# ∾ Baccalauréat STI Arts appliqués – Antilles-Guyane ∾ juin 2011

**EXERCICE 1** **8 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).*
*Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie, sans justification, le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Il est attribué un point si la réponse est exacte, aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.*

1. Le nombre de solutions réelles distinctes de l'équation $2x^2 + 4x = x + 1$ est :

   **a.** 0 **b.** 2 **c.** 1

2. Soit $f$ la fonction définie sur l'ensemble $R$ par $f(x) = x^2+3x-2$. Une équation de la tangente à la représentation graphique de la fonction $f$ en son point d'abscisse 0 est :

   **a.** $y = 3x - 2$ **b.** $y = 2x + 3$ **c.** $y = 3x$.

3. Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln(x+2)$.
   Alors sa dérivée est la fonction $f'$ définie sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$ par :

   **a.** $f'(x) = \dfrac{1}{x+2}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x} + 2$.

4. Une solution dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ de l'équation $\ln(x) = 4$ est :

   **a.** $\ln 4$ **b.** 4 **c.** $\text{e}^4$

5. Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]-4\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2 + \dfrac{3}{x+4}$.
   Alors la limite de la fonction $f$ en $-4$ est :

   **a.** 2 **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$.

6. Dans un plan rapporté à un repère orthonormal, on considère l'ellipse C d'équation $4x^2 + 9y^2 = 36$. Alors un de ses sommets a pour coordonnées :

   **a.** $(0\,;\,3)$ **b.** $(3\,;\,0)$ **c.** $(2\,;\,0)$.

7. Une urne contient 2 boules rouges et 2 boules jaunes indiscernables au toucher. On en tire deux boules au hasard, l'une après l'autre, *sans les remettre dans l'urne*. La probabilité d'obtenir les deux boules rouges est :

   **a.** $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{1}{6}$ **c.** $\dfrac{1}{3}$

8. Parmi les 32 employés d'une entreprise, il y a 24 hommes dont 14 ont plus de 40 ans. Parmi les femmes, 3 ont plus de 40 ans. On interroge une femme. La probabilité qu'elle ait moins de 40 ans est égale à :

   **a.** $\dfrac{5}{8}$ **b.** $\dfrac{15}{32}$ **c.** $\dfrac{5}{32}$

**EXERCICE 2** **12 points**

**Partie A**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = -x^2 + 4x + 3.$$

On a représenté en annexe (à joindre à la copie) la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 centimètres.

1. Dresser, par lecture graphique, le tableau des variations de $f$.
2. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

**Partie B**

Soit $g$ la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{0,5x} - 2x + 2.$$

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on arrondira éventuellement les résultats au centième*) :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | 1,39 |

2. On note $g'$ la fonction dérivée de la fonction $g$.
   **a.** *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Le signe de $g'(x)$ est donné dans le tableau suivant :

| $x$ | 0 | | $2\ln 4$ | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

   Justifier les renseignements indiqués dans ce tableau.

   **b.** Construire le tableau des variations de la fonction $g$.
   On précisera la valeur exacte et la valeur arrondie au centième de l'extremum.

   **c.** Tracer la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ de la fonction $g$ dans le même repère que $\mathcal{C}_f$ (unité graphique : 2 cm).

   **d.** On considère la fonction $G$ définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$G(x) = 2\mathrm{e}^{0,5x} - x^2 + 2x.$$

   Vérifier que $G$ est une primitive de la fonction $g$ sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

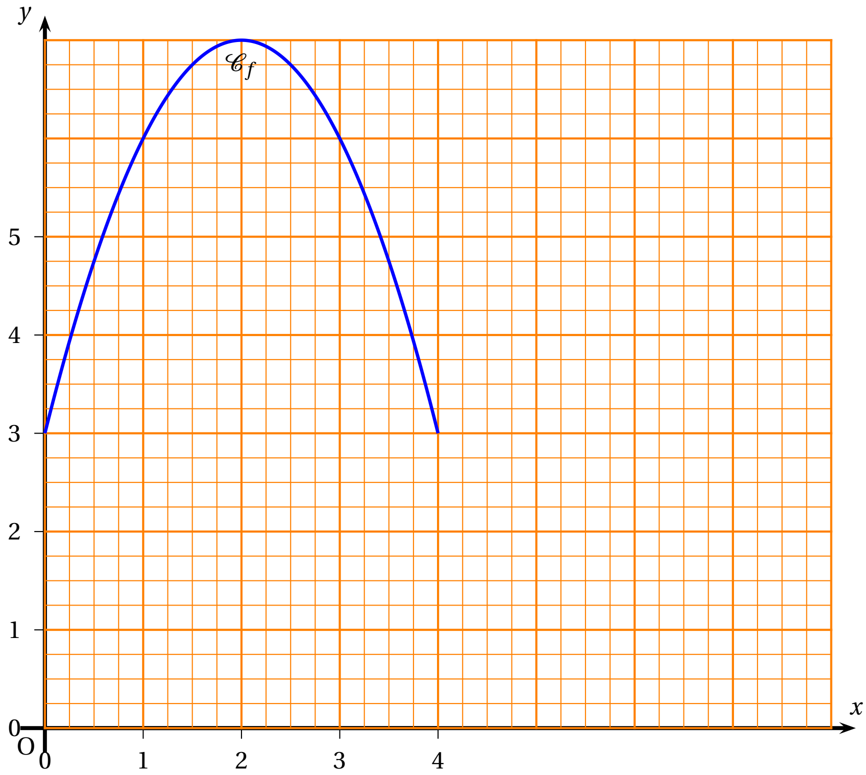
   **e.** On pose $J = \displaystyle\int_0^4 g(x)\,\mathrm{d}x$. Vérifier que $J = 2\mathrm{e}^2 - 10$.

**Partie C**

1. **a.** Tracer en pointillés la droite $D$ d'équation $x = 4$ dans le même repère que $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
   **b.** On admet que l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$ est égale à $I - J$.
   Calculer cette aire en cm$^2$, arrondie à l'unité.

   $C$ et $C'$ les courbes symétriques de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ par rapport à la droite $D$.
   La partie du plan délimitée par les courbes $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$, $C$ et $C'$ représente la maquette d'un logo publicitaire.
   Compléter cette maquette de logo en traçant $C$ et $C'$ et calculer son aire en centimètres carrés, arrondie à l'unité.

**Feuille annexe à l'exercice 2 - À joindre à la copie**



# Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole–La Réunion 21 juin 2011

**Exercice 1** **8 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).*
*Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie, sans justification, le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Il est attribué un point si la réponse est exacte, aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.*

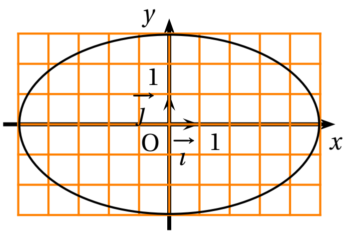
1. Les 32 employés d'une entreprise se répartissent de la façon suivante : 18 ouvriers, 6 cadres et 8 techniciens.
   14 employés ont plus de 40 ans. Parmi les techniciens, 3 ont plus de 40 ans.
   On interroge au hasard un technicien. La probabilité qu'il ait moins de 40 ans est égale à :

   **a.** $\frac{5}{8}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{5}{32}$

2. On interroge au hasard un employé de l'entreprise considérée à la question 1. La probabilité que ce ne soit ni un technicien, ni une personne de plus de quarante ans est égale à :

   **a.** $\frac{3}{8}$ **b.** $\frac{22}{32}$ **c.** $\frac{13}{32}$

Dans les questions 3. et 4., on considère l'ellipse (E) représentée ci-contre dans le plan rapporté au repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.




3. L'ellipse (E) a pour équation :

   **a.** $25x^2 + 9y^2 = 1$ **b.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ **c.** $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$

4. Un des foyers de l'ellipse (E) a pour coordonnées :

   **a.** $(4\,;0)$ **b.** $(2\,;0)$ **c.** $(0\,;4)$

5. Soit $S$ l'ensemble des solutions dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ de l'équation $\ln x = -2$, alors :

   **a.** $S = 0$ **b.** $S = \{-2\}$ **c.** $S = \left\{\frac{1}{e^2}\right\}$

6. L'équation $0,5e^x = 4$ a pour solution :

   **a.** $\ln 8$ **b.** $2\ln 4$ **c.** $e^8$

7. Une primitive de la fonction $h :\quad x \longmapsto x^2 + 2$ définie sur $\mathbb{R}$ est la fonction $H$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

   **a.** $H(x) = 2x$ **b.** $\frac{x^3}{3} + 2x + 1$ **c.** $x^3 + 2x$

8. Soit $f$ la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$. Sa courbe représentative dans un repère du plan admet pour asymptote en $+\infty$, la droite d'équation :

   **a.** $x = 1$ **b.** $y = 0$ **c.** $y = 2x + 1$

**EXERCICE 2** **12 points**

**Partie 1**

La courbe ($\mathscr{C}$) donnée en annexe (à rendre avec la copie) est la représentation graphique d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle $[1 ; 3]$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O et d'unité graphique 5 cm.
On suppose que la fonction $f$ est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 3]$ et on désigne par $f'$ sa fonction dérivée.
Les données sont les suivantes :

(1) : La courbe ($\mathscr{C}$) passe par les points A, B et D d'abscisses respectives 1, 2 et 3. Les points A, A$'$, B$'$ et D$'$ ont des coordonnées entières.
(2) : La droite (BE), parallèle à l'axe des abscisses, est tangente en B à la courbe ($\mathscr{C}$).
(3) : La droite (AB$'$) est tangente en A à la courbe ($\mathscr{C}$).

On répondra aux questions ci-dessous par une lecture graphique. De ce fait, certains résultats seront arrondis au dixième.

**1.** Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.

**2.** **a.** Déterminer une équation de la droite (AB$'$).

**b.** Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$.

**3.** Dresser le tableau des variations de la fonction $f$ et préciser le signe de sa dérivée $f'$.

**4.** Déterminer l'aire du triangle AA$'$B$'$ en unités d'aires.

**Partie 2**

**1.** Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Vérifier que la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[1 ; 3]$ par $f(x) = x - 2\ln x$ (ln désigne la fonction logarithme népérien) satisfait au données (2) et (3) de la partie 1.

On suppose désormais que la fonction $f$ représentée en annexe est la fonction définie pour tout réel $x$ de l'intervalle $[1 ; 3]$ par : $f(x) = x - 2\ln x$.

**2.** Soit $F$ la fonction définie sur $[1 ; 3]$ par : $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + 2x - 2x\ln x$. Vérifier que $F$ est une primitive de $f$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

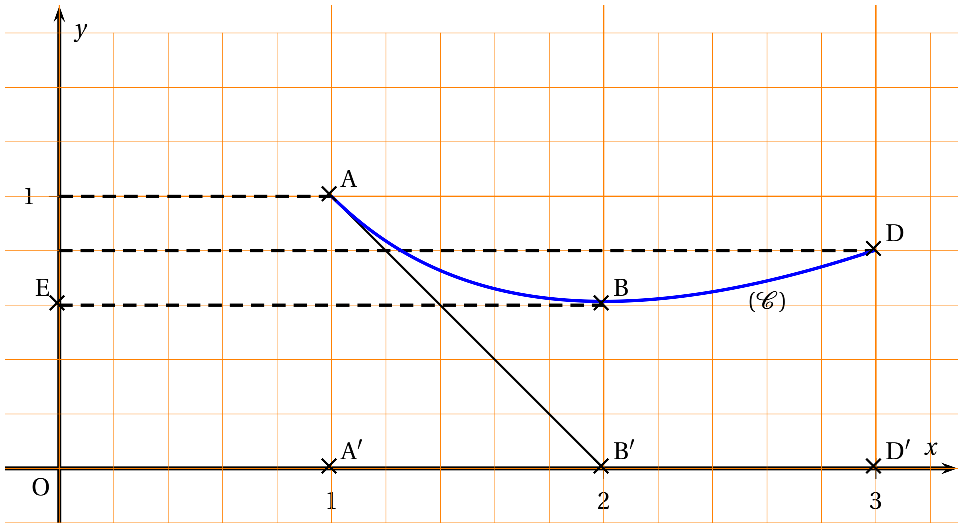
**3.** On pose $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. Calculer la valeur exacte de $I$ et en donner une interprétation graphique.

**4.** Soit ($\mathscr{P}$) la partie du plan limitée par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses, la droite (AB$'$) et la droite (DD$'$).

**a.** Hachurer ($\mathscr{P}$) et calculer son aire en unités d'aire.

**b.** Le domaine ($\mathscr{P}$) représente la maquette à l'échelle $\dfrac{1}{3}$ du logo d'une société. Calculer l'aire en cm$^2$ de ce logo, arrondie à l'unité.

**Annexe à l'exercice 2 - À joindre à la copie**



# Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole septembre 2010

**EXERCICE** **8 points**

*Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, une seule des affirmations proposées est exacte. On indiquera pour chaque question la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

**1.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$ et $P$ la parabole représentant la fonction $f$ dans un repère orthogonal.

**a.** Si $f(x) = 0$, alors $x = 1,5$ ;

**b.** $P$ a pour sommet le point S de coordonnées $\left(\frac{5}{4} ; \frac{5}{40}\right)$

**c.** Pour tout $x$ réel, $f(x) = (x-1)(2x-3)$ ;

**d.** $f(-1) = 6$.

**2.** Soit $f$ la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x+1}$ et $f'$ la dérivée de $f$ sur $[0 ; +\infty[$.

Alors, pour tout réel $x$ positif ou nul :

**a.** $f'(x) = -\dfrac{7}{(3x+1)^2}$ ; **b.** $f'(x) = \dfrac{11}{(3x+1)^2}$ ; **c.** $f'(x) = \dfrac{2}{3}$ ; **d.** $f'(x) = \dfrac{11}{3x+1}$

**3.** Une solution de l'équation $\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} - 2 = 0$ est :

**a.** $-1$ ; **b.** $0$ ; **c.** $\mathrm{e}^2$ ; **d.** $\ln(2)$

**4.** Pour tout $x$ réel, $\dfrac{\mathrm{e}^{x+1}}{\mathrm{e}^{-1+x}}$ est égal à :

**a.** $1$ ; **b.** $\mathrm{e}^2$ ; **c.** $\mathrm{e}^{x+1} \times \mathrm{e}^{-(x+1)}$ ; **d.** $\mathrm{e}^{2x}$

**5.** Soit F et F′ deux points distincts du plan. Alors l'ensemble des points $M$ du plan tels que $|M\mathrm{F} - M\mathrm{F}'| = 8$ est :

**a.** l'ensemble vide ; **b.** une hyperbole ; **c.** une ellipse ; **d.** un cercle.

**6.** Dans un plan rapporté à un repère orthonormal, on considère l'ellipse E d'équation cartésienne $x^2 + 2y^2 = 16$. On appelle F et F′ les deux foyers de E. Alors :

**a.** un de ses sommets a pour coordonnées $(0 ; 4)$ ;

**b.** $\mathrm{FF}' = 8$ ;

**c.** un des foyers a pour coordonnées $\left(0 ; 2\sqrt{2}\right)$ ;

**d.** Pour tout point $M$ de E : $M\mathrm{F} + M\mathrm{F}' = 8$.

**7.** Dans une classe de 40 élèves, on sait que 10 élèves écoutent uniquement du rap, que 17 élèves écoutent uniquement de la techno et que 4 élèves écoutent à la fois du rap et de la techno. On interroge un élève au hasard. La probabilité qu'il n'écoute ni rap ni techno est :

**a.** $\dfrac{13}{40}$ ; **b.** $\dfrac{9}{40}$ ; **c.** $\dfrac{14}{40}$ ; $\dfrac{1}{10}$.

**8.** Une urne contient trois boules bleues et deux boules vertes.

On tire au hasard une boule que l'on remet dans l'urne après avoir noté sa couleur, puis on tire une deuxième boule au hasard. La probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est :

**a.** $\dfrac{12}{5}$ ; **b.** $\dfrac{12}{25}$ ; **c.** $\dfrac{6}{25}$ ; $\dfrac{1}{5}$.

**PROBLÈME** **12 points**

**Première partie**

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée en annexe est la représentation graphique d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 3]$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O.
On désigne par $f'$ la dérivée de la fonction $f$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$.
La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points A, B et D d'abscisses respectives 1, 2 et 3. Les points A, A$'$, B$'$ et D$'$ ont des coordonnées entières.
La droite (BE), parallèle à l'axe des abscisses, est tangente en B à la courbe $(\mathscr{C})$. La droite (AB') est tangente en A à la courbe $(\mathscr{C})$. On répondra aux questions ci-dessous par une lecture graphique. De ce fait, certains résultats seront donnés en valeurs approchées à 0,1 près.

1. Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.
2. **a.** Déterminer une équation de la droite (AB').
   **b.** Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$.
3. Dresser le tableau des variations de la fonction $f$ et préciser le signe de sa dérivée $f'$.
4. Calculer l'aire du triangle AA$'$B$'$ en unités d'aires.

**Deuxième partie**

La fonction représentée dans la première partie est définie sur l'intervalle $[1 ; 3]$ par :

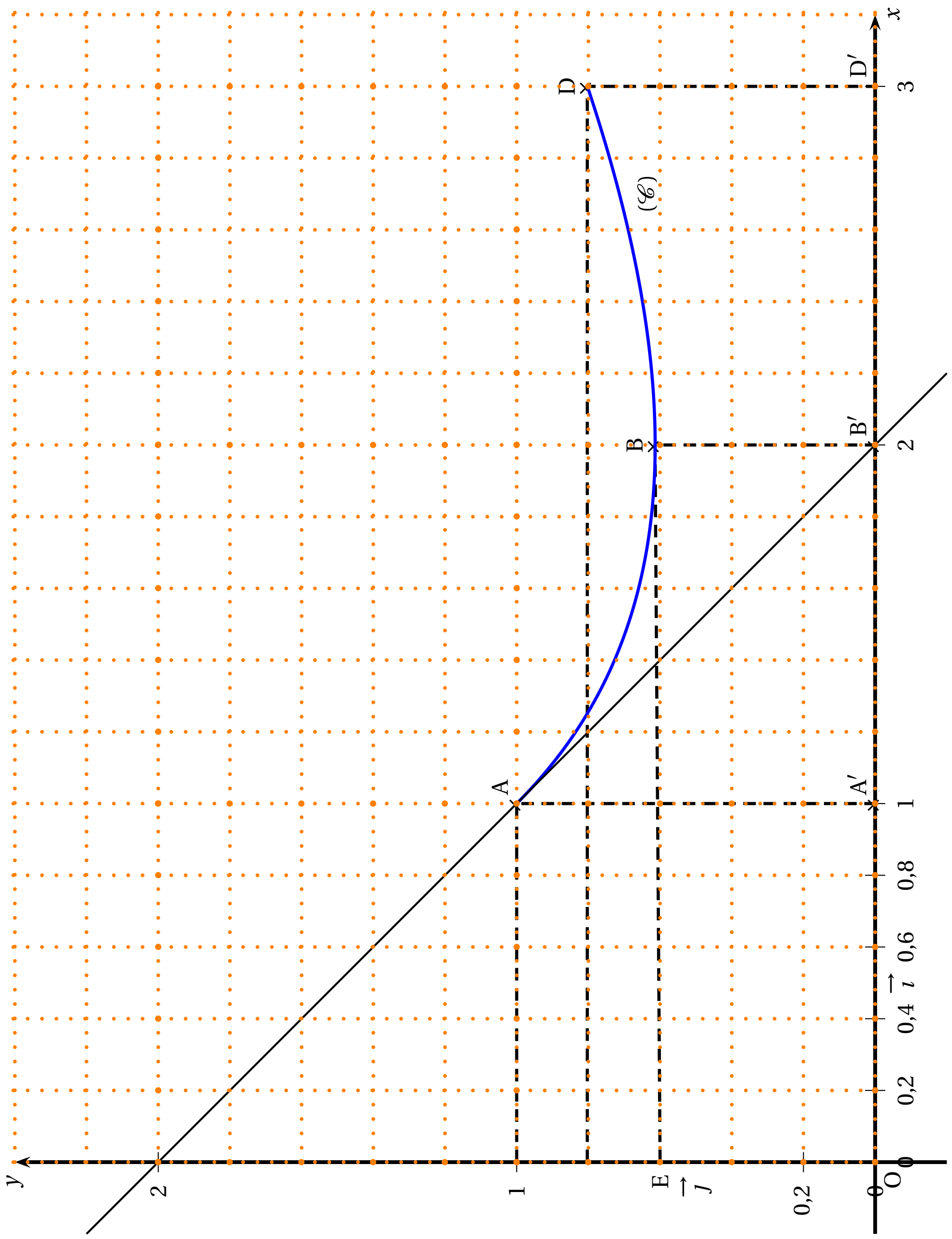
$$f(x) = x - 2\ln(x).$$

1. Vérifier que $f(3) = \ln\left(\dfrac{\mathrm{e}^3}{9}\right)$.
2. Soit $F$ la fonction définie sur $[1 ; 3]$ par :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - 2x\ln x.$$

   **a.** Vérifier que $F$ est une primitive de $f$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$.
   **b.** Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ et en donner une interprétation graphique.
3. Soit $(\mathscr{P})$ la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, la droite (AB$'$) et la droite (DD$'$).
   **a.** Hachurer $(\mathscr{P})$.
   **b.** Le domaine $(\mathscr{P})$ représente la maquette du logo d'une société. Une unité sur le graphique représente 10 cm en réalité.
   Calculer l'aire en cm$^2$ de ce logo en grandeur réelle, arrondie au cm$^2$.

## Annexe au problème



**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Génie mécanique, civil
# Antilles–Guyane 20 juin 2011

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

**EXERCICE 1** **5 points**

Dans tout ce qui suit, on désigne par :

- $\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs ;
- $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels ;
- $\mathbb{Z}$ l'ensemble des nombres complexes.

**EXERCICE 1** **4,5 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. On ne demande aucune justification.*
*Chaque réponse juste rapporte* $0,75$ *point ; une réponse fausse enlève* $0,25 point$ *; une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*
*Si le total des points est négatif, il est ramené à zéro.*

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes $z_1 = 1 - \text{i}\sqrt{3}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + \text{i}$ d'images respectives A et B.

| | | Réponse a | Réponse b | Réponse c |
|---|---|---|---|---|
| Question 1 | Le module de $z_1$ et un argument de $z_1$ sont respectivement : | $2$ et $\dfrac{\pi}{3}$ | $\sqrt{2}$ et $-\dfrac{\pi}{3}$ | $2$ et $-\dfrac{\pi}{3}$ |
| Question 2 | La forme algébrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$ est : | $\dfrac{1-\text{i}\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+\text{i}}$ | $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\text{i}$ | $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}$ |
| Question 3 | Un argument de $\dfrac{z_2}{z_1}$ est : | $-\dfrac{5\pi}{6}$ | $\dfrac{5\pi}{6}$ | $\dfrac{\pi}{2}$ |
| Question 4 | L'ensemble des points $M$ du plan, d'affixe $z$, tels que $\lvert z - z_1\rvert = 2$ est : | La droite (AB) | Un cercle de centre A | Une demi-droite d'origine A |
| Question 5 | L'ensemble des points $M$ du plan, d'affixe $z$, tels que : $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ est : | Une droite | Un cercle de centre O | Une demi-droite privée de son origine. |
| Question 6 | On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue $z$ : $z^2 - 4z + 7 = 0$ | L'équation n'a pas de solution | Les solutions sont $2-\sqrt{3}$ et $2+\sqrt{3}$ | Les solutions sont $2-\text{i}\sqrt{3}$ et $2+\text{i}\sqrt{3}$ |

**EXERCICE 2** **5,5 points**

On désigne par (E) l'équation différentielle :

$$y'' + y = 0$$

où $y$ est une fonction inconnue deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

**1.** Résoudre l'équation différentielle (E).

**2.** Déterminer la solution $f$ de (E) vérifiant les conditions $f(0) = \dfrac{1}{2}$ et $f'\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) = 0$.

**3.** Vérifier que pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

*On rappelle que pour tous nombres réels a et b, on a :*

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

**4.** On considère l' équation $cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ d' inconnue réelle $x$.

**a.** Résoudre cette équation dans $\mathbb{R}$.

**b.** Préciser les solutions appartenant à l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$.

**c.** Placer sur le cercle trigonométrique les points dont les affixes ont pour argument une solution de cette équation.

**PROBLÈME** **10 points**

**Partie A**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x} + ax + b\mathrm{e}^{-x}$$

où $a$ et $b$ sont des nombres réels que l'on se propose de déterminer dans cette partie.
Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, on a représenté ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$, représentative de la fonction $f$, et $\mathscr{T}$ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.

**1.** Par lecture graphique, donner $f(0)$ et $f'(0)$.

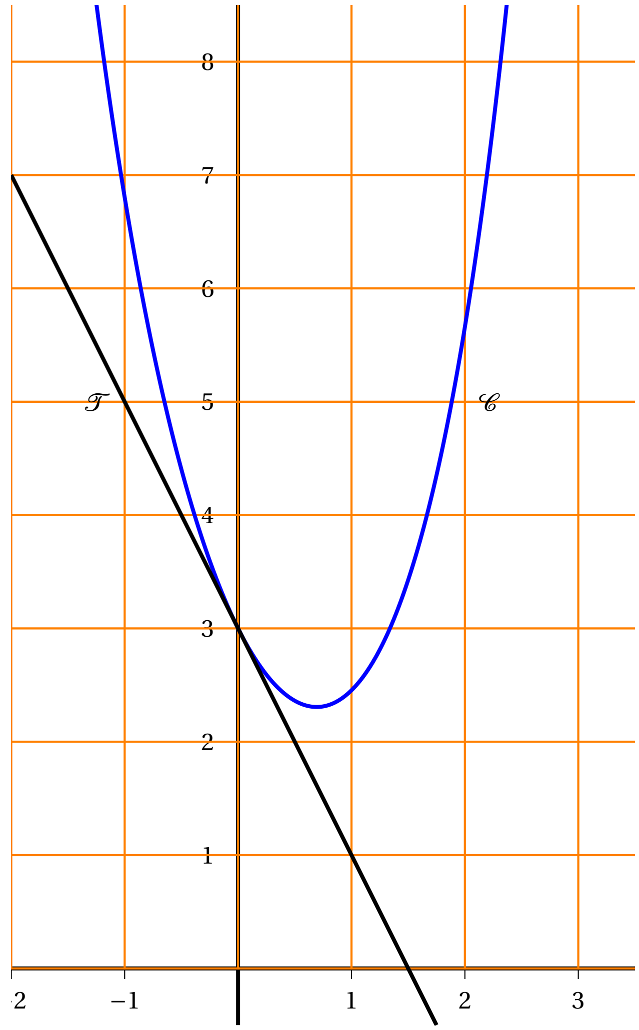
**2. a.** Exprimer $f(0)$ en fonction de $b$.

**b.** En déduire la valeur de $b$.

**3. a.** Donner, pour tout réel $x$, l'expression de $f'(x)$.

**b.** Exprimer $f'(0)$ en fonction de $a$ et $b$.

**c.** En utilisant les questions précédentes, déterminer $a$, puis en déduire l'expression de $f(x)$.




**Partie B**

1. Questions préliminaires :
   **a.** Vérifier que pour tout réel $x$, on a : $e^{2x} - e^x - 2 = (e^x - 2)(e^x + 1)$.
   **b.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation d'inconnue $x$ :

$$e^{2x} - e^x - 2 = 0.$$

   On admet que la fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x + 2e^{-x}$.

2. Déterminer la limite de $f$ en $-\infty$.
3. **a.** Vérifier que pour tout réel $x$ non nul, on a : $f(x) = x\left(\dfrac{e^x}{x} - 1 + \dfrac{2}{xe^x}\right)$.
   **b.** En déduire la limite de $f$ en $+\infty$.
   **c.** Calculer la valeur exacte de $f(\ln 2)$ puis en donner une valeur approchée à $10^{-1}$ près.
4. **a.** Montrer que pour tout réel $x$, $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - e^x - 2}{e^x}$.
   **b.** Déterminer le signe de $f'$ à l'aide des questions préliminaires.
   **c.** Dresser le tableau de variation de la fonction $f$.

**Partie C**

**1.** Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

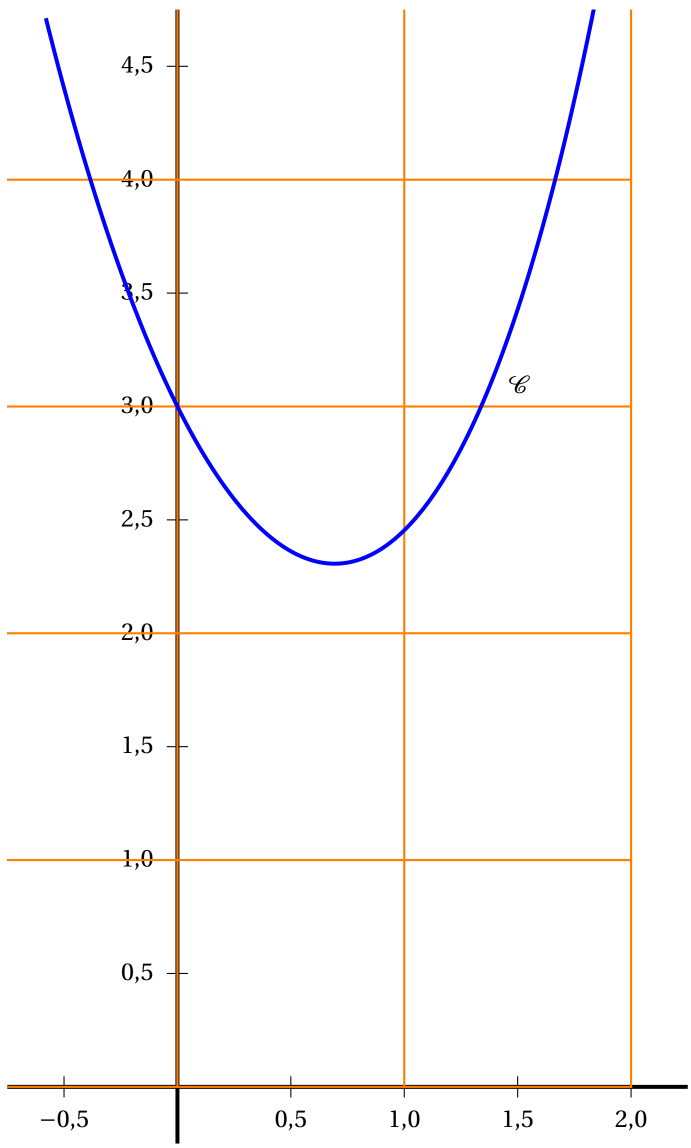
**2.** **a.** Tracer sur la figure en annexe la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 4$.

**b.** Hachurer sur la figure en annexe **qui sera à rendre avec la copie**, le domaine $\mathscr{S}$ du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite $\mathscr{D}$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

**c.** Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{S}$.

**ANNEXE**

**à rendre avec la copie**



**Durée : 4 heures**

# ∽ Baccalauréat STI mars 2011 Nouvelle-Calédonie ∽ Génie mécanique - Génie énergétique - Génie civil

**EXERCICE 1** **5 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. L'unité graphique est 2 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

**1.** Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation

$$\text{(E)}: \quad z^3 - 2\left(1+\sqrt{3}\right)z^2 + 4\left(1+\sqrt{3}\right)z - 8 = 0.$$

**a.** Vérifier que le nombre 2 est une solution de l'équation (E).

**b.** En déduire qu'il existe deux nombres réels $\alpha$ et $\beta$, que l'on déterminera, tels que l'équation (E) soit équivalente à l'équation :
$(z-2)\left(z^2+\alpha z+\beta\right) = 0$.

