

Le plan complexe est rapporté un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

L'unité graphique est 2 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On note P le polynôme défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z) = 4z^4 - 7z^3 + 11z^2 + 10z - 12.$$

1. Résolution de l'équation $P(z) = 0$.

a. Déterminer les deux nombres réels α et β tels que pour tout nombre complexe z :

$$P(z) = (z^2 - 2z + 4)(4z^2 + \alpha z + \beta).$$

b. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

2. On considère les points A, B, C, D d'affixes respectives :

$$a = -1, \quad b = 1 + i\sqrt{3}, \quad c = 1 - i\sqrt{3}, \quad d = \frac{3}{4}.$$

a. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes b et c .

b. Placer les points A, B, C et D dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

c. Démontrer que les points A, B et C sont situés sur un cercle \mathcal{C} de centre D dont on précisera le rayon r . Construire ce cercle.

d. Déterminer les affixes e et f des deux points E et F situés sur \mathcal{C} et tels que les triangles ABE et ABF soient rectangles, respectivement en B et en A. Placer les points E et F sur le cercle \mathcal{C} .