Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2+6z\sqrt{3}+36=0.$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$z_{\mathrm{A}}=-3\sqrt{3}+3\mathrm{i}$ $\qquad$ $z_{\mathrm{B}}=-3\sqrt{3}-3\mathrm{i}$ $\qquad$ et $z_{\mathrm{C}}=-6\sqrt{3}$.

a. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_{A} et z_{B}.

b. Écrire le nombre complexe z_{A} sous la forme $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π.

c. Placer les points A, B, C dans le plan muni du repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

3. **a.** Déterminer la nature du triangle ABC.

b. En déduire que le quadrilatère OACB est un losange.

4. On appelle K le point du plan complexe d'ordonnée négative tel que le triangle OAK soit rectangle et isocèle en O.

On note z_{K} l'affixe du point K.

a. Construire le point K sur la figure.

b. Par quelle rotation de centre O, le point K est-il l'image du point A ?

c. Écrire alors z_{K}, sous la forme $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ (où r est un nombre réel strictement positif et θ un réel compris entre $-\pi$ et π) puis sous forme algébrique.