

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 1 cm. Toutes les constructions demandées seront à faire sur le même graphique.

Soit A le point d'affixe  $z_A = -5i$ .

1.
  - a. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 6z + 25 = 0$ .  
On note  $z_B$  la solution de cette équation dont la partie imaginaire est positive.
  - b. Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives  $z_A$  et  $z_B$ .
2.
  - a. Montrer que les points A et B appartiennent à un même cercle (C) de centre O.
  - b. Construire le cercle (C).

Dans la suite de l'exercice, on note I, J et K les points d'affixes respectives  $z_I$ ,  $z_J$  et  $z_K$  telles que :

- $z_I = 1 + i\sqrt{3}$ ,
  - $z_J$  est le nombre complexe de module 2 et d'argument  $\frac{5\pi}{6}$ ,
  - $z_K = -z_J$ .
3.
    - a. Déterminer la forme algébrique de  $z_J$ .
    - b. Comparer les modules des nombres  $z_I$ ,  $z_J$  et  $z_K$ .
  4. **Pour la question 4., toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.**
    - a. Placer avec soin les points I, J et K et tracer le cercle  $(C')$  circonscrit au triangle IJK dans le plan complexe en laissant apparents les traits de construction.  
Quelle est la nature du triangle IJK? Justifier cette réponse.
    - b. Soit  $(E)$  l'ensemble des points  $M$  du plan dont l'affixe  $z$  vérifie la relation :  $2 < |z| < 5$ .  
Représenter l'ensemble  $(E)$  sur le graphique précédent à l'aide de hachures, en expliquant la démarche mise en œuvre.