**c.** Résoudre l'équation $z^2+\alpha z+\beta = 0$, puis déterminer le module et un argument de chacune de ses solutions.

On désigne par A et B les points du plan complexe d'affixes respectives :
$a = 2\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{6}}$ et $b = 2$.
On désigne par C le milieu du segment [AB], et on note $c$ l'affixe du point C.

**2.** On se propose dans cette question de déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

**a.** Placer les points A, B, C dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ et démontrer que le triangle OAB est isocèle.

**b.** Déterminer une mesure en radians de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{OB}}\ ;\ \overrightarrow{\text{OC}}\right)$.

**c.** Déterminer l'écriture algébrique du nombre complexe $c$.

**d.** Calculer le module de $c$ et démontrer que $|c| = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

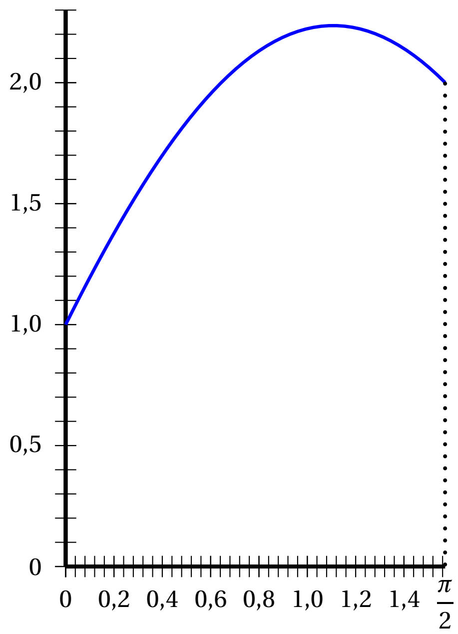
**e.** Démontrer que $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

**EXERCICE 2** **5 points**

On note $f$ la fonction définie sur l'intervalle $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ par :

$$f(x) = \cos x + 2\sin x.$$

La courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction $f$ est tracée ci-contre, dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On note $\mathscr{D}$ le domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d' équations $x = 0$ et $x = \frac{\pi}{2}$.
Le but de cet exercice est de déterminer la mesure $\mathscr{V}$, exprimée en unité de volume, du volume engendré par la rotation de $\mathscr{D}$ autour de l'axe $\left(O ; \vec{\imath}\right)$.




1. Calcul de deux intégrales

   On note $I$ et $J$ les deux intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,\mathrm{d}x$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,\mathrm{d}x$.

   **a.** En simplifiant l'écriture de $I + J$, démontrer que $I + J = \frac{\pi}{2}$.

   **b.** Démontrer de même que $I - J = 0$.

   **c.** Déduire des questions a. et b. les valeurs de $I$ et $J$.

2. On rappelle que le volume $\mathscr{V}$ cherché est donné par la formule : $\mathscr{V} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x)\mathrm{d}x$.

   **a.** Démontrer que $f^2(x) = \cos^2 x + 2\sin 2x + 4\sin^2 x$.

   **b.** Déduire des questions précédentes, la valeur exacte de $\mathscr{V}$.

**PROBLÈME** **10 points**

**Partie A : Étude d'une équation différentielle**

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - y = -\mathrm{e}^x$.

1. Résoudre l'équation différentielle : $y' - y = 0$.
2. Vérifier que toute fonction $u$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $u(x) = -x\mathrm{e}^x + C\mathrm{e}^x$, où $C$ est une constante, est une solution de l'équation différentielle (E).
3. Parmi ces solutions, déterminer celle qui vérifie la condition initiale : $u(0) = 2$.

**Partie B : Étude d'une fonction**

On note $f$ la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = (2 - x)\mathrm{e}^x.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. L'unité graphique est 2 cm.

1. Étude des limites de la fonction $f$

   **a.** Déterminer les limites de la fonction $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

   **b.** Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

2. Étude des variations de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$
   a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau des variations de la fonction $f$.
3. Tracé de la courbe $\mathscr{C}$
   a. Déterminer l'équation de la tangente $T_0$ à la courbe $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 0.
   b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec les axes du repère.
   c. Tracer, dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la droite $T_0$ et la courbe $\mathscr{C}$.

**Partie C : Calcul d'une aire plane**

1. Démontrer que la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (3 - x)\mathrm{e}^x$, est une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. Soit $\alpha$ un nombre réel strictement inférieur à 2.
   On note $\mathscr{A}(\alpha)$ l'aire, exprimée en unités d'aire du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 2$.
   a. Calculer $\mathscr{A}(\alpha)$ en fonction de $\alpha$.
   b. Déterminer la limite éventuelle de $\mathscr{A}(\alpha)$ lorsque $\alpha$ tend vers $-\infty$.

**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Génie mécanique, civil
# Métropole 21 juin 2011

**EXERCICE 1** **5 points**

Au libre-service d'un restaurant d'entreprise, un repas est composé obligatoirement d'une entrée, d'un plat et d'un dessert. Pour chaque repas, un employé choisit au hasard :

- une entrée parmi trois : Crudités (C), Salade (S) ou Quiche (Q),
- un plat parmi deux : Poisson (P) ou Viande (V)
- un dessert parmi trois : Glace (G), Fruits (F) ou Laitage (L).

**1.** Sur l'annexe fournie (à rendre avec la copie), compléter l'arbre des repas.

**2.** En déduire le nombre de repas que peut composer un employé.

**3.** On appelle :

A l'évènement : « le repas composé contient le plat de poisson »,

B l'évènement : « le repas composé contient des fruits au dessert ».

On note $p(\text{A})$ la probabilité de l'évènement A.

Calculer $p(\text{A})$, $p(\text{B})$, $p(\text{A} \cap \text{B})$ et en déduire $p(\text{A} \cup \text{B})$.

**4.** Le tableau suivant donne en kcal le bilan calorique des mets proposés :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Entrées | Crudités (C) : 300 | Salade composée (S) : 300 | Quiche (Q) : 400 |
| Plats | Viande (V) : 900 | | Poisson (P) : 600 |
| Desserts | Glace (G) : 300 | Laitage (L) : 100 | Fruits (F) : 100 |

Compléter, sur l'annexe, le bilan calorique de chaque repas.

**5.** On appelle $R$ la variable aléatoire qui à chaque repas associe son bilan calorique.

**a.** Donner l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable aléatoire $R$.

**b.** Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire $R$.

**c.** Montrer que le bilan calorique moyen d'un repas est 1 250 kcal.

**EXERCICE 2** **5 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.*
*Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée.*
*Une bonne réponse rapporte un point.*
*Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante.*

**1.** Soit $f$ la fonction définie pour tout nombre réel $x$ par $f(x) = 3\text{e}^{2x}$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère donné.

Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de la courbe d'abscisse 0 est :

A. $y = 3x + 3$
B. $y = 6x + 6$
C. $y = 3x + 6$
D. $y = 6x + 3$

**2.** Pour tout nombre réel $a$, on définit le nombre $I = \displaystyle\int_0^a \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. La valeur de $I$ est :

A. $I = 0,5\mathrm{e}^{2a} - 0,5$
B. $I = 0,5\mathrm{e}^{2a-0,5}$
C. $I = 0,5 - \mathrm{e}^{2a}$
D. $I = 0,5 - 0,5\mathrm{e}^{2a}$

**3.** Soit l'équation différentielle $y' + \dfrac{1}{2}y = 0$ où $y$ désigne une fonction dérivable de la variable réelle $x$.
Trouver parmi ces fonctions dérivables sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, une solution de l'équation proposée.

A. $f(x) = 40\mathrm{e}^{0,5x}$
B. $g(x) = -10\cos(0,5x) + 12\sin(0,5x)$
C. $h(x) = 120\mathrm{e}^{-0,5x}$
D. $i(x) = -0,5x$

**4.** Une écriture sous forme exponentielle du nombre complexe $z = -\dfrac{3}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ est :

A. $z = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$
B. $z = 3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$
C. $z = \sqrt{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$
D. $z = \sqrt{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

**5.** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. On considère le point $\Omega$ d'affixe $3 - \mathrm{i}$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $\Omega$ et de rayon $2\sqrt{2}$. Trouver parmi les points proposés un point du cercle $\mathscr{C}$.

A. M d'affixe $1 - 3\mathrm{i}$
B. N d'affixe $2 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
C. P d'affixe $2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$
D. Q d'affixe 0

## PROBLÈME — 10 points

**Objectif :** *Le but de ce problème est de comparer, sur un exemple, deux méthodes de calcul de volumes.*

On considère la fonction $f$ définie pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[1 ; 10]$ par

$$f(x) = -x\ln x + 2x.$$

**1.** Montrer que la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$ est définie pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[1 ; 10]$ par : $f'(x) = -\ln x + 1$.

**2.** **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ en fonction des valeurs du nombre réel $x$ de l'intervalle $[1 ; 10]$.

**b.** En déduire le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[1 ; 10]$.

**3.** On appelle $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction $f$ dans un repère orthonormé du plan (unités : 1 cm en abscisses, 1 cm en ordonnées).
Représenter graphiquement $\mathscr{C}$ dans ce repère.

**4.** On considère l'équation (E) : $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[1 ; 10]$.

**a.** Déterminer le nombre de solutions de l'équation (E).

**b.** Pour chacune des solutions trouvées, donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près, en explicitant votre méthode.

**5.** On considère la fonction $F$, définie pour tout nombre réel $x$ appartenant à l'intervalle [1 ; 10], par

$$F(x) = x^2\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\ln x\right).$$

**a.** Montrer que la fonction $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle [1 ; 10].

**b.** Sur la représentation graphique réalisée précédemment, hachurer la portion $S$ du plan comprise entre $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 7$.

**c.** À l'aide de la représentation graphique, évaluer (en unités d'aire) l'aire de la portion $S$.
Justifier la méthode utilisée.

**d.** Calculer la valeur exacte de cette aire en unités d'aire.

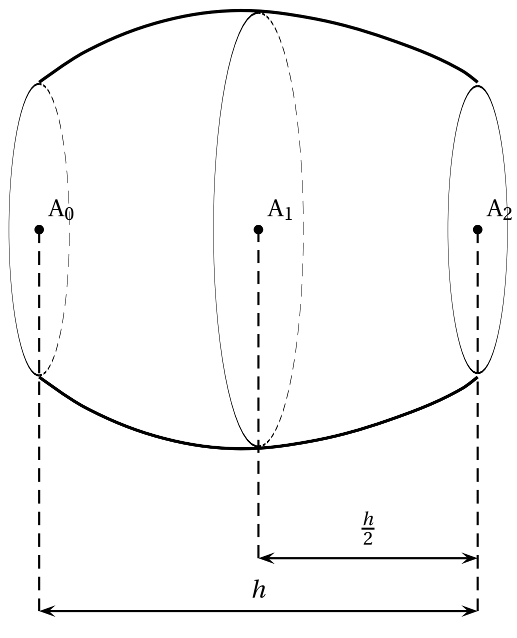
**6.** On veut déterminer le volume $V_s$ du solide engendré par la rotation de la partie hachurée autour de l'axe des abscisses.

**a.** Méthode par calcul formel :
À l'aide d'un logiciel de calcul formel on obtient :

$$V_s = \pi\left(\frac{343(\ln 7)^2}{3} - \frac{4\,802\ln 7}{9} + \frac{1\,900}{3}\right) \text{ unités de volume.}$$

En déduire une valeur approchée de $V_s$ à $10^{-2}$ près.

**b.** Méthode des trois niveaux :
*La méthode, dite des trois niveaux, permet d'estimer le volume d'un solide.*

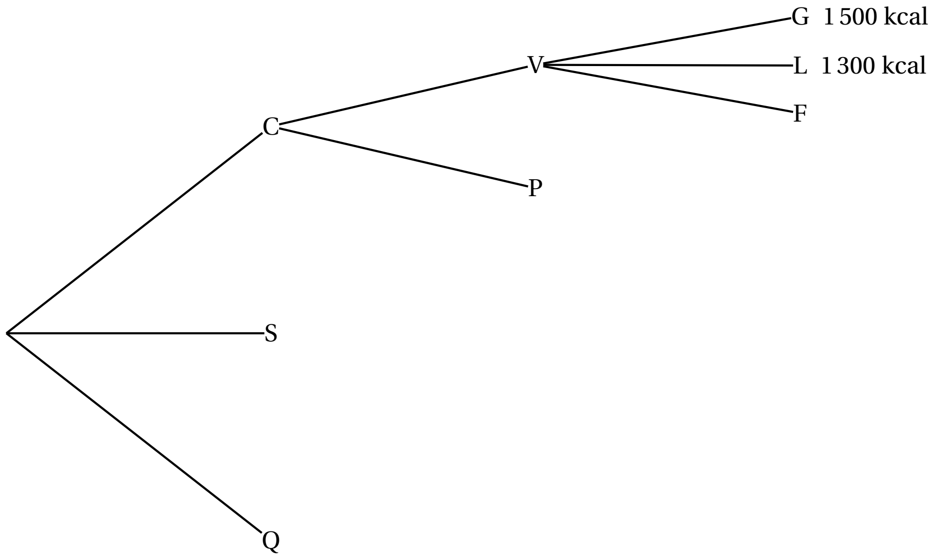



Par cette méthode, le volume estimé d'un solide de révolution de hauteur $h$ est égale à
$V_e = \dfrac{1}{6}h\left(A_0 + 4A_1 + A_2\right)$ où $A_0$ est l'aire de la section gauche, $A_1$ l'aire de la section intermédiaire et $A_2$ l'aire de la section droite.
Compléter, par des valeurs approchées au centième, le tableau des surfaces figurant en annexe.
En déduire une valeur approchée à $10^{-2}$ près de $V_e$.

**c.** On considère que la méthode des trois niveaux est acceptable si le rapport $\dfrac{V_e}{V_s}$ est compris entre 0,95 et 1,05. Peut-on affirmer que cette méthode des trois niveaux est acceptable pour cet exemple ?

**ANNEXE (à rendre avec la copie)**

**Exercice 1 : arbre des repas**




**Problème : tableau des surfaces**

| Surface | Section gauche | Section intermédiaire | Section droite |
|---|---|---|---|
| Rayons | | $f(4) = -4\ln(4) + 8 \approx 2,45$ | |
| Aires | 12,57 | | |

**Durée : 4 heures**

# ∽ Baccalauréat STI Novembre 2010 ∾
# Génie mécanique - Génie énergétique - Génie civil
# Nouvelle-Calédonie

**EXERCICE 1** **4 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. L'unité graphique est 2 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

Pour tout nombre complexe $z$, on pose : $P(z) = z^3 + \left(2\sqrt{3} - 2\right) z^2 + \left(4 - 4\sqrt{3}\right) z - 8$.

**1.** Résolution de l'équation $P(z) = 0$

**a.** Calculer $P(2)$.

**b.** Déterminer les deux nombres réels $\alpha$ et $\beta$ tels que, pour tout nombre complexe $z$ :

$$P(z) = (z-2)\left(z^2 + \alpha z + \beta\right).$$

**c.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

**2.** On considère les points A, B, C, d'affixes respectives :
$a = 2,\ b = -\sqrt{3} + \text{i},\ c = -\sqrt{3} - \text{i}$.

**a.** Déterminer le module et un argument des nombres complexes $b$ et $c$.

**b.** En déduire que les points A, B, et C appartiennent à un cercle $\mathcal{C}$ dont on précisera le centre et le rayon.

**c.** Placer les points A, B, C dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ et tracer le cercle $\mathcal{C}$.

**d.** Démontrer que le triangle OBC est équilatéral.

**e.** En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{OB}}, \overrightarrow{\text{OC}}\right)$. En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AC}}\right)$.

**EXERCICE 2** **5 points**

On dispose d'un échantillon d'os fossile contenant initialement une masse de 10 grammes de carbone 14. Le but de l'exercice est d'étudier l'évolution de cette masse au fil des siècles, par deux méthodes différentes.

