Le plan $\mathscr{P}$ est rapporté au repère orthonormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 3z + 9 = 0.$$

2. On considère les points A et B du plan d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = \frac{3}{2} + \text{i}\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad z_{\text{B}} = \frac{3}{2} - \text{i}\frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

a. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_{A} et z_{B}, puis les écrire sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$, où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π.

b. Placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

c. Justifier que les points A et B sont symétriques par rapport à l'axe $\left(\text{O}\ ;\ \vec{u}\right)$.

3. On considère la rotation R de centre O et d'angle $-\dfrac{2\pi}{3}$ et M un point du plan d'affixe z.
On note M' le point d'affixe z' image du point M d'affixe z par cette rotation.

a. Exprimer z' en fonction de z.

b. Démontrer que le point B est l'image du point A par la rotation R.

4. On considère les points C et D du plan $\mathscr{P}$, d'affixes respectives $z_{\text{C}} = -3$ et $z_{\text{D}} = 4$.

a. Placer les points C et D sur le graphique précédent.

b. Calculer les distances OD, DC et AB.

c. On note I le milieu du segment [AH].
Calculer la distance IB et déduire la valeur exacte $\mathscr{A}_1$ de l'aire du triangle CBD.

d. On note $\mathscr{A}_2$ l'aire du triangle AOD. Calculer la valeur du quotient $\dfrac{\mathscr{A}_1}{\mathscr{A}_1}$.