

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

L'unité graphique est 1 cm ; on construira une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.

1. On note A, B et C les points d'affixes respectives :

$$a = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad b = 5 - 3i \quad \text{et} \quad c = 11 + 4i.$$

a. Écrire le nombre complexe a sous forme algébrique.

b. Placer les points A, B et C sur la figure.

2. Démontrer que le triangle ABC est isocèle.

3. Soit z un nombre complexe quelconque et M le point du plan d'affixe z .

a. Donner une interprétation géométrique des nombres $|z - a|$ et $|z - b|$.

b. Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que l'on ait

$$|z - a| = |z - b|.$$

Tracer cet ensemble Δ sur la figure,

c. On note D le point d'affixe $d = 6 + i$. Les points C et D appartiennent-ils à l'ensemble Δ ?

4. Démontrer que le triangle ABD est rectangle.

5. On considère le point H tel que ADBH soit un carré. Déterminer l'affixe h de ce point H.