**Partie A : Première méthode**

On considère que la masse de carbone 14 dans un tel échantillon diminue à raison de 1,2 % par siècle.

**1.** Quelle masse de carbone 14 contiendra l'échantillon :

**a.** un siècle plus tard ?

**b.** deux siècles plus tard ?

**2.** On note $M_n$ la masse de carbone 14 contenue dans l'échantillon au bout de $n$ siècles, où $n$ est un entier naturel.

**a.** Démontrer que la suite $(M_n)$ est une suite géométrique de raison $0,988$.

**b.** Exprimer $M_n$ en fonction de $n$.

**3.** Déterminer au bout de combien de siècles, la masse de carbone 14 contenue dans l'échantillon sera inférieure à 5 g.

**Partie B : Seconde méthode**

On note $m(t)$ la masse en gramme de carbone 14 contenue dans l'échantillon à l'instant $t$ (en siècle). On admet que la fonction $m$ est solution de l'équation différentielle

$$\text{(E)} \quad : \quad y' + 1,21 \cdot 10^{-2} y = 0.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution particulière de l'équation différentielle (E), qui vérifie : $m(0) = 10$.
3. Déterminer au bout de combien de siècles, la masse de carbone 14 contenue dans l'échantillon sera inférieure à 5 grammes.

**PROBLÈME** **11 points**

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. L'unité graphique est 2 cm.
On considère la fonction $f$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = x\text{e}^{-x} - 2x + 3.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

**Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire**

On considère la fonction $g$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$g(x) = \text{e}^{-x}(1 - x) - 2.$$

1. Déterminer la limite de la fonction $g$ en $-\infty$, puis en $+\infty$.
2. Étude des variations de la fonction $g$
   - **a.** Calculer la fonction dérivée $g'$ de la fonction $g$ et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.
   - **b.** Dresser le tableau de variations de la fonction $g$ sur $\mathbb{R}$.
3. Étude du signe de la fonction $g$
   - **a.** Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution sur $\mathbb{R}$. Démontrer que cette solution, notée $\alpha$ , appartient à l'intervalle $[-1 ; 0]$.
   - **b.** Donner la valeur approchée de $\alpha$ arrondie au centième.
   - **c.** Déduire des questions précédentes le signe de $g(x)$ en fonction des valeurs de $x$.

**Partie B : Étude de la fonction *f***

1. Étude des limites
   - **a.** Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.
   - **b.** En remarquant que, pour tout réel $x$, $f(x) = x\left(\text{e}^{-x} - 2\right) + 3$, déterminer la limite de $f$ en $-\infty$.
2. Étude d'une asymptote
   - **a.** Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = -2x + 3$ est une asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
   - **b.** Étudier la position relative de la droite $\mathcal{D}$ et de la courbe $\mathcal{C}$.
3. Étude des variations de la fonction $f$
   - **a.** Vérifier que pour tout nombre réel $x$, $f'(x) = g(x)$ où $g$ est la fonction définie dans la partie A et où $f'$ désigne la fonction dérivée de la fonction $f$.

**b.** En utilisant le signe de la fonction $g$, obtenu précédemment, dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$. (On prendra : $f(\alpha) \approx 3,2$)

**4.** Construire la droite $\mathcal{D}$ puis la courbe $\mathcal{C}$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

**Partie C : Calcul d'aire**

**1.** On note $H$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$H(x) = (-x-1)\mathrm{e}^{-x}.$$

**a.** Calculer $H'(x)$ où $H'$ désigne la fonction dérivée de la fonction $H$.

**b.** En déduire une primitive $F$ de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

**2.** Calculer en cm$^2$ l'aire $\mathcal{A}$ du domaine compris entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \dfrac{3}{2}$. On donnera une valeur exacte de $\mathcal{A}$ puis la valeur arrondie au mm$^2$.

**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Polynésie juin 2011
# Génie mécanique, énergétique, civil

**EXERCICE 1** **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O,\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + \text{i}, \quad b = a \times 2\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{3}} \quad \text{et } c = -\sqrt{3} + \text{i}\sqrt{3}.$$

1. **a.** Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes $a$, $b$ et $c$.

   **b.** Vérifier que $b = \left(1 - \sqrt{3}\right) + \text{i}\left(1 + \sqrt{3}\right)$.

   **c.** En déduire que : $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right) = \dfrac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

   **d.** Placer les points A, B et C dans le plan muni du repère $\left(O,\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

2. **a.** Démontrer que le triangle OAB est un triangle rectangle.

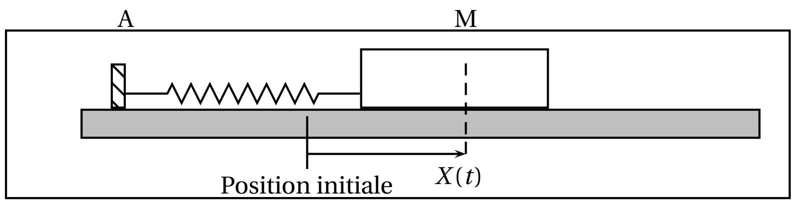
   **b.** Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle OAB et construire ce cercle.

3. Déterminer la nature du quadrilatère OABC et prouver que le point C appartient au cercle circonscrit au triangle OAB.

**EXERCICE 2** **4 points**

On fixe à l'extrémité d'un ressort horizontal un objet $M$, qui peut coulisser sans frottement sur un plan. Le point A, où est accrochée l'autre extrémité du ressort, est fixe.
Après avoir été écarté de sa position d'équilibre, l'objet est lâché avec une vitesse initiale.
On repère l'objet par son abscisse $X$ qui est fonction du temps $t$ et qui mesure l'écart entre la position à un instant $t$ et sa position initiale.
On admet qu'à un instant $t$, la fonction $X$ est solution de l'équation différentielle $(E)$ :

$$X'' + 100X = 0.$$




1. Résoudre l'équation différentielle $(E)$.

2. Déterminer l'expression de la solution particulière $X$ de (E) qui vérifie les conditions :

$$X(0) = 10^{-1} \quad \text{et} \quad X'(0) = 1.$$

3. Montrer que pour tout nombre réel $t$ de l'intervalle $[0~;~+\infty[$, on a :

$$X(t) = 10^{-1}\sqrt{2}\cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right).$$

4. Vérifier que l'énergie mécanique $W$ du système, définie pour tout nombre réel $t$ de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$W(t) = 10^{-1}[X'(t)]^2 + 10[X(t)]^2,$$

est constante.

5. Déterminer la valeur moyenne de la fonction $X$ sur l'intervalle $\left[0~;~\dfrac{\pi}{10}\right[$.
*On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction sur l'intervalle* $[a~;~b]$ *est donnée par* :

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

**PROBLÈME** **11 points**

Sur la feuille **annexe**, on a représenté, dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction $f$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A(0 ; 1), B(1 ; 1) et C(2 ; −1).

**Partie A : détermination de la fonction *f***

1. Donner les valeurs de $f(0)$, $f(1)$ et $f(2)$.
2. On suppose que pour tout nombre réel $x$, $f(x)$ s'écrit :

$$f(x) = \left(ax + bx^2\right)\mathrm{e}^{(-x+2)} + c$$

, où les lettres $a$, $b$ et $c$ désignent trois nombres réels.
En utilisant la question 1., déterminer la valeur des nombres $a$, $b$ et $c$.

**Partie B : étude de la fonction *f***

*Dans toute la suite du problème, on admettra que* :

$$f(x) = \left(x - x^2\right)\mathrm{e}^{(-x+2)} + 1.$$

1. Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$.
   **a.** Établir que pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \mathrm{e}^2\left(x\mathrm{e}^{-x} - x^2\mathrm{e}^{-x}\right) + 1$.
   **b.** En déduire la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.
   **c.** Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. Montrer que la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$ est définie pour tout nombre réel $x$ par :

$$f'(x) = \left(x^2 - 3x + 1\right)\mathrm{e}^{(-x+2)}.$$

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis établir le sens de variation de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\Delta$ d'équation $y = 1$.
   **b.** Étudier les positions relatives de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\Delta$.
5. **a.** Montrer que sur l'intervalle $[-1\ ;\ 0]$, la courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en un unique point. On notera $\alpha$ l'abscisse de ce point.
   **b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $10^{-2}$.

**Partie C : calcul d'une aire**

1. On considère la fonction $G$ définie sur $\mathbb{R}^p ar$ :

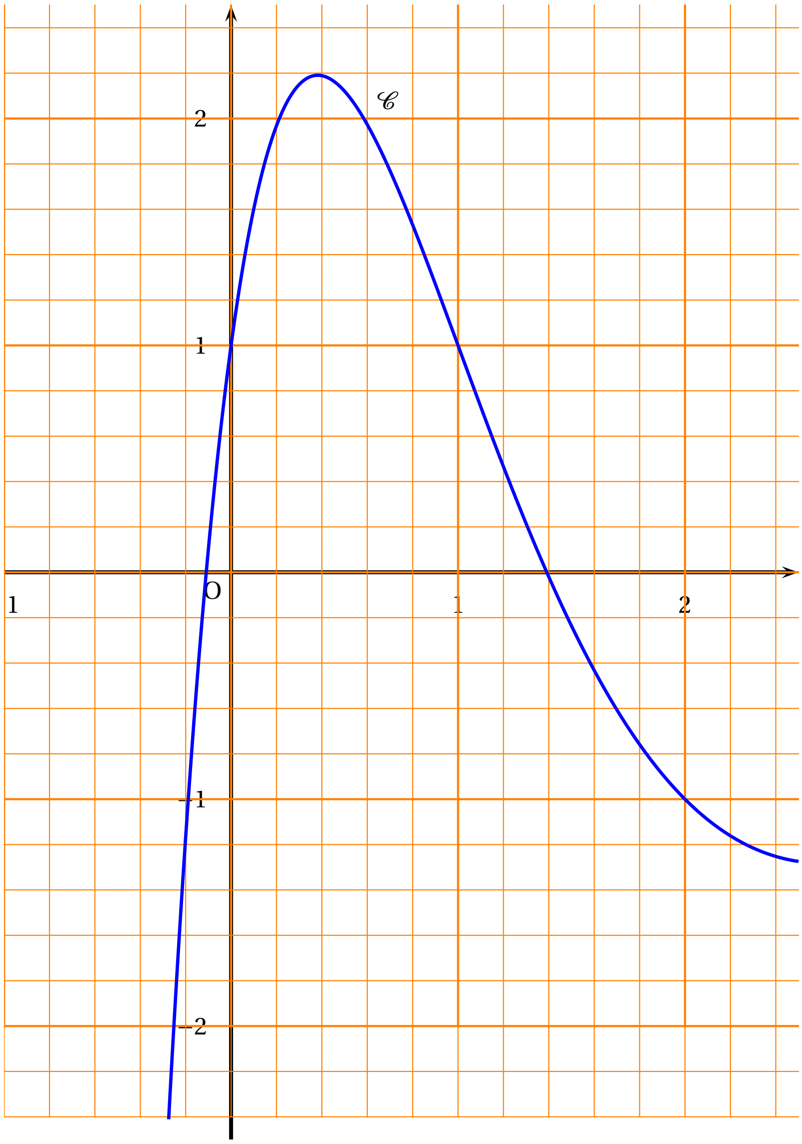
$$G(x) = \left(x^2 + x + 1\right) \mathrm{e}^{(-x+2)}.$$

On note $G'$ la fonction dérivée de la fonction $G$ sur $\mathbb{R}$.
Établir que pour tout nombre réel $x$, $G'(x) = \left(x - x^2\right) \mathrm{e}^{(-x+2)}$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$ du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.
Le résultat dont on donnera la valeur exacte, puis une valeur arrondie au dixième, sera exprimé en unité d'aire.

## Annexe (problème)



**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Métropole 21 juin 2011
# Génie électronique, électrotechnique, optique

**EXERCICE 1** **5 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 2 c.
On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.
2. On considère les deux points $A$ et $B$ d'affixes respectives $z_A = \sqrt{2} + \text{i}\sqrt{2}$ et $z_B = \sqrt{2} - \text{i}\sqrt{2}$.
   **a.** Déterminer le module et un argument de $z_A$ et $z_B$.
   **b.** En déduire la forme exponentielle de $z_A$.
   **c.** Placer les points $A$ et $B$ dans le plan complexe de façon précise. On laissera les traits de construction.
3. On désigne par $R$ la transformation du plan complexe qui, à tout point $M$ d'affixe $z$, fait correspondre le point $M'$ d'affixe $z'$ telle que $z' = z\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{12}}$.
   **a.** Indiquer la nature de la transformation $R$ et préciser ses éléments caractéristiques.
   **b.** On nomme $C$ l'image de $A$ par $R$.
   Déterminer la forme exponentielle de $z_C$ du point $C$, puis sa forme algébrique.
   **c.** Placer le point $C$ sur le graphique.
4. Soit $D$ l'image du point $B$ par la translation $T$ de vecteur d'affixe $-2\sqrt{2}$.
   **a.** Calculer l'affixe $z_D$ du point $D$.
   **b.** Placer $D$ sur le graphique.
   **c.** Quelle est la nature du triangle $ACD$ ? Justifier votre réponses.

**EXERCICE 2** **5 points**

*Les différentes questions sont indépendantes les unes des autres.*
*Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée.*
*Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.*
*Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou une absence de réponses n'enlève ni ne rapporte aucun point.*
*On notera sur la copie le numéro de la question et on recopiera la réponse choisie.*

1. Les solutions de l'équation différentielle $y' = 2y$ sont les fonctions $f$ définies sur $\mathbb{R}$ par :

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = k\text{e}^{0,5x}$ avec $k$ réel | $f(x) = k\text{e}^{-2x}$ avec $k$ réel | $f(x) = k\text{e}^{2x}$ avec $k$ réel |

2. À l'occasion des Jeux Olympiques de Pékin, « La Française des Loteries » a vendu des tickets à gratter au prix de 5 euros pièces.
   Parmi les 750 000 tickets vendus :
   – 152 250 tickets permettent de gagner un lot de 5 € ;
   – 18 050 tickets permettent de gagner un lot de 15 € ;
   – 6 000 tickets permettent de gagner un lot de 45 € ;

– 90 tickets permettent de gagner un lot de 1000 € ;
– 10 tickets permettent de gagner un lot de 10 000 € ;

Le gain d'un joueur est la différence entre la valeur du lot gagné et le prix d'achat du ticket. Le gain peut-être négatif ou positif.

**a.** Tom a acheté un ticket à gratter.
La probabilité qu'il ait gagné de l'argent est égale à :

| | | |
|---|---|---|
| 0,0322 | 0,2352 | 0,5 |

**b.** On désigne par $X$ la variable aléatoire qui, à chaque ticket vendu, associe le gain du joueur. L'espérance mathématique de $X$ arrondie si besoin au centième, est égale à :

| | | |
|---|---|---|
| 15 000 € | 11,77 € | −3,01 € |

**3.** Une urne contient trois boules rouges notées $R_1$, $R_2$, $R_3$ et une boule noire. On tire au hasard et successivement deux boules de l'urne.
La probabilité que les deux boules tirées soient rouges est égale à 0,5.
Parmi les trois propositions suivantes, laquelle est correcte ?

| **Proposition 1** | **Proposition 2** | **Proposition 3** |
|---|---|---|
| Après avoir tiré la première boule, on l'a remise dans l'urne avant de tirer la deuxième. | Après avoir tiré la première boule, on ne l'a pas remise dans l'urne avant de tirer la deuxième. | Les deux types de tirage (avec et sans remise) donne le même résultat. |

**PROBLÈME** **10 points**

Soit la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x}$$

et $\Gamma$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal .
Selon les questions, on pourra remarquer que $f(x)$ peut aussi s'écrire $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$.
Étude de la fonction $f$

**1.** *Dans cette question, on ne demande pas de justification mais des conjectures obtenues avec l'aide de la calculatrice.*
Sur l'écran de la calculatrice, on fera apparaître la courbe $\Gamma$.

**a.** Faire un schéma reproduisant l'écran obtenu en précisant la fenêtre utilisée.

**b.** À partir de la lecture de l'écran, conjecturer le tableau de variation de la fonction $f$.

**2.** *Le but de cette question est de prouver les renseignements conjecturés et indiqués dans le tableau de variation de la question précédente.*

**a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ est du signe de $-\ln(x)$ sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

**b.** En déduire les variations de la fonction $f$.

**c.** Calculer les limites de la fonction $f$ aux bornes de son intervalle de définition.

quelques points particuliers
On considère la portion de la courbe $\Gamma$ figurant sur la feuille **ANNEXE, *à rendre avec la copie***.
$A$ est le point d'intersection de $\Gamma$ avec l'axe des abscisses. $B$ est le point d'abscisse $\mathrm{e}^{0,5}$. $D$ est le point de coordonnées $\left(\mathrm{e}^{-0,5}\ ;\ 0\right)$.

**1.** Justifier que l'abscisse du point $A$ est égale à $\mathrm{e}^{-1}$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte pour l'évaluation.*

   Tracer la droite $(OB)$ sur le graphique de la feuille **ANNEXE, *à rendre avec la copie***.

   Cette droite semble tangente à la courbe $\Gamma$ au point $B$. Qu'en est-il ? Justifier la réponse.

calcul d'aire

On désigne par $\Delta_1$ le domaine du plan limité par l'axe des abscisses, la courbe $\Gamma$ et les droites d'équation $x = \text{e}^{-1}$ et $x = \text{e}^{-0,5}$.

On désigne par $\Delta_2$ le domaine du plan limité par l'axe des abscisses, la portuin de la courbe située en tres points $A$ et $B$ et la droite $(OB)$.

1. Hachuer $\Delta_2$ sur la feuille annexe.
2. **a.** Calculer, en unités d'aire, l'aire du triangle $OBD$.

   **b.** Donner, sans la calculer, une expression qui permet d'obtenir l'aire, en unité d'aire du domaine $\Delta_2$.

   **c.** En déduire, toujours sans la calculer, une expression qui permet d'obtenir l'aire, en unités d'aire, du domaine $\Delta_2$.
3. Soit $g$ la fonction définie sur  par $g(x) = \frac{1}{2}(\ln(x))^2 + \ln(x)$.

   **a.** Vérifier que $g$ est une primitive de $f$ sur l'intervalle .

   **b.** En déduire l'aire de $\Delta_2$ en unités d'aire.

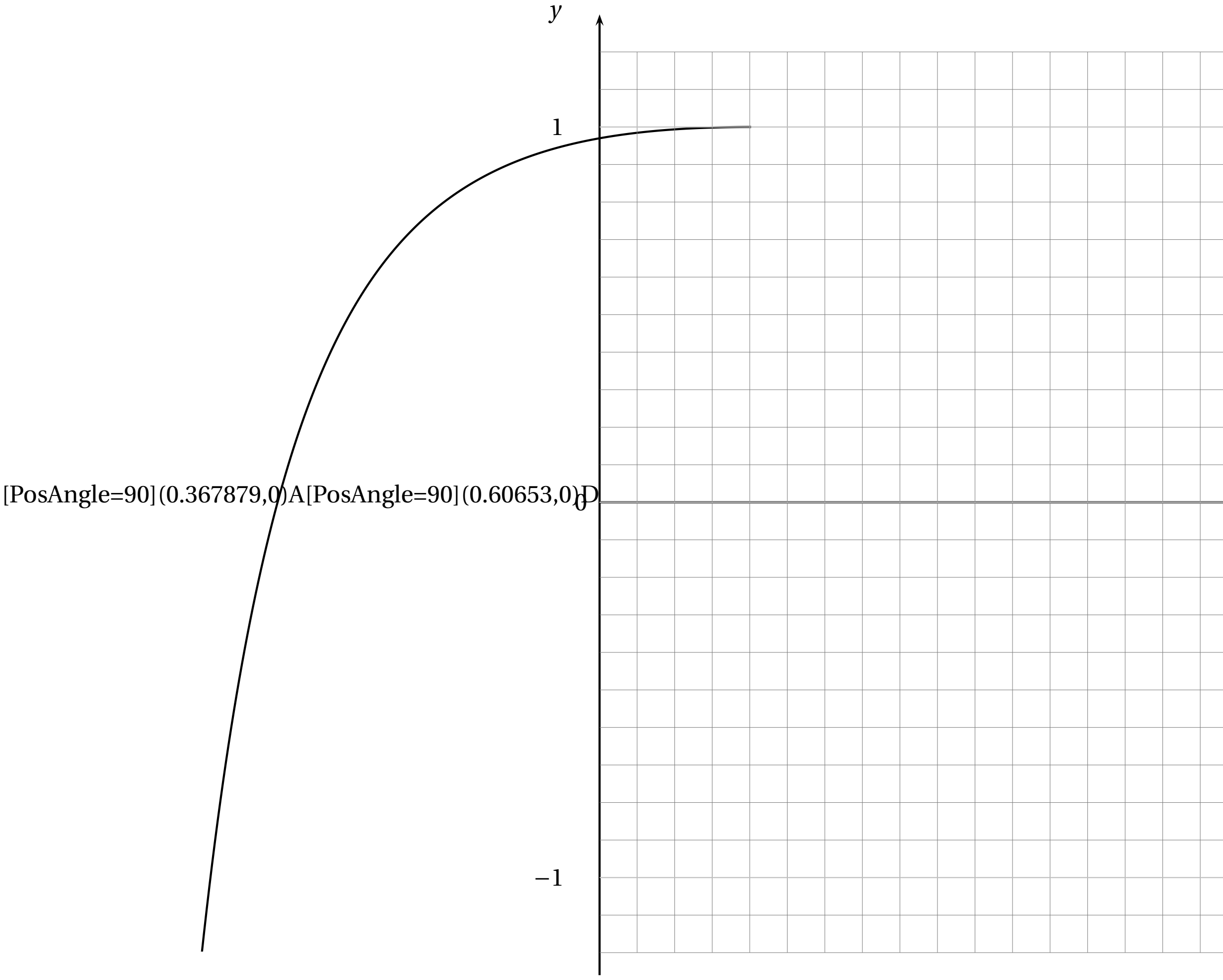



FIGURE 1 – **ANNEXE,** ***à rendre avec la copie***

# Baccalauréat STI Antilles–Guyane 20 juin 2011
# Génie électronique, électrotechnique et optique

**Exercice 1** **5 points**

Rappel : i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

Le plan est muni du repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ (unité : 3 cm).

**1.** Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) :

$$9z^2 - 6z + 2 = 0.$$

**2.** On considère le point A d'affixe $z_{\text{A}} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}\text{i}$ et le point B d'affixe $z_{\text{B}} = \dfrac{1}{z_{\text{A}}}$. Déterminer la forme algébrique de $z_{\text{B}}$.

**3.** Déterminer le module et un argument de $z_{\text{A}}$.
En déduire le module et un argument de $z_{\text{B}}$.

**4.** **a.** Placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ (*faire une figure sur papier millimétré*).

**b.** Montrer que le triangle AOB est rectangle.

**5.** Soit C le point d'affixe $z_{\text{C}} = \text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{8}}$ et C′ le point d'affixe $z_{\text{C}'} = \dfrac{1}{z_{\text{C}}}$.

**a.** Donner une forme exponentielle de $z_{\text{C}'}$.

**b.** Montrer que le point C′ est l'image de C par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$.

**6.** Soit D le point d'affixe $z_{\text{D}} = -\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{3}\text{i}$.
Déterminer l'affixe du vecteur de la translation qui transforme D en A.

**Exercice 2** **5 points**

On dispose d'un dé en forme de tétraèdre régulier, c'est-à-dire dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux. Chacune de ces faces est repérée par une lettre inscrite sur cette face (A, B, C ou D). Chacune des lettres figure sur une et une seule face.
Quand le dé s'immobilise après un lancer, une des faces est cachée et les trois autres sont visibles ; le résultat de ce lancer est la lettre inscrite sur la face cachée du dé.
Le dé est supposé parfaitement équilibré, c'est-à-dire qu'à chaque lancer les quatre résultats possibles sont équiprobables.

Un joueur lance le dé deux fois de suite. On considère les évènements suivants :

$\text{A}_1$ : « le résultat du premier lancer est A »
$\text{A}_2$ : « le résultat du second lancer est A »

**1.** Quelle est la probabilité de $\overline{\text{A}_1}$, évènement contraire de $\text{A}_1$ ?

**2.** Quelle est la probabilité de l'évènement $\overline{\text{A}_1} \cap \text{A}_2$ ?

**3.** Quelle est la probabilité de l'évènement $\text{A}_1 \cap \text{A}_2$ ?

**4.** Pour faire une partie (deux lancers successifs), le joueur doit payer 2 euros.
Si le résultat A est obtenu aux deux lancers, le joueur reçoit 12 €.
Si le résultat A est obtenu à un seul des deux lancers, le joueur reçoit 3 €.
Si le résultat A n'est obtenu à aucun lancer, le joueur ne reçoit rien.
Soit $G$ la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée, associe le gain (positif ou négatif) du joueur en euros, tenant compte des 2 euros payés et de la somme éventuellement reçue.

**a.** Montrer que $p(G=-2)=\dfrac{9}{16}$.

**b.** Quelles sont les valeurs prises par $G$ ?

**c.** Donner la loi de probabilité de $G$.

**d.** Quelle est la probabilité pour que le gain du joueur soit positif ?

**e.** Calculer l'espérance mathématique de $G$.

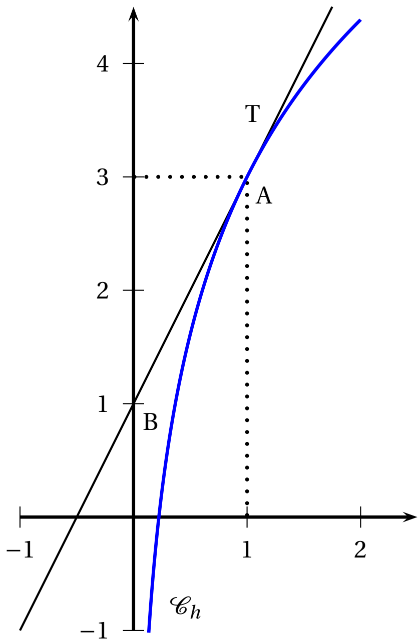
**PROBLÈME** **10 points**

**Partie A**

On considère la fonction $h$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ est tracée ci-contre. La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_h$ au point A de coordonnées $(1\,;\,3)$ ; cette droite coupe l'axe des ordonnées au point B de coordonnées $(0\,;\,1)$. On admet qu'il existe des nombres réels $a$ et $b$ tels que, pour tout nombre réel $x$ dans $]0\,;\,+\infty[$, $h(x)=a\ln x+b$.

*Dans la question suivante, toute recherche, même incomplète, ou initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation :*

Déterminer les nombres réels $a$ et $b$.




**Partie B**

On considère la fonction $g$ définie, pour tout réel $x$ appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, par :

$$g(x)=2x\ln x+x-1.$$

1. On note $g'$ la dérivée de la fonction $g$.
   Montrer que, pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, on a $g'(x)=2\ln x+3$.
2. Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'inéquation $2\ln x+3>0$.
3. Déterminer les limites de la fonction $g$ en 0 et en $+\infty$.
4. Dresser le tableau de variations de $g$ sur $]0\,;\,+\infty[$. On y fera figurer les limites de $g$ ainsi que sa valeur en 1.
5. Prouver que $g(x)<0$ pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,1[$ et $g(x)>0$ pour tout $x$ appartenant à $]1\,;\,+\infty[$.

**Partie C**

On considère la fonction $f$ définie pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=x^2\ln x-x+1.$$

On admet que la limite de la fonction $f$ en 0 est égale à 1.

1. En remarquant que $f(x)=x(x\ln x-1)+1$ pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, calculer la limite de $f$ en $+\infty$.

2. a. Montrer que la fonction dérivée de $f$ est la fonction $g$, définie dans la partie B.

   b. En déduire le tableau de variations de $f$.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Pour chaque valeur, on inscrira dans le tableau l'arrondi au centième.

| $x$ | 0,2 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | 0 | | | | |

4. Dans le plan muni du repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité : 2 cm), tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction $f$. On utilisera une feuille de papier millimétré.

**Partie D**

Soit $\Delta$ la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ (construite dans la partie C) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

1. a. Hachurer la partie $\Delta$ sur le graphique construit dans la partie C.

   b. Par lecture graphique, encadrer par deux entiers consécutifs l'aire $\mathscr{A}$ de la partie $\Delta$ en centimètres carrés.

2. On admet que la fonction $F$ définie pour tout réel $x$ appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = \frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{2} + x$$

   est une primitive de la fonction $f$ définie dans la partie C.

   Déterminer la valeur exacte puis l'arrondi au millième de l'aire $\mathscr{A}$ de $\Delta$ en centimètres carrés.

**Durée : 4 heures**

# ∽ Baccalauréat STI La Réunion juin 2011 ∾
# Génie électronique, électrotechnique, optique

**EXERCICE 1** **5 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.*
*On notera sur la copie le numéro de la question suivie de la lettre correspondant à la réponse choisie.*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.
On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

**1.** Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}}$ et $z_{\mathrm{B}}$. On sait que $|z_{\mathrm{A}}| = \sqrt{3}$ et $|z_{\mathrm{B}}| = 3$. On sait aussi qu'un argument $z_{\mathrm{A}}$ est égal à $\dfrac{\pi}{3}$ et qu'un argument de $z_{\mathrm{B}}$ est égal à $\dfrac{\pi}{4}$.
La forme exponentielle du produit $z_{\mathrm{A}} \times z_{\mathrm{B}}$ est :

**a.** $3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{12}}$ **b.** $3\sqrt{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{12}}$ **c.** $3\sqrt{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{7}}$

**2.** Soit $r$ la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$.
L'image du point C(2 ; 4) par la rotation $r$ est le point D de coordonnées :

**a.** $\left(\sqrt{2}\ ;\ 2\sqrt{2}\right)$ **b.** $\left(-\sqrt{2}\ ;\ -3\sqrt{2}\right)$ **c.** $\left(-\sqrt{2}\ ;\ 3\sqrt{2}\right)$

**3.** La forme algébrique du nombre complexe $\dfrac{1}{2+\mathrm{i}}$ est :

**a.** $\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{3}\mathrm{i}$ **b.** $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{5}\mathrm{i}$ **c.** $\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{5}\mathrm{i}$

**4.** Soit le nombre complexe $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$. Le nombre complexe $z^{2011}$ est égal à :

**a.** $5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ **b.** $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ **c.** $3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$

**5.** Soit l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$. La somme des racines de cette équation est égale à :

**a.** $-2$ **b.** $3\mathrm{i}$ **c.** $2$

**EXERCICE 2** **5 points**

Un jeu en ligne propose aux internautes d'effectuer des missions de difficulté croissante qui, si elles sont réussies, permettent de valider successivement le niveau 1, puis le niveau 2, et enfin le niveau 3.
De plus, les joueurs peuvent bénéficier d'un bonus de rapidité d'un montant de 3 € lorsque le dernier niveau validé l'a été en moins de deux minutes.
Une enquête portant sur 1 200 joueurs a été réalisée.

- 60 % de ces joueurs ont validé le niveau 1 uniquement, et parmi eux, 20 % ont obtenu le bonus de rapidité.
- 120 joueurs ont validé les trois niveaux, et parmi eux, 6 ont obtenu le bonus de rapidité.
- Au total 186 joueurs ont obtenu le bonus de rapidité.

