

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . L'unité graphique est 2 cm. On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer, sous forme algébrique, les nombres complexes z_1 et z_2 vérifiant le système :

$$\begin{cases} z_1 + iz_2 = 2 + i(\sqrt{3} + 1) \\ z_1 - iz_2 = i(\sqrt{3} - 1) \end{cases}$$

2. On note A, B, C les points d'affixes respectives $a = 1 + i\sqrt{3}$, $b = 1 - i$, $c = ab$.

a. Donner la forme algébrique de c .

b. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes a , b et c .

c. Placer les points A, B, C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

3. Dédurre de la question précédente, la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

4. Soit M un point quelconque du plan complexe d'affixe z .

a. Interpréter géométriquement les modules $|z - (1 + i\sqrt{3})|$ et $|z - (1 - i)|$.

b. Déterminer alors l'ensemble \mathcal{D} des points M tels que

$$|z - (1 + i\sqrt{3})| = |z - (1 - i)|.$$

c. Représenter l'ensemble \mathcal{D} dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .