On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère le polynôme P de la variable complexe z défini de la façon suivante :

$$P(z) = 9z^3 - 21z^2 + 17z - 5.$$

1. Calculer $P(1)$.

2. Déterminer les réels a, b et c tels que $P(z) = (z-1)\left(az^2 + bz + c\right)$.

3. Résoudre dans l'ensemble des complexes l'équation : $P(z) = 0$.

4. On munit le plan d'un repère direct orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 6 cm.

Soient A, B et C les points d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 1, \; z_{\text{B}} = \frac{1}{3}(2+\text{i}) \text{ et } z_{\text{C}} = \frac{1}{3}(2-\text{i}).$$

a. Placer les points A, B et C (on utilisera une des feuilles de papier millimétré fournies).

b. Calculer les modules suivants : $|z_{\text{B}} - z_{\text{A}}|$, $|z_{\text{A}} - z_{\text{C}}|$ et $|z_{\text{B}} - z_{\text{C}}|$; en déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.

5. Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

a. Déterminer l'affixe du centre Ω de $\mathscr{C}$ et son rayon r en cm.

b. Placer Ω et tracer le cercle $\mathscr{C}$ sur la figure.