

i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
On considère les nombres complexes suivants

$$Z_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i, \quad Z_2 = \frac{2+i}{3-i} \text{ et } Z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

1. Déterminer le module et un argument du nombre complexe Z_1 .
2.
 - a. Écrire le nombre complexe Z_2 sous forme algébrique et montrer que :
 $Z_2 = \overline{Z_1}$.
 - b. Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe Z_2 .
3. Écrire le nombre complexe Z_3 sous forme algébrique.
4. On note Z le nombre complexe défini par : $Z = Z_2 Z_3$.
 - a. Calculer le module et un argument du nombre complexe Z .
 - b. Écrire le nombre complexe Z sous forme algébrique.
 - c. En déduire les valeurs exactes des nombres réels $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.