

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$4y'' = -y$$

où y désigne une fonction de la variable réelle x définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} et où y'' désigne sa dérivée seconde.

1. Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right).$$

Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$, puis vérifier que la fonction f est une solution de l'équation différentielle (E).

2. **a.** Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle (E).
b. Déterminer la solution particulière g de l'équation différentielle (E) dont la courbe représentative passe par les points $A(0; 1)$ et $B(\pi; -\sqrt{3})$.
c. Montrer que, pour tout nombre réel x , on a : $g(x) = f(x)$.