

Dans cet exercice, les quatre questions sont **indépendantes**.

Dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes,  $i$  désigne le nombre de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

1. On considère le nombre complexe  $z = -1 + i\sqrt{3}$ .

Écrire  $z$  sous la forme  $re^{i\theta}$  où  $r$  est un nombre réel strictement positif et  $\theta$  un nombre réel compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

2. Soit  $A$  le point du plan d'affixe  $z_A = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$  et  $A'$  l'image de  $A$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ .  
Déterminer l'affixe de  $A'$  sous forme exponentielle puis sous forme algébrique.

3. On considère les points  $B$ ,  $C$  et  $D$  du plan d'affixes respectives :

$$z_B = 1 + 2i, \quad z_C = 4 - i, \quad z_D = -1 - 3i.$$

Calculer les distances  $DB$  et  $DC$ . Donner une interprétation géométrique du résultat.

4. Déterminer le réel  $c$  pour que le nombre complexe  $-4 + 2i$  soit solution de l'équation :

$$z^2 + 8z + c = 0.$$

Résoudre ensuite cette équation dans l'ensemble  $\mathbb{C}$ .