

On désigne par  $y$  une fonction de la variable réelle  $t$ , définie et 2 fois dérivable sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, et par  $y''$  sa fonction dérivée seconde.

1. Résoudre l'équation différentielle :

$$y'' + 9y = 0.$$

2. On désigne par (E) l'équation différentielle :

$$y'' + 9y = 8 \sin t.$$

- a. On désigne par  $A$  un nombre réel quelconque.

Vérifier que la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + A \cos(3t) + \sin t.$$

est une solution de l'équation différentielle (E).

- b. Déterminer le nombre réel  $A$  tel que  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ .

3. On considère maintenant la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + \frac{2}{3} \cos(3t) + \sin t.$$

Calculer la valeur moyenne de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .