

Le plan complexe \mathcal{P} est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) (unité 4 cm).

On considère les trois nombres complexes suivants :

$$z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} \quad ; \quad z_2 = 1 - i \quad ; \quad z_3 = \frac{z_1}{z_2}.$$

1. Écrire z_2 sous forme exponentielle.
2.
 - a. Écrire z_3 sous forme exponentielle.
 - b. En déduire que $z_3 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
3.
 - a. En remarquant que $z_1 = z_2 \times z_3$, donner l'écriture de z_1 sous forme algébrique,
 - b. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.
4.
 - a. Placer les points A, B et C d'affixes respectives z_1 , z_2 et z_3 .
 - b. On désigne par I le point d'affixe 1.
Placer le point I et préciser la nature du triangle OIB.
5. On désigne par R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - a. Quelles sont les images respectives des points I et B par R ?
 - b. En déduire la nature du triangle OAC.