

Le plan complexe  $\mathcal{P}$  est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (unité 4 cm).

On considère les trois nombres complexes suivants :

$$z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} \quad ; \quad z_2 = 1 - i \quad ; \quad z_3 = \frac{z_1}{z_2}.$$

1. Écrire  $z_2$  sous forme exponentielle.
2.
  - a. Écrire  $z_3$  sous forme exponentielle.
  - b. En déduire que  $z_3 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
3.
  - a. En remarquant que  $z_1 = z_2 \times z_3$ , donner l'écriture de  $z_1$  sous forme algébrique,
  - b. En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .
4.
  - a. Placer les points A, B et C d'affixes respectives  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$ .
  - b. On désigne par I le point d'affixe 1.  
Placer le point I et préciser la nature du triangle OIB.
5. On désigne par  $R$  la rotation de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .
  - a. Quelles sont les images respectives des points I et B par  $R$ ?
  - b. En déduire la nature du triangle OAC.