

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm.

On désigne par i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue z

$$z^2 - 10z + 41 = 0.$$

2. Pour tout nombre complexe z on pose

$$P(z) = z^3 - 7z^2 + 11z + 123.$$

a. Calculer $P(-3)$.

b. Vérifier que

$$P(z) = (z + 3)(z^2 - 10z + 41).$$

c. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue z

$$P(z) = 0.$$

3. Soit I, A, B et C les points d'affixes respectives :

$$z_I = 2 \quad z_A = -3 \quad z_B = 5 + 4i \quad z_C = 5 - 4i$$

Soit \mathcal{C} l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2| = 5$.

a. Montrer que les points A, B et C sont dans l'ensemble \mathcal{C} .

b. Placer les quatre points A, B, C et I dans le plan.

c. Montrer que l'ensemble \mathcal{C} est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

d. Représenter l'ensemble \mathcal{C} .

4. Soit \mathcal{R} la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe

$$z' = z \times e^{-\frac{\pi}{4}i}.$$

a. Donner les éléments caractéristiques de la transformation \mathcal{R} .

b. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Quelle est la nature de l'ensemble \mathcal{C}' , image du cercle \mathcal{C} par la transformation \mathcal{R} .

Justifier la réponse et représenter l'ensemble \mathcal{C}' sur la figure.