellement pour l'année $2014+n$.

On a $a_0 = 0,6$ et $b_0 = 0,4$ et on note P_n l'état probabiliste pour l'année $2014+n$. Ainsi $P_0 = \begin{pmatrix}0,6 & 0,4\end{pmatrix}$.
On note :

- A l'état « le client paie en une fois » ;
- B l'état « le client paie mensuellement ».

1. Représenter un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.
3. Déterminer la probabilité qu'un client paie en une fois durant l'année 2018 (arrondir les résultats au millième).
4. Déterminer l'état stable et en donner une interprétation.
5. Pour tout entier naturel n, justifier que $a_{n+1} = 0,55a_n + O,15$.
6. On cherche à déterminer le plus petit entier n tel que $a_n < 0,3334$.
   a. Écrire un algorithme permettant de déterminer cet entier n.
   b. On admet que pour tout entier naturel n,

$$a_n = \frac{4}{15} \times 0,55^n + \frac{1}{3}.$$

   Déterminer par le calcul le plus petit entier n tel que $a_n < 0,3334$.

EXERCICE 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x^2 \ln(x)$$

sur $[0,2 ; 10]$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans un repère du plan.
Le but de cet exercice est de prouver que la courbe (C_f) admet sur $[0,2 ; 10]$ une seule tangente passant par l'origine du repère.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que pour $x \in [0,2 ; 10]$, $f'(x) = 2x(2\ln(x)+1)$.
2. Soit a un réel de $[0,2 ; 10]$, montrer que la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse a a pour équation $y = 2a(2\ln(a)+1)x - 2a^2(\ln(a)+1)$.
3. Répondre alors au problème posé.

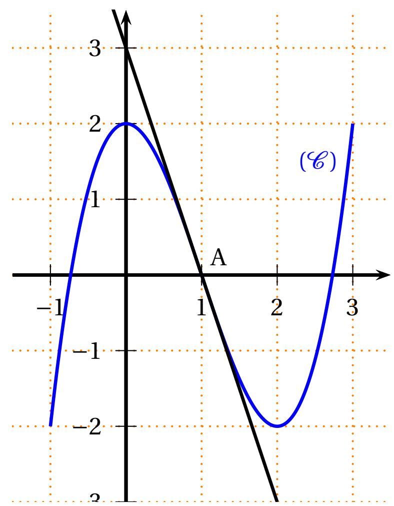
Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
19 novembre 2015

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On donne ci-dessous la représentation graphique $(\mathscr{C})$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.
On note f' la fonction dérivée de f et F une primitive de f.
La tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point $A(1 ; 0)$ est tracée, elle passe par le point de coordonnées $(0 ; 3)$.



1. Calcul de $f'(1)$

a. $f'(1) = 3$ **b.** $f'(1) = -3$
c. $f'(1) = -\frac{1}{3}$ **d.** $f'(1) = 0$

2. La fonction f est :

a. concave sur $[-1 ; 1]$ **b.** convexe sur $[-1 ; 1]$
c. concave sur $[0 ; 2]$ **d.** convexe sur $[0 ; 2]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Un encadrement de I est :

a. $0 \leqslant I \leqslant 1$ **b.** $1 \leqslant I \leqslant 2$
c. $2 \leqslant I \leqslant 3$ **d.** $3 \leqslant I \leqslant 4$

4. La fonction F est :

a. croissante sur $[0 ; 1]$ **b.** décroissante sur $[0 ; 1]$
c. croissante sur $[-1 ; 0]$ **d.** croissante sur $[-1 ; 1]$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en septembre 2014. On admet que, chaque année, 80 % des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du périscolaire est de 190 élèves maximum.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en septembre de l'année $2014+n$, avec n un nombre entier naturel.
On a donc $u_0 = 150$.

1. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en septembre 2015.
2. Pour tout entier naturel n, justifier que $u_{n+1} = 0,8u_n + 40$.
3. On donne l'algorithme suivant :

Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 150

Traitement
Tant que $U \leqslant 190$
    n prend la valeur $n+1$
    U prend la valeur $0,8U+40$
Fin tant que

Sortie Afficher le nombre $2014+n$

   a. Recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de n	0	1	2	
Valeur de U	150			
Condition $U \leqslant 190$	vraie			

   b. En déduire l'affichage obtenu en sortie de l'algorithme et interpréter ce résultat.

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Pour tout entier naturel n, démontrer que $u_n = 200 - 50 \times 0,8^n$.

   c. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que :

$$200 - 50 \times 0,8^n > 190.$$

   d. À partir de quelle année la directrice du périscolaire sera-t-elle obligée de refuser des inscriptions faute de places disponibles ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

L'été un centre de loisirs propose aux adolescents la pratique du canoë-kayak ou de la planche à rame.

Tous les matins, chaque adolescent doit choisir un et un seul sport parmi les deux proposés.
On admet que :

- si un adolescent choisit le canoë-kayak un jour donné, alors la probabilité qu'il choisisse la planche à rame le jour suivant est égale à $0,4$;
- si un adolescent choisit la planche à rame un jour donné, alors la probabilité qu'il choisisse le canoë-kayak le jour suivant est égale à $0,2$;
- le premier jour, la proportion d'adolescents qui choisissent le canoë-kayak est égale à $0,85$.

On note :

- K l'état : « l'adolescent choisit le canoë-kayak » ;
- $\overline{K}$ l'état : « l'adolescent choisit la planche à rame ».

On note, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

- p_n la probabilité qu'un adolescent pris au hasard choisisse le canoë-kayak lors du n-ième jour ;
- q_n la probabilité qu'un adolescent pris au hasard choisisse la planche à rame le n-ième jour ;
- $P_n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste lors du n-ième jour.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets K et $\overline{K}$.
2. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe, les sommets K et $\overline{K}$ étant classés dans cet ordre.
3. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \end{pmatrix}$.
4. Avec la calculatrice, déterminer l'état probabiliste lors du 3$^{\text{e}}$ jour.
5. Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, montrer que $p_{n+1} = 0,4p_n + 0,2$.
6. On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation
Choisir un nombre entier naturel N ⩾ 2
p prend la valeur 0,85

