

I. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,5x + e^{-0,5x+0,4}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II. Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0,1x - e^{-0,5x+0,4}$.
 - a. Étudier les variations de R sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
 - b. Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0 ; +\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
 - c. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.