Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm. On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 4z\sqrt{3} + 16 = 0.$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 2\sqrt{3} + 2\text{i} \quad z_{\text{B}} = 2\sqrt{3} - 2\text{i} \;\text{ et }\; z_{\text{C}} = 4\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{2}}.$$

a. Donner la forme algébrique du nombre complexe z_{C}.

b. Determiner le module et un argument de chacun des nombres complexes z_{A}, z_{B} et z_{C}.

c. En déduire que les points A, B et C appartiennent à un cercle de centre O dont on précisera le rayon.

d. Placer les points A, B et C dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

e. Démontrer que le triangle ABC est un triangle isocèle.

3. On considère la rotation r de centre O qui transforme A en B.

a. Vérifier que $\dfrac{z_{\text{B}}}{z_{\text{A}}} = \text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$. En déduire l'angle θ de la rotation r.

b. Préciser alors la nature du triangle OAB.

c. Établir que le point C est l'image du point B par la rotation r.

d. Préciser la nature du quadrilatère OABC.