Traitement
Pour i allant de 2 à N
    p prend la valeur 0,4p + 0,2
Fin pour

Sortie
Afficher p
```

a. Pour la valeur $N = 5$ saisie, recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au millième.

Valeur de i		2		
Valeur de p	0,85			

b. En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de N saisie est 5.

c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme.

Partie B

D'après la partie A, on sait que $p_{n+1} = 0,4p_n + 0,2$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.
On admet que $p_n = \dfrac{31}{60} \times 0,4^{n-1} + \dfrac{1}{3}$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.

1. Conjecturer la limite de la suite $\left(p_n\right)$.
2. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pierre a des pommiers dans son verger. Il décide de faire du jus de pomme avec ses fruits.
Dans sa récolte :

- il dispose de 80 % de pommes de variété A et de 20 % de pommes de variété B.
- 15 % des pommes de variété A et 8 % des pommes de variété B sont avariées et devront être jetées.

On prend une pomme au hasard dans la récolte et on note :

- A l'évènement « la pomme est de variété A » ;
- B l'évènement « la pomme est de variété B » ;
- J l'évènement « la pomme est jetée » ;
- $\overline{J}$ l'évènement contraire de l'évènement J.

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la pomme soit de variété A et soit jetée.
3. Montrer que la probabilité qu'une pomme soit jetée est égale à 0,136.
4. Calculer la probabilité qu'une pomme soit de variété A sachant qu'elle a été jetée.

Partie B

Une pomme pèse en moyenne 150 g.
On modélise le poids d'une pomme en grammes par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. Déterminer la probabilité que la pomme ait un poids inférieur à 150 g.
2. Déterminer $p(120 \leqslant X \leqslant 170)$. Interpréter ce résultat.

Partie C

Pierre a pris rendez-vous dans une fabrique de jus de pomme artisanale. Il arrive au hasard entre 8 heures et 9 heures 30 minutes.
Son heure d'arrivée est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [8 ; 9,5].
Déterminer la probabilité que Pierre arrive entre 8 h 30 et 8 h 45.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = (2x-5)\mathrm{e}^{-x+4}+20.$$

Partie A

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, $f'(x) = (-2x+7)\mathrm{e}^{-x+4}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

   Si nécessaire, arrondir au millième les valeurs présentes dans le tableau de variation.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,10]$ et déterminer un encadrement d'amplitude $0,01$ de α.
4. On admet que la fonction F définie sur $[0\,;\,10]$ par

   $$F(x) = (-2x+3)\mathrm{e}^{-x+4}+20x$$

   est une primitive de f sur $[0\,;\,10]$.

   Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$. Arrondir le résultat au millième.

Partie B

Une entreprise fabrique entre 0 et 1 000 objets par semaine.
Le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise cette entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets est modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = (2x-5)\mathrm{e}^{-x+4}+20.$$

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la partie A et en arrondissant les résultats à l'unité.

1. Quel est le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximum ?

   Quel est ce bénéfice maximal en euros ?
2. À partir de combien d'objets fabriqués et vendus l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
3. Interpréter le résultat de la question 4 de la partie A.

Baccalauréat ES/L Amérique du Sud
25 novembre 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.
Les probabilités demandées seront données à $0,001$ *près.*

Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière. Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse au respect de la signalisation par les automobilistes.

Sur un cycle de deux minutes (120 secondes), le feu est à la couleur « rouge » pendant 42 secondes, « orange » pendant 6 secondes et « vert » pendant 72 secondes.
Par ailleurs, les observateurs notent que les comportements diffèrent selon la couleur du feu :

- lorsque le feu est rouge, 10 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est orange, 86 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est vert, tous les conducteurs continuent de rouler.

On s'intéresse à un conducteur pris au hasard, et on observe son comportement selon la couleur du feu. On note :

- R l'évènement « le feu est au rouge » ;
- O l'évènement « le feu est à l'orange » ;
