Baccalauréat ES France 15 juin 2006

EXERCICE 1 **3 points**

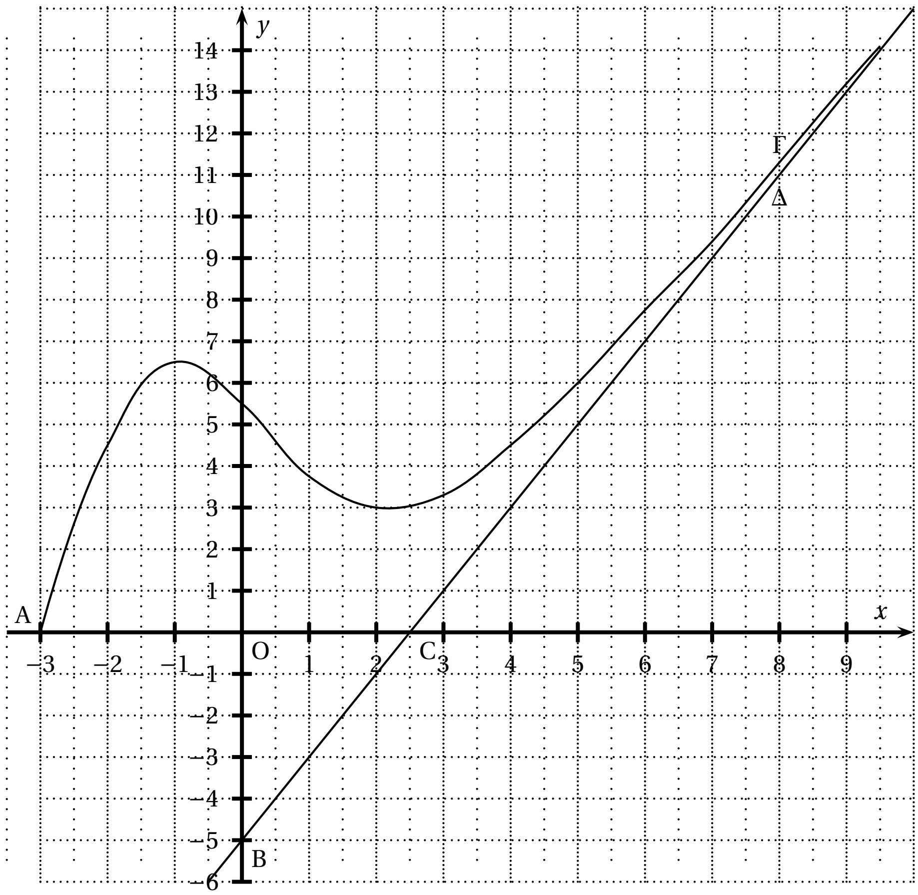
Commun tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3~;~+\infty[$, croissante sur les intervalles $[-3~;~-1]$ et $[2~;~+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $[-1~;~2]$.

On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-3~;~+\infty[$.

La courbe Γ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

Elle passe par le point A$(-3~;~0)$ et admet pour asymptote la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3~;~+\infty[$.

b. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

c. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (2x - 5)] = +\infty$.

d. $f'(0) = -1$.

e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2~;~1]$.

f. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

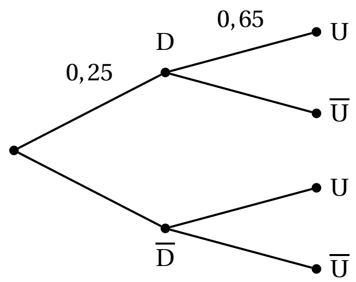
La médiathèque d'une université possède des DVD de deux provenances, les DVD reçus en dotation et les DVD achetés. Par ailleurs, on distingue les DVD qui sont de production européenne et les autres.

On choisit au hasard un de ces DVD. On note :

D l'évènement « le DVD a été reçu en dotation » et $\overline{D}$ l'évènement contraire,

U l'évènement « le DVD est de production européenne » et $\overline{U}$ l'évènement contraire.

On modélise cette situation aléatoire par l'arbre incomplet suivant dans lequel figurent quelques probabilités par exemple, la probabilité que le DVD ait été reçu en dotation est $p(D) = 0,25$.



On donne, de plus, la probabilité de l'évènement U : $p(U) = 0,762\ 5$.

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1. **a.** Donner la probabilité de U sachant D.
   b. Calculer $p(\overline{D})$.
2. **a.** Calculer la probabilité que le DVD choisi ait été reçu en dotation et soit de production européenne (donner la valeur exacte).
   b. Montrer que la probabilité que le DVD choisi ait été acheté et soit de production européenne est égale à $0,6$.
3. Sachant que le DVD choisi a été acheté, calculer la probabilité qu'il soit de production européenne.

