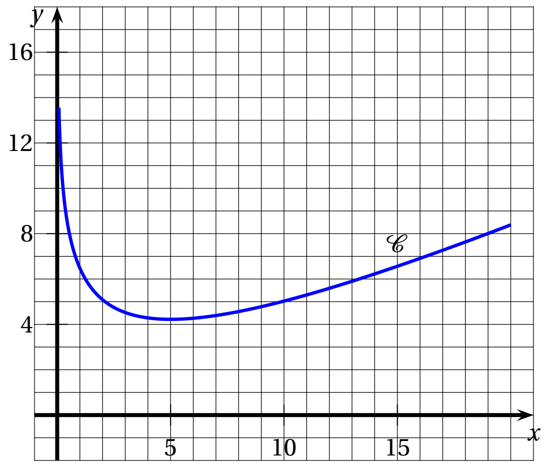
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4 + \frac{3}{4}\ln(4x+10) - 3\ln x.$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe ci-dessous représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



Partie A

1. Déterminer la limite de f en 0. Quelle interprétation graphique peut-on en donner ?
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ 20]$,
$f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 15}{x(2x+5)}$.
3. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ et dresser son tableau de variations.

On admet que l'équation $f(x) = 6$ possède exactement deux solutions α et β dans l'intervalle $]0\ ;\ 20]$ telles que $\alpha \approx 1,242$ et $\beta \approx 13,311$.

Partie B

Une entreprise produit au maximum 20 000 objets par jour.

On note x le nombre de milliers d'objets produits chaque jour travaillé : $x \in]0\ ;\ 20]$.

On admet que le coût moyen de fabrication, exprimé en euros, d'un objet est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie ci-dessus.

1. **a.** Pour combien d'objets produits le coût moyen de fabrication est-il minimal ?

   b. Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime.
2. Le prix de vente d'un objet est de 6 €. Pour quelles productions journalières l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Déterminer le bénéfice journalier, arrondi à la centaine d'euros, pour une production de 5 000 objets par jour.
4. L'année suivante, le coût moyen augmente de 2 %. Le prix de vente est alors augmenté de 2 %. Le bénéfice journalier reste-t-il identique ? Justifier.

   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.