Le plan complexe $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On désigne par i le nombre complexe de module 1, d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 6z + 12 = 0.$$

2. Dans le plan complexe $\mathscr{P}$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ et $z_B = 3 - i\sqrt{3}$.

- **a.** Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_A et z_B.
- **b.** Placer les points A et B dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

3. On considère le point C, image du point O par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

- **a.** Placer le point C dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
- **b.** Déterminer la forme algébrique de l'affixe z_C du point C.
- **c.** Démontrer que OC = BC,
- **d.** En déduire la nature du quadrilatère OABC.

4. On considère le point D, image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

- **a.** Placer le point D dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
- **b.** Déterminer la forme algébrique de l'affixe z_D du point D.
- **c.** Démontrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze ayant deux côtés opposés de même longueur.