PARTIE B

On choisit trois DVD au hasard. On admet que le nombre de DVD est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à trois tirages successifs indépendants avec remise. On rappelle que la probabilité de choisir un DVD reçu en dotation est égale à $0,25$.

Déterminer la probabilité de l'évènement : « exactement deux des trois DVD choisis ont été reçus en dotation ». (Donner la valeur décimale arrondie au millième).

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une région de France supposée démographiquement stable, on compte 190 milliers d'habitants qui se déplacent en voiture pour aller travailler : les uns se déplacent seuls dans leur voiture, les autres pratiquent le co-voiturage. On admet que :

- si une année un habitant pratique le co-voiturage, l'année suivante il se déplace seul dans sa voiture avec une probabilité égale à $0,6$;
- si une année un habitant se déplace seul dans sa voiture, l'année suivante il pratique le co-voiturage avec une probabilité égale à $0,35$.

Première partie

On note C l'état « pratiquer le co-voiturage » et V l'état « se déplacer seul dans sa voiture ».

1. Dessiner un graphe probabiliste de sommets C et V qui modélise la situation aléatoire décrite.
2. En considérant C et V dans cet ordre, en ligne, la matrice de transition associée à ce (graphe est $M = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,60 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix}$. Vérifier que l'état stable du système correspond à la matrice ligne $(70 \quad 120)$.
   En donner une interprétation.

Deuxième partie

En 2000, 60 milliers d'habitants pratiquaient le co-voiturage et 130 milliers d'habitants se déplaçaient seuls dans leur voiture.
On appelle X_n (n entier naturel) le nombre de milliers d'habitants qui pratiquent le co-voiturage durant l'année $2000+n$. On a donc $X_0 = 60$.
On admet que pour tout entier naturel n, $X_{n+1} = 0,05X_n + 66,5$.
On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, définie pour tout entier naturel n par $U_n = X_n - 70$.

1. Prouver que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $X_n = 70 - 10 \times 0,05^n$.
   Est-il possible que, durant une année, le nombre d'habitants pratiquant le co-voiturage atteigne la moitié de la population de cette région ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes

Le tableau ci-dessous donne la consommation médicale (exprimée en milliards d'euros) de la population d'un pays :

Année	1990	1995	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	0	5	10	11	12	13
Consommation y_i	38	49,1	51,81	57	62,7	68,97

D'après INSEE

PARTIE A

Le but de cette partie est de mettre en oeuvre deux modélisations de cette consommation médicale.

1. **Premier modèle**
   a. On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.
   b. En supposant que l'évolution se poursuive selon ce modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
2. **Deuxième modèle**
   a. Calculer l'accroissement relatif de la consommation médicale de l'année 2000 à l'année 2001, puis de l'année 2001 à l'année 2002 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).
   b. À partir de l'année 2000, on modélise la consommation médicale par : $y = 51,81 \times 1,1^n$ pour l'année $2000 + n$ avec n entier naturel. En utilisant ce deuxième modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

PARTIE B : Réduction des dépenses
Pour l'année 2005, la consommation médicale réelle s'est élevée à 83,44 milliards d'euros. Il a été décidé de réduire les dépenses et de les ramener en 2006 à 69,79 milliards d'euros.
De quel pourcentage (arrondi à 1 %) la consommation médicale doit-elle baisser pour atteindre cet objectif ?

Rappel de définitions

On désigne par a_1 et a_2 des nombres réels strictement positifs $a_2 > a_1$.
L'accroissement absolu de a_1 à a_2 est égal à $a_2 - a_1$.
L'accroissement relatif de a_1 à a_2 est égal $\dfrac{a_2 - a_1}{a_1}$.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x-3} - \frac{1}{x+4}$$

PARTIE A

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$, on note f' sa fonction dérivée.
   Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$
3. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
4. **a.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
   b. On admet qu'il existe un unique nombre réel positif α tel que $f(\alpha) = 0$.
   Donner le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
5. **a.** Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant (donner les valeurs décimales arrondies au dix-millième)

x	1,32	1,325	1,33
$f(x)$			

   b. En déduire la valeur décimale, arrondie au centième, du nombre α tel que $f(\alpha) = 0$.

PARTIE B

1. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{x-3} - \ln(x+4)$$

   a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note g' sa fonction dérivée. Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$
   b. Étudier le sens de variations de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ en utilisant les résultats de la PARTIE A.
2. Calculer l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   (Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au centième).

ANNEXE

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

AFFIRMATIONS	V	F
a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3~;~+\infty[$.		
b. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.		
c. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (2x-5)] = +\infty$.		
d. $f'(0) = -1$.		
e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2~;~1]$.		
f. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.		