Rappel : i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$z^2 - 10z + 50 = 0.$$

On explicitera les étapes de la résolution.

2. Pour tout nombre complexe z, on pose

$$P(z) = z^3 - 20z^2 + 150z - 500.$$

a. Calculer $P(10)$.

b. Déterminer des nombres réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z, on ait :

$$P(z) = (z - 10)\left(az^2 + bz + c\right).$$

c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 5 + 5\text{i}, \quad z_{\text{B}} = 5 - 5\text{i}, z_{\text{C}} = z_{\text{A}} + z_{\text{B}} \quad \text{et} \quad z_{\text{D}} = 5.$$

a. Placer les points A, B, C et D (on utilisera une feuille de papier millimétré et on prendra comme unité graphique 1 cm).

b. Déterminer le module et un argument de z_{A}, z_{B} et z_{C}.

c. Déterminer, en justifiant, la nature du quadrilatère OACB.

4. Soit E le point d'affixe $z_{\text{E}} = 2 + 4\text{i}$.

a. Placer le point E sur la figure précédente.

b. Calculer les modules des nombres complexes $z_{\text{A}} - z_{\text{D}}$, $z_{\text{B}} - z_{\text{D}}$ et $z_{\text{E}} - z_{\text{D}}$.

c. Montrer que le triangle EAB est rectangle.