

$j$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{2\pi}{3}$ .

1. Résoudre, dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation d'inconnue  $z$ :  $(1 - 2i)z = (1 - i)z - 1 - i$ .
2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 4 cm, on considère les points A, B et D tels que :
  - A est le point d'affixe  $z_A = 1 - i$ ,
  - B est l'image du point A par la rotation  $R$  de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ ;
  - D est le symétrique du point A par rapport à O.
  - a. Faire une figure et la compléter au fur et à mesure.
  - b. Calculer le module et un argument de l'affixe  $z_A$  du point A.
  - c. Déterminer la forme algébrique de l'affixe  $z_D$  du point D. Justifier.
  - d. Calculer le module et un argument du nombre complexe  $z_B$  affixe du point B.
  - e. Justifier que le triangle AOB est équilatéral, en déduire la valeur de la distance AB.
3. On note C l'image de B par la translation  $T$  de vecteur d'affixe  $-1 + i$ .
  - a. Établir l'égalité vectorielle  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ .
  - b. Démontrer que le quadrilatère OBCD est un parallélogramme.
  - c. Prouver que  $CD = AB$ .
  - d. En déduire que le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle.