Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = (8x+6)\mathrm{e}^{-0,8x}.$$

On admet que la dérivée f' de f est donnée pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $f'(x) = (-6,4x+3,2)\mathrm{e}^{-0,8x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphique de cette limite.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   Dresser son tableau de variation.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$F(x) = -10(x+2)\mathrm{e}^{-0,8x}$$

   est une primitive de la fonction f.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'objet de cette partie est d'étudier les ventes d'un nouveau baladeur numérique.

On considère que le nombre de baladeurs numériques vendus par un fabricant à partir du début des ventes jusqu'au temps t est donné par

$$B(t) = \int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Le temps t est exprimé en année, le début des ventes (correspondant à $t = 0$) étant le 1er janvier 2000.

Le nombre de baladeurs numériques est exprimé en centaines de milliers.

À l'aide de la partie A, décrire l'évolution du rythme des ventes au cours des années. En quelle année le nombre de baladeurs vendus dans le courant de l'année est-il devenu inférieur à 100 000 ?