**1.** Compléter le tableau dans l'**ANNEXE 1, à rendre avec la copie.**

| Joueurs ayant validé : | le niveau 1 uniquement | les niveaux 1 et 2 | les trois niveaux | Total |
|---|---|---|---|---|
| avec bonus | | | | |
| sans bonus | | | | |
| Total | | | | 1 200 |

**2.** On choisit un joueur au hasard dans ce groupe.

**a.** Quelle est la probabilité qu'il ait validé les niveaux 1 et 2 sans bonus ?

**b.** Quelle est la probabilité qu'il ait validé les 3 niveaux avec bonus ?

**3.** Chaque joueur doit payer une mise de 5 € pour participer au jeu. Le règlement du jeu est alors défini comme suit :

- sans bonus, la validation du niveau 1 ne rapporte rien,
- sans bonus, la validation des niveaux 1 et 2 rapporte 4 €.
- sans bonus, la validation des trois niveaux rapporte 7 €.

À cela s'ajoute le bonus de rapidité d'un montant de 3 € qui ne peut être attribué qu'une seule fois, dans les conditions précisées en introduction.

Soit $X$ la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain du joueur en euros. On rappelle que le gain est la différence entre la somme rapportée et la mise. Il peut être positif ou négatif.

**a.** Donner la liste des valeurs prises par la variable aléatoire $X$.

**b.** Donner sous forme de tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$.

**c.** Calculer l'espérance mathématique $\text{E}(X)$ de la variable aléatoire $X$.

**4.** Donner une interprétation de E(X).

**PROBLÈME** **10 points**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ par

$$f(x) = \ln x + ax + b,$$

où $a$ et $b$ désignent deux nombres réels, et on note $f'$ la fonction dérivée de $f$ sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
On sait que le tableau de variations de $f$ sur $]0\,;\,10]$ est le suivant :

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| Variations de $f$ | ‖ $-\infty$ | ↗ | $-2+\ln 2$ | ↘ | $-6+\ln 10$ |

**Partie A**

1. Déduire du tableau de variations le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
2. Calculer $f'(x)$ en fonction de $a$ et $b$ pour tout réel $x$ de l'intervalle $]0\,;\,10]$.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   À l'aide de données numériques du tableau de variations, calculer $a$ et $b$.

**Partie B**

On admet que, pour tout réel $x$ appartenant à $]0\,;\,10]$,

$$f(x) = \ln x - \frac{1}{2}x - 1.$$

On considère la fonction $g$ définie sur $]0\,;\,10]$ par

$$g(x) = (\ln x)^2 - x - 2\ln x$$

dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est fournie dans l'**ANNEXE 2 à rendre avec la copie.**

1. **a.** Déterminer la limite de $g$ en 0.
   **b.** Interpréter graphiquement le résultat précédent.
2. **a.** Montrer que pour tout $x$ de $]0\,;\,10]$, $g'(x) = \dfrac{2f(x)}{x}$.
   **b.** Déterminer les variations de la fonction $g$ sur $]0\,;\,10]$.
3. Déterminer une équation de la tangente $T$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
4. **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha$ sur l'intervalle $[0{,}1\,;\,10]$.
   **b.** Donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $0{,}01$.

**Partie C**

Soit $G$ la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ par

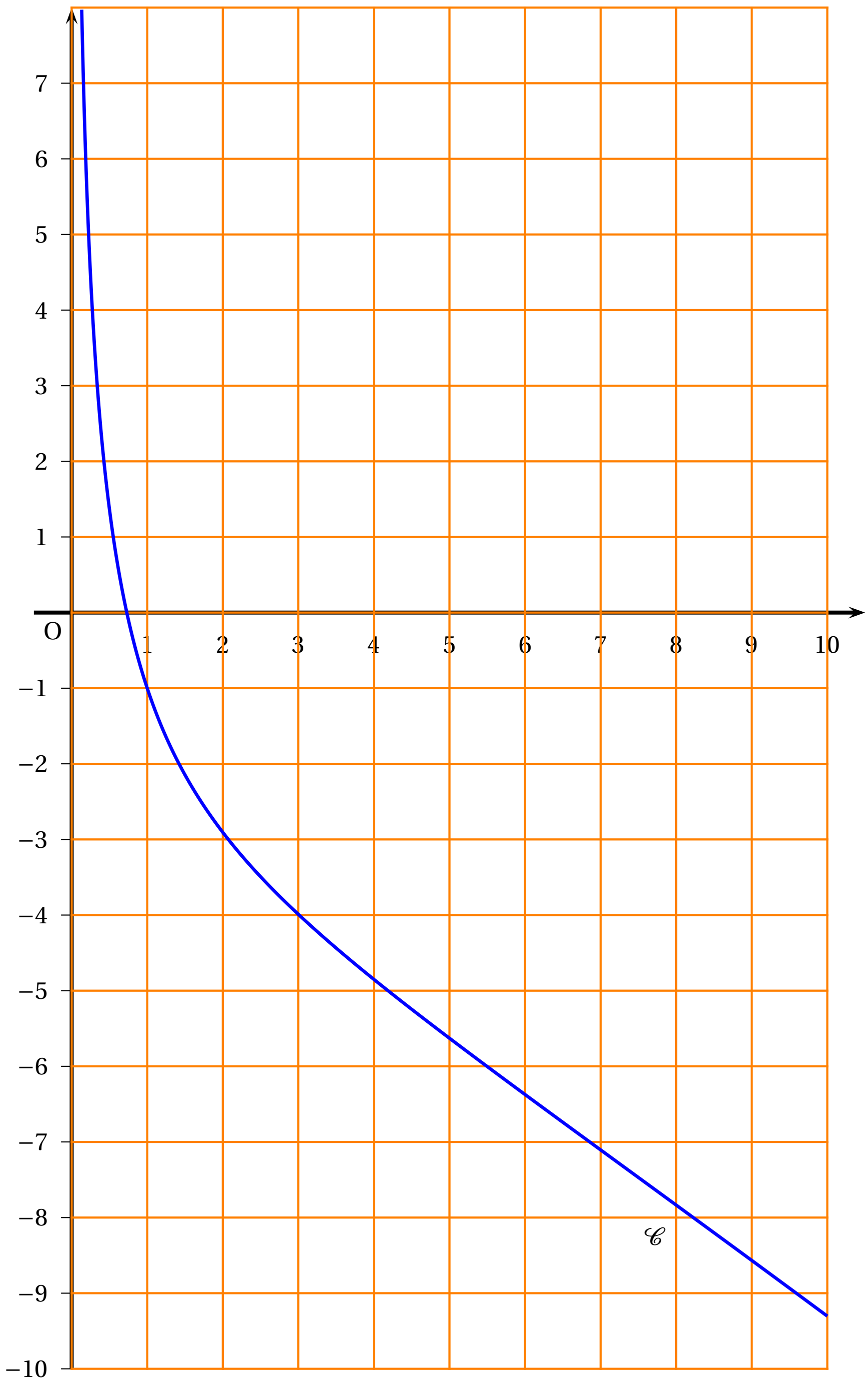
$$G(x) = x(\ln x)^2 - 4x\ln x + 4x - \frac{1}{2}x^2.$$

1. Vérifier que la fonction $G$ est une primitive de la fonction $g$ sur $]0\,;\,10]$.
2. Sur l'**ANNEXE 2 à rendre avec la copie**, figure la courbe $\mathscr{C}$. Tracer la droite $T$ et hachurer le domaine $\Delta$ limité par la droite $T$, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.
3. On admet que la droite $T$ est toujours située au dessous de la courbe $\mathscr{C}$. Calculer, en unités d'aire, l'aire du domaine.

**ANNEXE 1 à rendre avec la copie**

| Joueurs ayant validé : | le niveau 1 uniquement | les niveaux 1 et 2 | les trois niveaux | Total |
|---|---|---|---|---|
| avec bonus | | | | |
| sans bonus | | | | |
| Total | | | | 1 200 |

**ANNEXE 2 à rendre avec la copie**



# ∽ Baccalauréat STI Métropole & La Réunion ∽
# 16 septembre 2010
# Génie électronique, électrotechnique et optique

**EXERCICE 1** **6 points**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.*
*Chaque bonne réponse rapporte* 1 *point et chaque mauvaise réponse enlève* 0,5 *point. Une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.
*On notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.*

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| **1.** Le nombre complexe solution de l'équation $(1+\text{i})z-3+\text{i}=0$ est : | $1-2\text{i}$ | $2-\text{i}$ | $2-2\text{i}$ |
| **2.** On considère le nombre complexe $z_0$ de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. Le nombre complexe $z_0^{2010}$ est : | un réel positif | un imaginaire pur | un réel négatif |
| **3.** L'écriture exponentielle du nombre complexe $-1+\text{i}$ est : | $\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{4}}$ | $\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$ | $\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$ |
| **4.** Si $z_1=2\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ et $z_2=\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$, alors l'écriture exponentielle de $\dfrac{z_1}{z_2}$ est : | $\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{5\pi}{12}}$ | $\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{11\pi}{12}}$ | $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{11\pi}{12}}$ |
| **5.** Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, l'image du point $M$ d'affixe $z=-1+\text{i}\sqrt{3}$ par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{6}$ est le point $M'$ d'affixe $z'$ : | $z'=-\sqrt{3}+\text{i}$ | $z'=\sqrt{3}+\text{i}$ | $z'=\sqrt{3}-\text{i}$ |
| **6.** Si les points A, B, C ont pour affixes respectives $z_{\text{A}}=3+\text{i}\sqrt{3}$, $z_{\text{B}}=1+\text{i}\sqrt{3}$ et $z_{\text{C}}=1-\text{i}\sqrt{3}$, alors le triangle ABC est : | rectangle | isocèle | équilatéral |

**EXERCICE 2** **4 points**

Une urne contient 10 boules. Sur chacune d'elles, on a inscrit un nombre suivant le tableau ci-dessous.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre inscrit sur la boule | 5 | 6 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Nombre de boules | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 |

Un joueur mise 10 €, tire une boule au hasard dans l'urne et reçoit en euros la somme inscrite sur la boule.

1. Le joueur joue une fois : on appelle $p_1$ la probabilité qu'il perde de l'argent (c'est-à-dire que le nombre inscrit sur la boule soit inférieur à 10) et $p_2$ la probabilité qu'il ait un gain positif ou nul.
   Calculer $p_1$ et $p_2$.
2. Soit $X$ la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (une perte est un gain négatif).
   Par exemple : si le joueur tire le nombre 12 son gain est de $+2$ ; s'il tire le nombre 6 son gain est de $-4$.

**a.** Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $X$ ?

**b.** Présenter la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$ dans un tableau.

**c.** Calculer l'espérance mathématique, notée $\mathrm{E}(X)$ , de la variable aléatoire $X$.

Que représente $\mathrm{E}(X)$ pour le joueur ?

**3.** *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On souhaite, en changeant le nombre inscrit sur UNE boule et une seule, rendre le jeu équitable. Proposer une solution.

**PROBLÈME** **10 points**

**Partie A**

**1.** Résoudre l'équation différentielle : $y' - 2y = 0$ (E).

**2.** Déterminer la fonction $g$, solution particulière de (E), vérifiant $g'(0) = -1$.

**Partie B**

La courbe fournie sur le **document annexe** représente la fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = a\mathrm{e}^{bx}$ où $a$ et $b$ désignent deux nombres réels.
Les points K et F ont pour coordonnées respectives $(0 ; 3)$ et $(1 ; 6)$. La droite (KF) est tangente à la courbe au point K.

**1.** Déterminer le coefficient directeur de la droite (KF).

**2.** À l'aide des coordonnées du point K et du coefficient directeur trouvé, déterminer les valeurs des nombres réels $a$ et $b$.

**Partie C**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]-\infty ; 2]$ par :

$$f(x) = 3\mathrm{e}^{x} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction $f$ dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.

**1.** **a.** Calculer la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers $-\infty$.

**b.** En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote dont on donnera une équation.

**2.** **a.** Calculer $f'(x)$.

**b.** Vérifier que, pour tout $x$ de l'intervalle $]-\infty ; 2]$ : $f'(x) = \mathrm{e}^{x}(3 - \mathrm{e}^{x})$.

**c.** Étudier le signe de $f'(x)$.

En déduire le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]-\infty ; 2]$.

**3.** Déterminer le coefficient directeur de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

**4.** Déterminer les coordonnées du point B, intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

**5.** Tracer la tangente $(T)$ et la courbe $\mathscr{C}$, après avoir placé les points A et B.

**6.** **a.** Hachurer la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \ln 6$.

**b.** Calculer en unités d'aire, puis en $\text{cm}^2$, l'aire de la partie hachurée.

**7.** *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

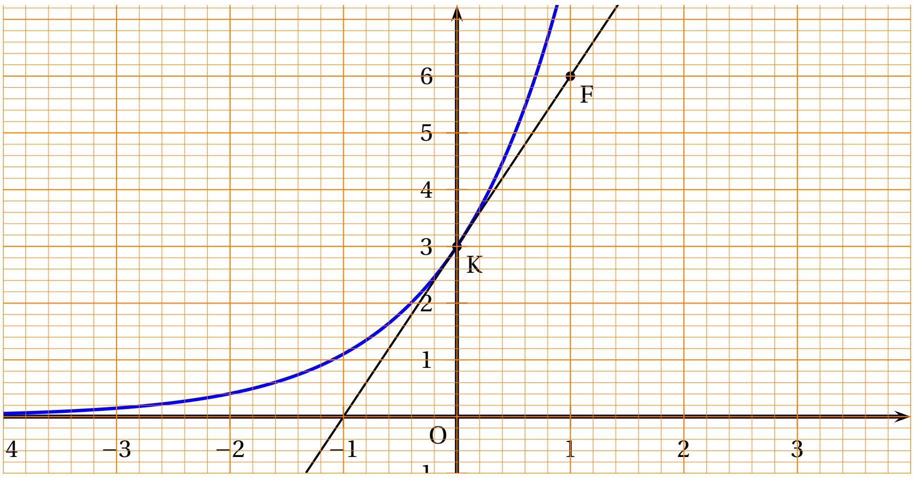
Pour tout nombre réel $\alpha$ inférieur à $\ln 6$, on désigne par $\mathscr{A}(\alpha)$, l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine constitué par l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que : $\left\{\begin{array}{ccccc} \alpha & \leqslant & x & \leqslant & \ln 6 \\ 0 & \leqslant & y & \leqslant & f(x) \end{array}\right.$

On admet que : $\mathscr{A}(\alpha) = \left(\dfrac{1}{2}\text{e}^{\alpha} - 3\right)^2$ unités d'aire.

Peut-on obtenir une aire de $8\ \text{cm}^2$ ?

## Problème, partie B

### Document annexe



# Baccalauréat STI Nouvelle–Calédonie novembre 2010
# Génie électronique, électrotechnique et optique

**EXERCICE 1** **5 points**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 3 centimètres. On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

**1.** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation

$$z^2 - z\sqrt{3} + 1 = 0.$$

**2.** Soient A et B deux points du plan complexe d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = \frac{\sqrt{3}+\text{i}}{2} \quad \text{et} \quad z_{\text{B}} = \frac{\sqrt{3}-\text{i}}{2}$$

**a.** Déterminer le module et un argument de $z_{\text{A}}$ et de $z_{\text{B}}$.

**b.** Écrire $z_{\text{A}}$ et $z_{\text{B}}$ sous forme exponentielle.

**c.** Placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

**3.** Soit $r$ la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$.

**a.** Construire le point C, image du point B par la rotation $r$.

**b.** Calculer l'affixe $z_{\text{C}}$ du point C. On donnera d'abord la forme exponentielle de $z_{\text{C}}$ puis sa forme algébrique.

**4.** Soit $t$ la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AO}}$.

**a.** Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{AO}}$ a pour affixe $-\dfrac{\sqrt{3}+\text{i}}{2}$.

**b.** En déduire l'affixe $z_{\text{D}}$ du point D, image du point B par la translation $t$.

**c.** Construire le point D.

**5.** Montrer que le triangle OBD est équilatéral.

**6.** Montrer que le triangle BCD est rectangle.

**EXERCICE 2** **4 points**

Une entreprise fabrique des pièces en grande série. Une pièce est considérée conforme si elle répond aux critères de diamètre et d'épaisseur exigés. Afin de vérifier la conformité de ces pièces, on procède à deux tests : un test sur le diamètre et un test sur l'épaisseur.

