La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe 1 est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie, dérivable et strictement décroissante sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3~;~0)$; on sait de plus que la droite d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$.

1^re^ partie *Étude préliminaire de f*

Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Préciser le signe de f sur $[1~;~+\infty[$.

2^e^ partie *Étude d'une fonction composée*

Pour cette partie, des justifications sont attendues.
Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par $g(x) = \exp(f(x))$.

1. Déterminer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$.
2. Résoudre sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ l'équation $g(x) = 1$.

3^e^ partie
La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur $[1~;~+\infty[$.

1. La fonction F est représentée sur l'une des 3 courbes données en annexe 2. Préciser laquelle, en justifiant votre réponse.
2. Déterminer graphiquement $F(2)$ et $F(3)$ avec la précision permise par le graphique.
3. On s'intéresse au domaine du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$. On notera A l'aire de ce domaine, exprimée en unités d'aire.
   Donner une méthode permettant de déterminer une valeur approchée de l'aire du domaine précédemment défini et en donner une estimation.

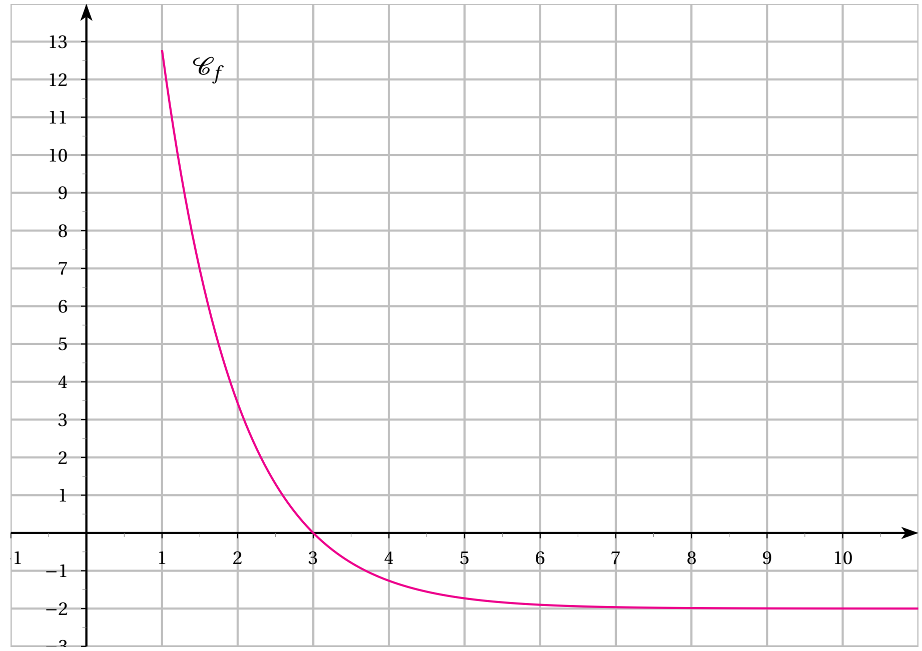
4^e^ partie
On donne l'expression de la fonction f définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 2\mathrm{e}^{-x+3} - 2.$$

Calculer l'aire A du domaine (en unités d'aire) ; on donnera la valeur exacte à l'aide du réel e, puis l'arrondi au centième.

FEUILLE ANNEXE 1

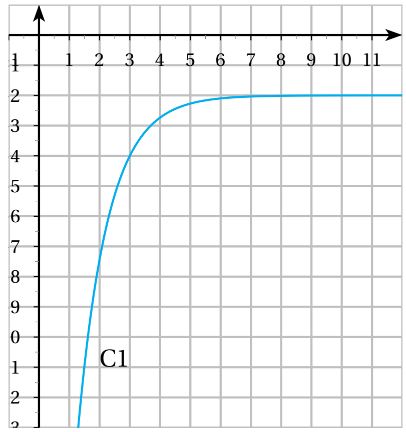
Exercice 1, 1re partie



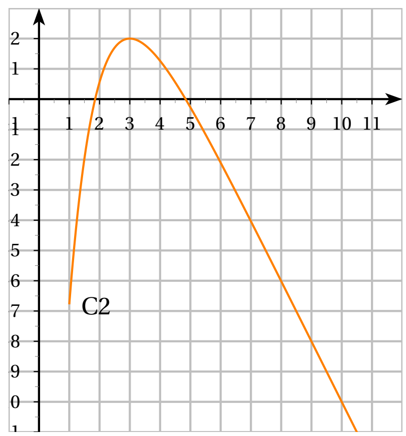
FEUILLE ANNEXE 2

Exercice 1, 3e partie

Courbe n °1



Courbe n °2



Courbe n °3