On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Partie A

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$z^2 - 8z\sqrt{3} + 64 = 0.$$

2. Soit z_0 le nombre complexe de module 2 et dont un argument est $\frac{\pi}{6}$.
   Calculer le module et un argument du nombre complexe z_0^3.
   En déduire la forme algébrique de z_0^3.

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_\text{A} = 8\text{i},\ z_\text{B} = 4\sqrt{3} + 4\text{i} \text{ et } z_\text{C} = \overline{z_\text{B}}$$

où $\overline{z_\text{B}}$ désigne le nombre complexe conjugué de z_B.

1. Calculer le module et déterminer un argument de z_B puis de z_C
2. Vérifier que $z_\text{A} = 8\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$.
3. On appelle z_D l'affixe du point D, image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
   a. Déterminer z_D et l'écrire sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$, où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π.
   b. En déduire que $z_\text{D} = -4\sqrt{3} + 4\text{i}$.
4. **a.** Placer les points A, B, C et D dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ en prenant comme unité graphique 1 cm.
   b. Démontrer que le triangle OAD est équilatéral.
   c. Démontrer que le point O est le milieu du segment [CD].
   d. Déterminer la nature du triangle ACD.