On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, unité graphique : 2 cm.

1. Résolution d'une équation.

a. Résoudre , dans l'esemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes I'équation

$$(z-4\text{i})\left(z^2-4z+8\right)=0.$$

b. Déterminer l'écriture de chacune des solutions sous la forme exponentielle $\rho\text{e}^{\text{i}\theta}$ où ρ est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel.

2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a=2-2\text{i}$, $b=2+2\text{i}$ et $c=4\text{i}$.

a. Placer les points A, B et C dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

b. Placer le milieu M du segment [BC] et calculer son affixe m sous la forme algébrique.

3. On désigne par B′, C′ et M′ les points d'affixes respectives $b'=\dfrac{16}{b}$, $c'=\dfrac{16}{c}$ et $m'=\dfrac{16}{m}$.

a. Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes b' et c'.
On admettra que $m'=\dfrac{8}{5}-\dfrac{24}{5}\text{i}$.

b. Placer les points B′, C′ et M′ sur la figure.

4. Quelques configurations géométriques.

a. Calculer les modules des nombres complexes $b'-a$, $c'-a$ et $m'-a$.

b. En déduire que les points B′, C′ et M′ appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ de centre A

c. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ sur la figure et démontrer que le point O appartient au cercle $\mathscr{C}$.

d. Démontrer que le triangle isocèle AB′C′ est rectangle en A.