On effectue les deux tests sur 500 pièces et on observe que :

- 18 pièces ont un défaut de diamètre ;
- 15 pièces ont un défaut d'épaisseur ;
- 5 pièces ont les deux défauts.

**1.** Recopier et compléter le tableau suivant :

| | Pièces ayant un défaut de diamètre | Pièces n'ayant pas un défaut de diamètre | Total |
|---|---|---|---|
| Pièce ayant un défaut d'épaisseur | | | |
| Pièce n'ayant pas un défaut d'épaisseur | | | |
| Total | 18 | | 500 |

**2.** On prélève au hasard une pièce parmi les 500 pièces testées. Elles ont toutes la même probabilité d'être choisies. Quelle est la probabilité que la pièce prélevée présente les deux défauts ?

**3.** On prélève au hasard une pièce parmi celles qui présentent un défaut de diamètre. Elles ont toutes la même probabilité d'être choisies. Quelle est la probabilité, à $10^{-2}$ près, que la pièce prélevée présente également un défaut d'épaisseur ?

**4.** Soit $X$ la variable aléatoire qui, à chaque pièce prélevée, associe le nombre de défauts de conformité de la pièce.

  **a.** Donner la loi de probabilité de $X$.

  **b.** Calculer l'espérance de $X$.

**PROBLÈME** **11 points**

Les parties A et B sont indépendantes

**Partie A : Détermination d'une fonction *f***

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{x} + c$$

où $a$, $b$ et $c$ désignent trois réels que l'on se propose de déterminer dans cette partie.
On note $f'$ la dérivée de la fonction $f$.
Sur le graphique de l'annexe, à rendre avec la copie, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 centimètre en abscisse et 0,25 centimètre en ordonnée.
La courbe $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 3.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(0 ; 7) et la droite T est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$.
Le point B(−2 ; 1) appartient à la droite T.

**1.** À l'aide des données précédentes et du graphique, donner sans justification les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.

**2.** Exprimer $f(0)$ en fonction de $b$ et de $c$.

**3.** **a.** Montrer que, pour tout réel $x$, $f'(x) = (ax + a + b)\mathrm{e}^{x}$.

  **b.** En déduire les expressions de $f'(0)$ et de $f'(3)$ en fonction de $a$ et de $b$.

**4.** **a.** En utilisant les résultats des questions 1., 2. et 3.b, montrer que $a$, $b$ et $c$ vérifient le système d'équations :

$$\left\{\begin{array}{lcl} b + c & = & 7 \\ a + b & = & 3 \\ 4a + b & = & 0 \end{array}\right.$$

  **b.** Déterminer les valeurs de $a$, $b$ et $c$ puis donner l'expression de $f(x)$.

**Partie B : Étude de la fonction *f***

Dans la suite du problème, on admet que la fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (-x + 4)\mathrm{e}^{x} + 3$$

**1.** Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.

**2.** En remarquant que, pour tout réel $x$, $f(x) = -x\mathrm{e}^{x} + 4\mathrm{e}^{x} + 3$, calculer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$).

Interpréter graphiquement la limite trouvée.

3. a. Déterminer la dérivée de la fonction $f$ et étudier son signe.
   b. Donner le tableau de variations de la fonction $f$.

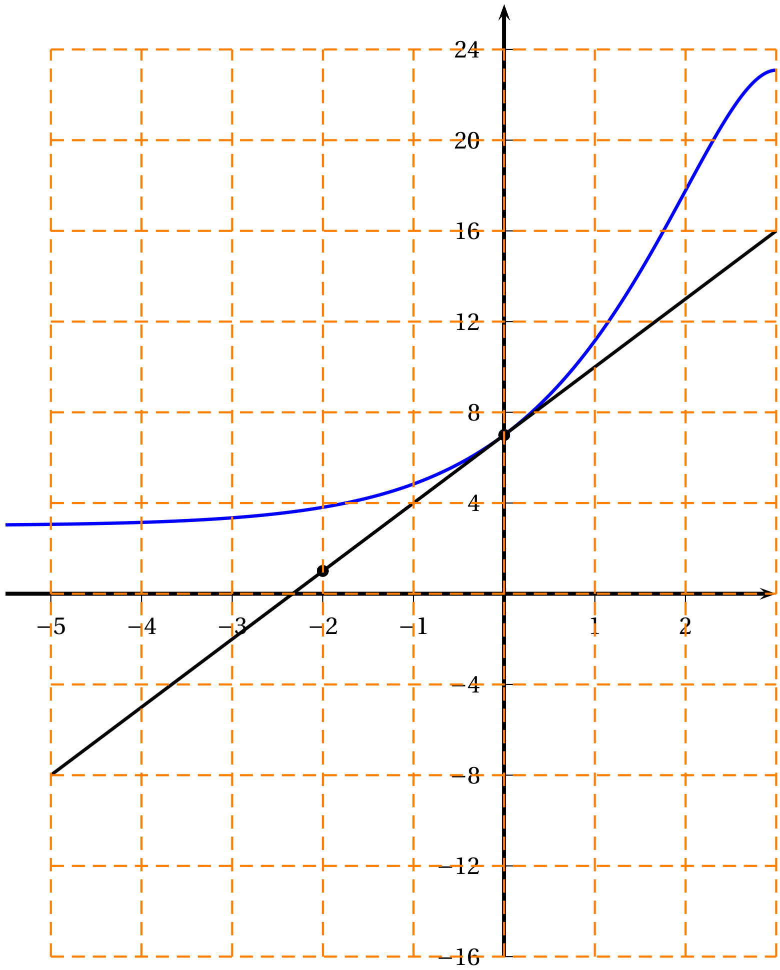
**Partie C : Calcul d'aire**

1. On considère la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (-x+5)\mathrm{e}^{x} + 3x.$$

   Montrer que la fonction $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. a. Soit D le domaine du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite T d'équation $y = 3x+7$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 3$.
   Hachurer le domaine D sur le graphique de l'annexe.
   b. Calculer, en centimètres carrés, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine D.
   On donnera la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis une valeur arrondie à $10^{-2}$ près.

**Annexe (problème) à rendre avec la copie**



**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Polynésie 14 juin 2011
# Génie électronique, électrotechnique, optique

**EXERCICE 1** **4,5 points**

Dans un restaurant, chaque client peut composer son menu en choisissant une seule entrée, un seul plat et un seul dessert parmi ceux proposés dans la carte ci-dessous :

*Entrées*
Crudités (3 euros)
Salade du chef (7 euros)

*Plats*
Plat du jour (8 euros)
Rôti de bœuf (10 euros)
Filet de daurade (10 euros)

*Desserts*
Glace (2 euros)
Tartelette aux pommes (6 euros)

Dans la suite du problème, on suppose qu'un client compose son menu au hasard et on admet que tous les choix possibles sont équiprobables.

1. Combien de menus (entrée + plat + dessert) différents peut composer le client ? On représentera ces différentes possibilités à l'aide d'un arbre.
2. Quelle est la probabilité que le menu composé comporte les crudités en entrée et une glace en dessert ?
3. Quelle est la probabilité que ce client paye 19 euros ?
4. On appelle $X$ la variable aléatoire qui, à chaque menu, associe son prix en euros.
   a. Quelles sont les six valeurs prises par la variable aléatoire $X$ ?
   b. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$.
   c. Calculer l'espérance $\mathrm{E}(X)$ de la variable aléatoire $X$ (arrondir à $10^{-2}$ près).

**EXERCICE 2** **5,5 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\, \overrightarrow{u},\, \overrightarrow{v}\right)$ d'unité graphique 2 centimètres. On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$\left(z-\sqrt{2}-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(z^2+2z\sqrt{3}+4\right)=0$$

2. On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_{\mathrm{A}}=2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ et $z_{\mathrm{B}}=-\sqrt{3}+\mathrm{i}$.
   a. Déterminer la forme algébrique de $z_{\mathrm{A}}$.
   b. Déterminer la forme exponentielle de $z_{\mathrm{B}}$.

**c.** Placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

**d.** Montrer que B est l'image de A par une rotation de centre O dont on déterminera l'angle.

**3.** Soit D le point d'affixe $z_{\text{D}} = \left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)+\text{i}\left(1+\sqrt{2}\right)$.

**a.** Placer le point D sur la figure et prouver que OADB est un losange.

**b.** Prouver que OADB n'est pas un carré.

**PROBLÈME** **10 points**

*Les parties B et C sont indépendantes de la partie A*

**Partie A**

On considère l'équation différentielle notée

$$(E_1)\ :\quad y'-2y=\frac{9}{2}\text{e}^x-4,$$

où $y$ désigne une fonction de la variable $x$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

**1.** Résoudre l'équation différentielle notée $(E)$ : $y'-2y=0$.

**2.** On pose, pour tout réel $x$, $f(x)=y(x)-\frac{9}{2}\text{e}^x+2$, où $y$ est solution de l'équation $(E)$.

**a.** Calculer, pour tout réel $x$, $f'(x)-2f(x)$. En déduire que la fonction $f$ est solution de l'équation $(E_1)$.

**b.** Parmi les fonctions $f$ précédentes, déterminer celle qui vérifie $f\left[\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right]=0$.

**Partie B**

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\text{e}^{2x}-\frac{9}{2}\text{e}^x+2$$

Sur le graphique donné en annexe, on a tracé sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 centimètres.

**1.** Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$.

**2.** En déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote $\Delta$ dont on précisera une équation.
Tracer la droite $\Delta$ sur le graphique donné en annexe.

**3.** Justifier que, pour tout réel $x$, $f(x)=\left(\text{e}^x-4\right)\left(\text{e}^x-\frac{1}{2}\right)$.

**4.** En déduire la limite de $f$ en $+\infty$.

**Partie C**

**1.** Montrer que, pour tout réel $x$, $f'(x)=2\text{e}^x\left(\text{e}^x-\frac{9}{4}\right)$.

**2.** Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau complet des variations de la fonction $f$ (on calculera en particulier la valeur exacte de l'extremum).

**3.** Déterminer une équation de la tangente $T$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0, puis tracer cette tangente $T$ sur le graphique donné en annexe.

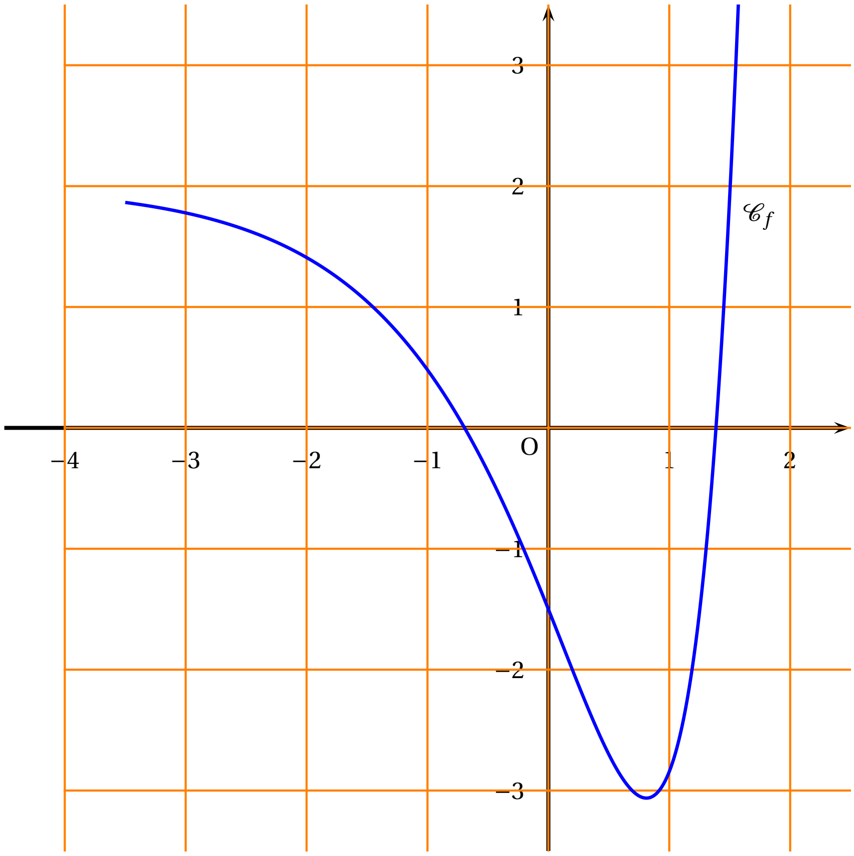
**4.** La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\Delta$ se coupent en un point A.

**a.** Par simple lecture graphique, déterminer une valeur approchée de l'abscisse $x_A$ de ce point.

**b.** Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 2$. En déduire la valeur exacte de $x_A$.

**c.** Par lecture graphique, déterminer la position de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite $\Delta$.

**Annexe : à rendre avec la copie**



**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Génie mécanique, civil Métropole 16 septembre 2010

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée pour cette épreuve.
Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.

## EXERCICE 1 — 5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

**1.** Soit le polynôme $P$ défini pour tout nombre complexe $z$ par :

$$P(z) = z^3 - 27.$$

**a.** Calculer $P(3)$ ; en déduire une factorisation de $P(z)$.

**b.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 3z + 9 = 0.$$

**c.** En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de $P(z) = 0$.

**2.** Soient $\text{M}_1$, $\text{M}_2$ et $\text{M}_3$ les points d'affixes respectives :

$$z_1 = 3, \quad z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{i} \quad \text{et} \quad z_3 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{i}.$$

**a.** On propose dans le tableau ci-dessous trois écritures sous forme exponentielle des nombres complexes $z_2$ et $z_3$.

| Écriture 1 | Écriture 2 | Écriture 3 |
|---|---|---|
| $z_2 = 3\text{e}^{\frac{\pi}{6}\text{i}}$ et $z_3 = 3\text{e}^{-\frac{\pi}{6}\text{i}}$ | $z_2 = 3\text{e}^{-\frac{2\pi}{3}\text{i}}$ et $z_3 = 3\text{e}^{\frac{2\pi}{3}\text{i}}$ | $z_2 = 3\text{e}^{\frac{2\pi}{3}\text{i}}$ et $z_3 = 3\text{e}^{-\frac{2\pi}{3}\text{i}}$ |

Déterminer celle qui convient en justifiant votre réponse.

**b.** Placer de façon précise les points $\text{M}_1$, $\text{M}_2$ et $\text{M}_3$ dans le repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ défini précédemment. (*On laissera apparents les traits de construction.*)

**c.** Répondre par VRAI ou FAUX en justifiant votre choix à chaque proposition suivante :

Proposition 1 : Les distances $\text{M}_1\text{M}_2$ et $\text{M}_1\text{M}_3$ sont différentes.

Proposition 2 : L'aire du triangle $\text{M}_1\text{M}_2\text{M}_1$ est $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ cm$^2$.

## EXERCICE 2 — 6 points

Une entreprise fabrique des pots de peinture cylindriques en fer, dont l'étanchéité est assurée par un joint de caoutchouc. Tous les jours, le chef d'équipe prélève un échantillon au hasard dans la production, contrôle les dimensions de chaque pot et l'épaisseur du caoutchouc.

**Partie A - Échantillon du lundi**

Ce lundi, le chef d'équipe prélève 250 pots au hasard. Il les contrôle tous et il constate que :

- 232 pots ne présentent pas de défaut ;
- 5 pots présentent au moins un défaut de dimension ;
- 2 pots exactement présentent à la fois un défaut de dimension et un défaut d'épaisseur de caoutchouc.

**1.** Compléter sur l'annexe (à rendre avec la copie), le tableau d'effectifs suivant :

| **Tableau du lundi** | Pièces présentant un défaut de dimension | Pièces ne présentant pas de défaut de dimension | Total |
|---|---|---|---|
| Pièces présentant un défaut d'épaisseur de caoutchouc | | | |
| Pièces ne présentant pas de défaut d'épaisseur de caoutchouc | | | |
| Total | 5 | | 250 |

**2.** En déduire le pourcentage de pièces dans l'échantillon du lundi ne présentant pas de défaut d'épaisseur de caoutchouc.

