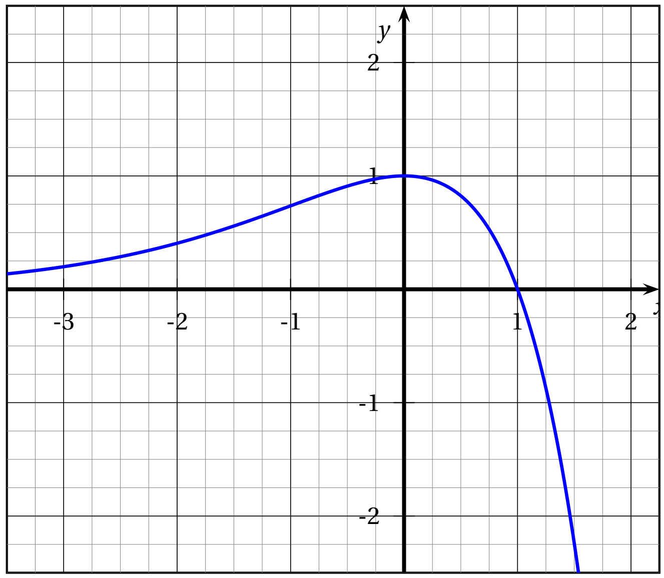
Soit la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (*figure ci-dessous*).



Partie A

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$).
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

Partie B

Soit F la fonction définie pour tout réel x par

$$F(x) = (-x + 2)\mathrm{e}^{x}.$$

1. Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.
   a. Justifier l'égalité : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. À l'aide du graphique ci-dessus, justifier que : $0 < \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 1$.
   c. Déterminer, en unités d'aire, la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis sa valeur décimale arrondie au centième.