Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+4z+16=0$.

2. Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z)=z^3-64$.

  a. Calculer $P(4)$.

  b. Trouver les réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z, $P(z)=(z-4)\left(az^2+bz+c\right)$.

  c. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z)=0$.

3. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_{\text{A}}=-2+2\text{i}\sqrt{3}$, $z_{\text{B}}=\overline{z_{\text{A}}}$ et $z_{\text{C}}=4$.

  a. Établir que $z_{\text{A}}=4\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$.
  Écrire z_{B} sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$, où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π.

  b. Placer les points A, B et C dans le plan muni du repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

  c. Déterminer la nature du triangle ABC.

4. On appelle D l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{6}$, et on appelle z_{D}, l'affixe du point D.

  a. Déterminer le module et un argument de z_{D}.

  b. En déduire la forme algébrique de z_{D}.

  c. Placer le point D sur le graphique précédent