- V l'évènement « le feu est au vert » ;
- C l'évènement « le conducteur continue de rouler ».

Pour tout évènement A, on note $p(A)$ sa probabilité, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que B est réalisé et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Modéliser cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est $0,678$.
3. Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, quelle est la probabilité que le feu soit vert ?

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse au trafic aux heures de pointe.

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures par heure à proximité du feu évoqué dans la partie A.
On admet que X suit la loi normale de moyenne $3\,000$ et d'écart type 150.

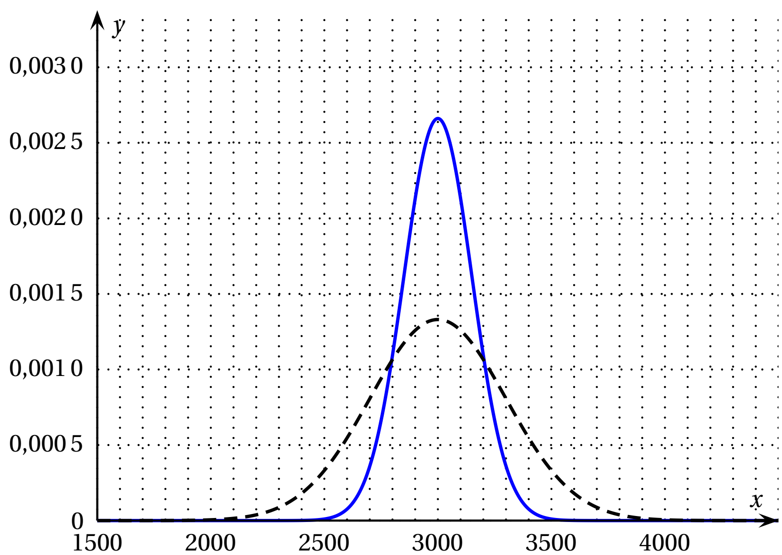
1. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter entre $2\,800$ et $3\,200$ voitures par heure à cet endroit.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter plus de $3\,100$ voitures par heure à cet endroit.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

À un autre endroit du boulevard, à proximité d'un pont, la variable aléatoire Y qui compte le nombre de voitures par heure suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart type σ strictement supérieur à 150.

Sur le graphique ci-dessous, la courbe correspondant à X est en traits pleins et la courbe correspondant à Y est en pointillés.

Déterminer à quel endroit du boulevard, à proximité du feu ou du pont, la probabilité qu'il passe en une heure, entre 2 800 et 3 200 voitures, est la plus grande. Justifier à l'aide du graphique.



EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

La fonction f est définie pour tout réel x élément de l'intervalle $[1\,;\,7]$ par :

$$f(x) = 1,5x^3 - 9x^2 + 24x + 48.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa dérivée seconde sur $[1\,;\,7]$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,7]$:

a. Calculer $f'(x)$.

b. Calculer $f''(x)$.

2. Déterminer sur quel intervalle la fonction f est convexe.

Partie B

Une entreprise fabrique et commercialise un article dont la production est comprise entre 1 000 et 7 000 articles par semaine.

On modélise le coût de fabrication, exprimé en milliers d'euros, par la fonction f définie dans la partie A où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.

On note c la fonction définie sur $[1 ; 7]$ représentant le coût moyen par article fabriqué, exprimé en euros. On a, par conséquent, pour tout x de $[1 ; 7]$:

$$c(x) = \frac{f(x)}{x} = 1,5x^2 - 9x + 24 + \frac{48}{x}.$$

On admet que la fonction c est dérivable sur $[1 ; 7]$. On note c' sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[1 ; 7]$, on a :

$$c'(x) = \frac{3(x-4)\left(x^2+x+4\right)}{x^2}.$$

2. **a.** Étudier les variations de la fonction c sur l'intervalle $[1 ; 7]$.

b. Déterminer, en milliers, le nombre d'articles à fabriquer pour que le coût moyen par article soit minimal.

3. On considère la fonction Γ définie sur l'intervalle $[1 ; 7]$ par :

$$\Gamma(x) = 0,5x^3 - 4,5x^2 + 24x + 1 + 48\ln x.$$

a. Montrer que Γ est une primitive de c sur l'intervalle $[1 ; 7]$.

b. Calculer la valeur moyenne μ de c sur l'intervalle $[1 ; 7]$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2}.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, de la série L

Claudine est une passionnée de lecture abonnée à l'hebdomadaire littéraire « La Lecture ». Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et elle demande ou non l'avis du bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans l'hebdomadaire « La Lecture ». Son souhait de demander un avis change d'une semaine sur l'autre selon le plaisir qu'elle a eu à lire le livre et selon la pertinence du conseil donné par le bibliothécaire la semaine précédente.

La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut 0,1.

Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note a_n la probabilité que Claudine demande un avis la n-ième semaine. On a ainsi $a_1 = 0,1$.

On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

1. Calculer la probabilité a_2 que Claudine demande un avis la deuxième semaine.

2. Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on définit la suite (v_n) par :

$$v_n = a_n - 0,8.$$

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5.
Préciser son premier terme v_1.

b. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_n = 0,8 - 0,7 \times 0,5^{n-1}.$$

c. Déterminer la limite de la suite (v_n).

d. En déduire la limite de la suite (a_n). Interpréter ce résultat.

3. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel N est un entier naturel L est un réel strictement compris entre 0,1 et 0,8
INITIALISATION :	A prend la valeur 0,1 N prend la valeur 1

TRAITEMENT :	Tant que $A \leqslant L$
	    N prend la valeur $N+1$
	    A prend la valeur $0,5\times A+0,4$
	Fin du Tant que

SORTIE :	Afficher N

a. Pour la valeur $L = 0,7$, recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant :

Valeur de N	1	2	...	
Valeur de A	0,1		...	
Condition $A \leqslant L$	vraie		...	

b. En déduire l'affichage de N obtenu en sortie d'algorithme quand la valeur de L est 0,7.

c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment on peut interpréter le nombre N obtenu en sortie de l'algorithme quand le nombre L est compris strictement entre 0,1 et 0,8.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer le nombre de semaines à partir duquel la probabilité que Claudine demande un avis soit supérieure à 0,799.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Claudine est une passionnée de lecture abonnée à l'hebdomadaire littéraire « La Lecture ». Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et demande ou non l'avis de la bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans l'hebdomadaire « La Lecture ».

Lorsque Claudine demande à la bibliothécaire son avis, la probabilité qu'elle le demande de nouveau la semaine suivante est 0,9.

Lorsque Claudine ne demande pas à la bibliothécaire son avis, la probabilité qu'elle ne le demande pas non plus la semaine suivante est 0,6.

La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut 0,1.

Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

- a_n la probabilité que Claudine demande un avis à la bibliothécaire la n-ième semaine ;
- b_n, la probabilité que Claudine ne demande pas d'avis à la bibliothécaire la n-ième semaine ;
- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste la n-ième semaine.

On a ainsi $a_1 = 0,1$ et $b_1 = 0,9$.

1. **a.** Illustrer la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B : A représente l'état « Claudine demande un avis à la bibliothécaire » ; B représente l'état « Claudine ne demande pas d'avis à la bibliothécaire ».

   b. Indiquer la matrice de transition M associée à ce graphe. On prendra les sommets A et B dans l'ordre (A, B).

2. Montrer que l'on a $P_2 = \begin{pmatrix}0,45 & 0,55\end{pmatrix}$.

3. **a.** Montrer que l'état stable de la répartition du choix de la demande d'avis est $P = \begin{pmatrix}0,8 & 0,2\end{pmatrix}$.

   b. Interpréter ce résultat.

4. On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel et N est un entier naturel
INITIALISATION :	A prend la valeur $0,1$ N prend la valeur 1
TRAITEMENT :	Tant que $A \leqslant 0,79$ N prend la valeur $N+1$ A prend la valeur $0,5 \times A + 0,4$ Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

Préciser ce que cet algorithme permet d'obtenir. (On ne demande pas de donner la valeur de N affichée en sortie d'algorithme.)

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_n = 0,8 - 0,7 \times 0,5^{n-1}.$$

Déterminer le nombre de semaines à partir duquel la probabilité que Claudine demande un avis soit supérieure à $0,799$.

EXERCICE 4 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Les probabilités sont données à $0,001$ *près.*

Pour la fête du village de Boisjoli, le maire a invité les enfants des villages voisins.
Les services de la mairie ayant géré les inscriptions dénombrent 400 enfants à cette fête ; ils indiquent aussi que 32 % des enfants présents sont des enfants qui habitent le village de Boisjoli.

1. Le nombre d'enfants issus des villages voisins est :

   a. 128 **b.** 272 **c.** 303 **d.** 368

Lors de cette fête, huit enfants sont choisis au hasard afin de former une équipe qui participera à un défi sportif. On admet que le nombre d'enfants est suffisamment grand pour que cette situation puisse être assimilée à un tirage au hasard avec remise.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'enfants de l'équipe habitant le village de Boisjoli.

2. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres :

a. $n = 400$ et $p = 0,32$ **b.** $n = 8$ et $p = 0,32$
c. $n = 400$ et $p = 8$ **d.** $n = 8$ et $p = 0,68$

3. La probabilité que dans l'équipe il y ait au moins un enfant habitant le village de Boisjoli est :

a. 0,125 **b.** 0,875 **c.** 0,954 **d.** 1

4. L'espérance mathématique de X est :

a. 1,740 8 **b.** 2,56 **c.** 87,04 **d.** 128

* Retour début

Index