

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (unité graphique 2 cm).

Le nombre  $i$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

On considère la fonction  $f$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  définie par

$$f(z) = iz + 2.$$

1.
  - a. Calculer  $f(2i)$ .
  - b. Vérifier que  $1 + i$  est solution de l'équation  $f(z) = z$ .
2. Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives  $2i$  et  $1 + i$ .
3.
  - a. Calculer les distances OA, OB et AB.
  - b. En déduire la nature du triangle OAB.
4. Dans cette question on pose  $z = x + iy$ ,  $x$  et  $y$  désignant deux nombres réels.
  - a. Justifier que  $f(z) = 2 - y + ix$ .
  - b. Déterminer la valeur de  $y$  pour laquelle  $f(z)$  est imaginaire pur.
  - c. Que peut-on dire de  $f(z)$  si  $x = 0$ ?
  - d. Existe-t-il un nombre complexe  $z$  dont la partie réelle est nulle et tel que  $f(z)$  est imaginaire pur?