

Le plan complexe est rapporté à un repère (O, \vec{u}, \vec{v}) orthonormal direct d'unité graphique 2 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. On note P le polynôme défini pour tout nombre complexe z par

$$P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z + 8.$$

a. Vérifier que $P(-1) = 0$.

b. Déterminer deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre complexe z ,

$$P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b).$$

c. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

2. On note A, B et C les points du plan, d'affixes respectives $z_A = -1$, $z_B = 2 + 2i$ et $z_C = 2 - 2i$.

a. Placer les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

b. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_A , z_B et z_C . En déduire une écriture exponentielle de ces trois nombres.

c. Déterminer l'aire en cm^2 du triangle ABC.