

Le plan complexe est muni du repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 2 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue z

$$z^2 + 2z + 2 = 0.$$

2. Soient A et C deux points du plan complexe, d'affixes respectives

$$z_A = -1 + i \quad \text{et} \quad z_C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)i.$$

- a. Déterminer le module de z_A et le module de z_C .
- b. Donner un argument de z_A .
3. a. On pose $Z = \frac{z_C}{z_A}$. Démontrer que $Z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$.
- b. Démontrer que $Z = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
- c. En déduire que le point C est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ (en radian).
4. Placer le point A puis construire le point C en utilisant le résultat de la question précédente. Décrire la construction.
Toute rédaction, même partielle, sera prise en compte dans l'évaluation.
5. Soit B l'image du point O par la translation de vecteur \vec{CA} .
Construire le point B et démontrer que OCAB est un losange.