

On considère l'équation différentielle notée

$$(E) \quad 4y'' + 9y = 0$$

où  $y$  désigne une fonction numérique de la variable réelle  $t$  définie et deux fois dérivable sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels.

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution particulière  $f$  de l'équation différentielle (E) vérifiant les conditions :

$$f(0) = 1 \quad \text{et} \quad f'(2\pi) = \frac{3}{2}.$$

3. Démontrer que pour tout nombre réel  $t$  :  $f(t) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{3}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ .
4. Déterminer la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ .