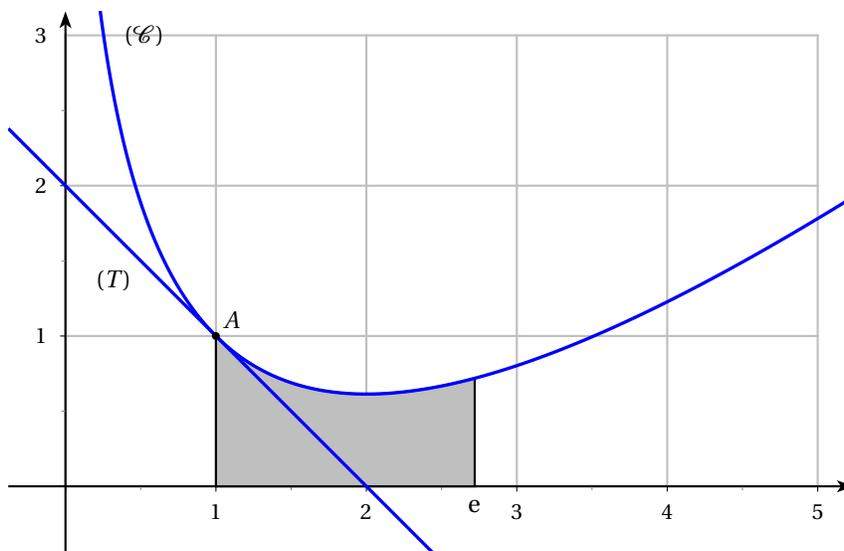


Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ dont on donne la représentation graphique (\mathcal{C}) dans le repère ci-dessous.



On admet que :

- le point A de coordonnées $(1; 1)$ appartient à la courbe (\mathcal{C}) ;
- la tangente (T) en A à la courbe (\mathcal{C}) passe par le point de coordonnées $(2; 0)$;
- la courbe (\mathcal{C}) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2 ;
- l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe de la fonction f .

Partie A

1. Donner, par lecture graphique ou en utilisant les données de l'énoncé, les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, et $f'(2)$, où f' est la fonction dérivée de f sur $]0; +\infty[$.
2. On admet que l'expression de f sur $]0; +\infty[$ est :

$$f(x) = ax + b + c \ln x$$

où a , b et c sont des nombres réels.

a. Calculer $f'(x)$ en fonction de x et de a , b et c .

b. Démontrer que les réels a , b et c vérifient le système $\begin{cases} a+b = 1 \\ a+c = -1 \\ a+\frac{c}{2} = 0 \end{cases}$

c. Dédurre de la question précédente les valeurs de a , b et c puis l'expression de $f(x)$.

Partie B

Dans cette partie, on admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie pour tout réel x appartenant à $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2 \ln x.$$

1. Justifier que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe représentative de f .
2. a. Calculer la dérivée g' de la fonction g définie pour tout réel $x \in]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x \ln x - x.$$

- b.** En déduire une primitive F de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
- c.** Déterminer la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine grisé sur le graphique ci-dessus, délimité par la courbe (\mathcal{C}), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.