On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x-1} + x - 1.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

Partie A

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$. *On donnera les valeurs exactes.*
2. **a.** Calculer la limite de f en $-\infty$.

   b. Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe $\mathscr{C}$.
3. Calculer la limite de f en $+\infty$.

Partie B

1. **a.** On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour tout x réel et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.

   b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
2.

1. Montrer que sur l'intervalle $[0~;~1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α.
2. Donner une valeur, arrondie au centième, de α.
3. Préciser le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

Tracer la droite $\mathscr{D}$ et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie C

1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

   Donner la valeur exacte de I, puis une valeur décimale arrondie au centième.

   Donner une interprétation graphique de cette intégrale.