

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . L'unité graphique est 2 cm.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Soit (E) l'équation de la variable complexe z :

$$z^2 - 4z + 8 = 0.$$

Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes.

On considère les points A, B, C, D et K d'affixes respectives :

$$a = 2 + 2i, \quad b = 1 + i\sqrt{3}, \quad c = 2 - 2i, \quad d = 3 - i\sqrt{3} \text{ et } k = 2.$$

2. Construction du quadrilatère ABCD.

- a. Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes a et b .
- b. Démontrer que le point K est le milieu du segment [AC] et le milieu du segment [BD].
- c. Placer les points A, C et K, puis construire les points B et D.

3. Nature du quadrilatère ABCD.

- a. Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- b. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.