

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . L'unité graphique est 1 cm.  
On note  $i$  le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Soit  $(E)$  l'équation d'inconnue complexe  $z : z^2 - 8z + 41 = 0$ .
  - a. Résoudre l'équation  $(E)$  dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes.
  - b. On note  $z_1$  la solution de l'équation  $(E)$  dont la partie imaginaire est positive et on note  $z_3$  le nombre complexe défini par  $z_3 = \frac{1}{8}(-z_1^2 - 25 + 16i)$ . Démontrer que  $z_3 = -2 - 3i$ .
2. On note A, B, C et K les points du plan d'affixes respectives :  $a = 4 + 5i$ ,  
 $b = -3 + 4i$ ,  $c = -2 - 3i$  et  $k = 1 + i$ .
  - a. Placer les points A, B, C et K dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
  - b. Démontrer que K est le milieu du segment [AC].
  - c. Calculer  $|a - k|$  et  $|b - k|$  puis en déduire que les points A, B et C appartiennent à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
3. Soit D le symétrique de B par rapport à K; on note  $d$  l'affixe du point D.
  - a. Déterminer  $d$  et placer le point D dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
  - b. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un carré.