**Partie B - Échantillon du mardi**

Le lendemain mardi, le chef d'équipe prélève 200 pots au hasard dans la production et il les contrôle tous ; la répartition des pièces suivant les défauts est donnée dans le tableau ci-dessous :

| **Tableau du mardi** | Pièces présentant un défaut de dimension | Pièces ne présentant pas de défaut de dimension | Total |
|---|---|---|---|
| Pièces présentant un défaut d'épaisseur de caoutchouc | 1 | 10 | 11 |
| Pièces ne présentant pas de défaut d'épaisseur de caoutchouc | 2 | 187 | |
| Total | 3 | 197 | 200 |

On admet que cette répartition reflète l'ensemble de la production de ce mardi, et que chaque pot a la même probabilité d'être prélevé. On prélève au hasard un pot de peinture produit ce jour, et on considère les événements suivants :

$D$ : « le pot prélevé présente un défaut de dimension » ;

$E$ : « le pot prélevé ne présente pas de défaut d'épaisseur de caoutchouc ».

**1.** **a.** Calculer la probabilité de chacun des événements $D$ et $E$.

**b.** Définir en une phrase chacun des événements $D \cap E$ et $D \cup E$, puis calculer sa probabilité.

**On admet désormais que cette répartition du mardi reflète parfaitement l'ensemble de la production journalière.**

Sachant que :

– tout pot avec le seul défaut d'épaisseur de caoutchouc est réparé avec un surcoût de 0,15 euro,

– tout pot avec un défaut de dimension est invendable, le tableau ci-dessous récapitule le coût de production et le prix de vente des pots suivant les défauts constatés :

| | Pot sans défaut | Pot avec le seul défaut d'épaisseur de caoutchouc | Pot avec un défaut de dimension (au moins) |
|---|---|---|---|
| Coût de production | 1,30 euros | 1,45 euros (car 0,15 euro de surcoût pour corriger le défaut) | 1,30 euros |
| Prix de vente | 1,50 euros | 1,50 euros | 0 euro (invendable) |

On note $X$ la variable aléatoire associant à chaque pot, le gain net en euros (différence entre le prix de vente et le coût de production) réalisé par l'entreprise lors de sa vente.

2. **a.** Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $X$ ?

   **b.** Vérifier que la probabilité pour que le gain net soit égal à 0,05 euro est :

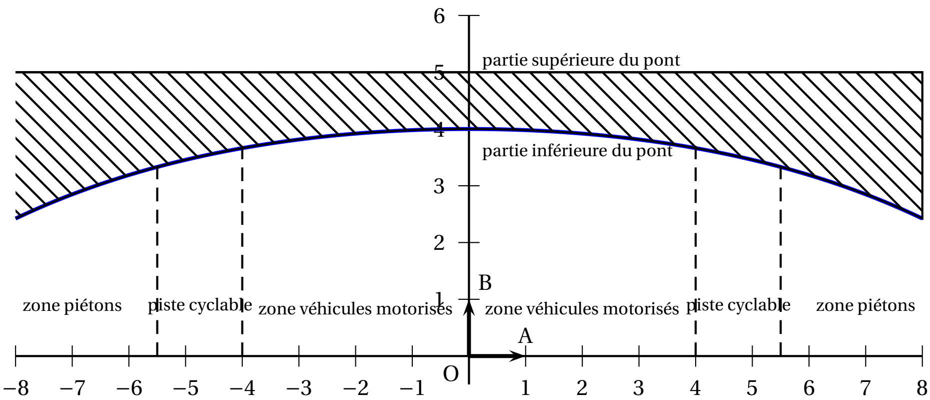
$$p(X = 0,05) = \frac{1}{20}$$

   **c.** Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$.

   **d.** Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire $X$ ; interpréter le résultat obtenu.

**PROBLÈME** **9 points**

Un pont à une seule arche d'une longueur de 16 mètres, enjambe une route à double circulation. Dans un repère orthonormé, la figure ci-dessous représente à l'échelle 1/100 une vue de l'une des deux façades de ce pont.
La partie supérieure du pont est à une hauteur de 5 mètres au dessus de la route.
La partie de l'axe des abscisses comprises entre −8 et +8 représente la chaussée sur laquelle sont délimitées les zones de circulation des piétons, des cyclistes et des véhicules motorisés.




**Partie 1 - Étude de la fonction $f$ représentée par la courbe $\mathscr{C}$**

Soit la fonction $f$ définie pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-8 ; 8]$ par :

$$f(x) = a - \frac{e^{0,2x} + e^{-0,2x}}{2}$$

où $a$ désigne un nombre entier naturel.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative donnée ci-dessus dans le repère orthonormé (O, A, B).

1. Déterminer graphiquement $f(0)$. En déduire que, pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-8 ; 8]$,

$$f(x) = 5 - \frac{e^{0,2x} + e^{-0,2x}}{2}$$

2. Comparer $f(-x)$ et $f(x)$ pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-8~;~8]$.
   Que peut-on en déduire graphiquement ?
3. Montrer que la fonction $f'$, fonction dérivée de la fonction $f$, est définie pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-8~;~8]$ par :
$$f'(x) = \frac{1}{10}\mathrm{e}^{-0,2x}\left(1-\mathrm{e}^{0,4x}\right).$$
4. Calculer $f'(0)$. En déduire une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 0.
5. Résoudre algébriquement, pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-8~;~8]$, l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.
6. Dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-8~;~8]$.
7. Reproduire et compléter avec une précision de $10^{-2}$ par défaut le tableau suivant :

| $x$ | 4 | 5,5 | 8 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | |

   En déduire la hauteur maximale d'un véhicule motorisé pour qu'il puisse passer sous ce pont en tenant compte du fait que l'on doit laisser une hauteur de sécurité de 50 cm au dessus du véhicule.

**Partie 2 - Calcul d'aire**

On veut peindre les deux façades de l'armature du pont à arche. On appelle $\mathcal{A}$ l' aire de la partie hachurée sur la figure donnée au début du problème.

1. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-8}^{8}\left(\mathrm{e}^{0,2x} + \mathrm{e}^{-0,2x}\right)\,\mathrm{d}x$.
2. Calculer $\mathcal{A}$ l'aire (exprimée en m$^2$) de la partie hachurée sur la figure donnée au début du problème.
3. En déduire que l'aire de la surface totale à peindre est égale à $10\left(\mathrm{e}^{1,6} - \mathrm{e}^{-1,6}\right)$ m$^2$, soit environ $47,52$ m$^2$.
4. La peinture utilisée pour peindre les façades du pont est vendue par bidon de 30 litres. Sachant que cette peinture a une propriété de recouvrement de 0,3 mètre carré par litre, combien de bidons sont nécessaires pour recouvrir les deux faces de cette construction ?

**ANNEXE (à rendre avec la copie)**

**Exercice 2**

| Tableau du lundi | Pièces présentant un défaut de dimension | Pièces ne présentant pas de défaut de dimension | Total |
|---|---|---|---|
| Pièces présentant un défaut d'épaisseur de caoutchouc | | | |
| Pièces ne présentant pas de défaut d'épaisseur de caoutchouc | | | |
| Total | 5 | | 250 |

**Durée : 4 heures**

# Baccalauréat STI Métropole 21 juin 2011 Génie mécanique, génie des matériaux

**EXERCICE 1** **6 points**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$(unité graphique : 2 cm).

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z - iz\sqrt{3} = 4$. On donnera la forme algébrique de la solution.
2. On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = z_1 \times e^{i\frac{\pi}{2}}$. On note $A$ le point d'affixe $z_1$ et B le point d'affixe $z_2$.
   **a.** Calculer le module et un argument des nombres complexes $z_1$ et $z_2$.
   **b.** Sur papier millimétré, placer les points $A$ et $B$ dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
   **c.** Montrer que le triangle $OAB$ est un triangle rectangle isocèle en $O$.
3. Soit le nombre complexe $z_3$ défini par $z_3 = z_1 + z_2$.
   **a.** Écrire $z_3$ sous forme algébrique.
   **b.** Placer le point $C$ d'affixe $z_3$ dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
   **c.** *Dans la question qui suit, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Quelle est la nature du quadrilatère $OACB$ ?

**EXERCICE 2** **5 points**

Une entreprise fabrique des vis de longueur théorique 40 mm et de diamètre théorique 4 mm. Pour vérifier la qualité de la production, on prélève un échantillon de 1 000 vis dans la production de la machine fabriquant ces vis. La composition de cet échantillon est donnée par le tableau .

| $D$ \ $L$ | 39,5 | 39,6 | 39,7 | 39,8 | 39,9 | 40 | 40,1 | 40,2 | 40,3 | 40,4 | 40,5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3,9 | 0 | 3 | 7 | 19 | 23 | 56 | 30 | 10 | 3 | 1 | 0 | 152 |
| 4 | 2 | 5 | 10 | 50 | 97 | 275 | 135 | 95 | 16 | 3 | 2 | 690 |
| 4,1 | 1 | 2 | 7 | 10 | 30 | 43 | 40 | 20 | 5 | 0 | 0 | 158 |
| Total | 3 | 10 | 24 | 79 | 150 | 374 | 205 | 125 | 24 | 4 | 2 | 1 000 |

$D$ : Diamètre en mm et $L$ : Longueur en mm

On admet que cet échantillon permet de modéliser la production de la machine.
On choisit une vis au hasard.
On suppose que le choix d'une vis se fait dans une situation d'équiprobabilité.

1. **a.** Quelle est la probabilité $P_1$ de choisir une vis de diamètre 4 mm et de longueur 40,3 mm ?
   **b.** Quelle est la probabilité $P_2$ de choisir une vis de diamètre 4,1 mm ?
   **c.** Quelle est la probabilité $P_3$ de choisir une vis dont la longueur est comprise entre 39,8 mm et 40,2 mm et dont le diamètre est de 4 mm ?
2. Soit $X$ la variable aléatoire qui, à toute vis choisie, associe sa longueur en mm.
   **a.** Déterminer la loi de probabilité de $X$.
   **b.** Calculer l'espérance de la variable aléatoire $X$.
   Interpréter ce résultat.

3. Les indications écrites dans la notice de la machine, partie fiabilité, précisent que, pour une fabrication de vis de longueur 40 mm, 80 % des vis devraient avoir une longueur comprise entre 39,9 mm et 40,1 mm. Dans le cas contraire, un réglage de la machine par le service maintenance s'imposerait.
   **a.** Calculer la probabilité $P(39,9 \leqslant X \leqslant 40,1)$.
   **b.** Expliquer la décision, prise par le service maintenance, d'effectuer un réglage de la machine.

**PROBLÈME** **9 points**

On considère la fonction $f$ définie pour tout réel $x$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 4\mathrm{e}^{x} + 3.$$

On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal.
Unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

**Partie A Étude des variations de la fonction**

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   **b.** Que peut-on en déduire concernant la courbe $\mathscr{C}_f$ ?
2. **a.** Vérifier que, pour tout réel $x$, on a : $f(x) = \mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}^{x} - 4) + 3$.
   **b.** En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. **a.** Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire : $f'(x) = 2\mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}^{x} - 2)$.
   **b.** En déduire les variations de la fonction $f$.

**Partie B Recherche de points de la courbe, d'une tangente et tracé de la courbe**

1. Soit $A$ le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $\ln(4)$. Déterminer son ordonnée.
2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^2 - 4X + 3 = 0$.
   **b.** En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$ (on pourra poser $X = \mathrm{e}^{x}$). Préciser les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
3. Déterminer une équation de la tangente $T$ à $\mathscr{C}_f$ au point $O$ d'abscisse 0.
4. Dans le repère , construire les éventuelles asymptotes, les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses, la tangente $T$ et la courbe $\mathscr{C}_f$.

**Partie C Calcul d'aire**

On considère la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 4\mathrm{e}^{x} + 3x.$$

1. Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer une valeur approchée de l'aire, exprimée en cm$^2$, de la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = -1$ et l'axe des ordonnées.

# Baccalauréat STI Métropole septembre 2010
## Génie mécanique, des matériaux

**EXERCICE 1** **6 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

1. **a.** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + z + 1 = 0$$

On notera $z_1$ et $z_2$ les solutions de cette équation, $z_1$ étant celle dont la partie imaginaire est négative.

**b.** Montrer que $z_1^2 = z_2$.

2. **a.** On considère dans la suite de l'exercice les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_1 = \frac{-1 - \text{i}\sqrt{3}}{2}, \quad z_2 = \frac{-1 + \text{i}\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad z_3 = 1.$$

Écrire chacun de ces trois nombres complexes sous forme trigonométrique et en déduire que $z_1^3 = z_3$.

**b.** Calculer $z_1^{2010}$.

3. **a.** Placer les points A, B et C dans le plan. On prendra 4 cm comme unité graphique sur chacun des axes.

**b.** Montrer que ces points sont sur un cercle, dont on déterminera le centre et le rayon.

**Dans les questions suivantes, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

4. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.
5. Placer le point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme puis calculer les coordonnées du point D.
6. Expliquer, sans faire de calculs, pourquoi les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

**EXERCICE 2** **4 points**

**Partie A**

On considère l'équation différentielle

$$(E_0 :) \quad y'' + 9y = 0$$

où $y$ est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle $(E_0)$.
2. Déterminer la solution particulière $f$ de l'équation différentielle $(E_0)$ vérifiant les conditions $f(0) = \sqrt{3}$ et $f'(0) = 3$.
3. À l'aide de la formule $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$, montrer que $f(x)$ peut s'écrire :

$$f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right).$$

**Partie B**

On considère maintenant l'équation différentielle

$$(E_1) : \quad y'' + 9y = \mathrm{e}^{-x}.$$

1. Montrer que la fonction $g$ définie par $g(x) = \dfrac{1}{10}\mathrm{e}^{-x}$ est une solution de $(E_1)\cdot$
2. Montrer que la fonction $f + g$ est solution de $(E_1)$.

**PROBLÈME** **10 points**

**Partie A**

Soit $g$ la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$$

1. Déterminer la fonction dérivée $g'$ de la fonction $g$ et montrer que cette dérivée peut s'écrire :

$$g'(x) = \frac{2\left(x^2 - 1\right)}{x}$$

2. Étudier le signe de $g'(x)$ et établir le tableau de variations de la fonction $g$ (les limites de la fonction $g$ en 0 et en $+\infty$ ne sont pas demandées).
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

**Partie B**

On considère maintenant la fonction $f$ définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$, d'expression :

$$f(x) = \frac{2\ln(x)}{x} + x - 1$$

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentant la fonction $f$ dans le repère donné sur l'annexe jointe au sujet.

1. **a.** Calculer $\displaystyle\lim_{x \to 0} f(x)$ et en déduire que la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction $f$ admet une asymptote dont on déterminera une équation.

   **b.** Calculer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$. x-++oo

   **c.** Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite $\Delta$ d'équation $y = x - 1$ comme asymptote.

   **d.** Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite $\Delta$.

   **e.** Tracer la droite $\Delta$ sur le graphique donné dans l'annexe, à rendre avec la copie.
2. **a.** Calculer la fonction dérivée $f'$ de $f$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

   **b.** Déduire de la partie A le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de $f$.
3. **a.** Donner une équation de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

   **b.** Représenter $\mathscr{T}$ sur le graphique joint en annexe, à rendre avec la copie.

**Partie C**

1. **a.** Calculer la dérivée de la fonction $H$ définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $H(x) = [\ln(x)]^2$.

   **b.** En déduire une primitive de la fonction $f$.

2. Déduire de ce calcul la valeur exacte de l'intégrale suivante : $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Cette intégrale correspond à l'aire calculée en unités d'aire d'une surface. Hachurer cette surface sur le graphique de l'annexe, à rendre avec la copie.

**Annexe à rendre avec la copie**