

On considère l'équation différentielle notée

$$(E) \quad 4y'' + 9y = 0$$

où y désigne une fonction numérique de la variable réelle t définie et deux fois dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels.

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle (E) vérifiant les conditions :

$$f(0) = 1 \quad \text{et} \quad f'(2\pi) = \frac{3}{2}.$$

3. Démontrer que pour tout nombre réel t : $f(t) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{3}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$.
4. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.