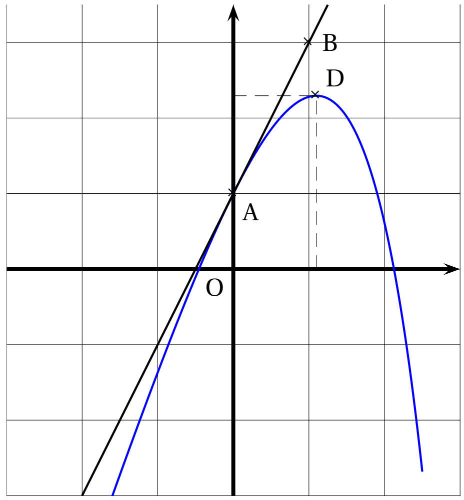
On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$ par :

$$f(x) = a\mathrm{e}^{x} + bx + c \quad \text{où} \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des réels fixés.}$$

Une partie de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est représentée ci-dessous :



On dispose des renseignements suivants :

- $\mathscr{C}$ passe par $\mathrm{A}(0\,;\,1)$.
- B est le point de coordonnées $(1\,;\;3)$; la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
- $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point D d'abscisse $\ln 3$.

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Traduire les renseignements précédents par trois égalités utilisant f ou f'.

2. En résolvant un système, déterminer a, b et c.

3. On admet à partir de maintenant que $f(x) = -\mathrm{e}^{x} + 3x + 2$.

a. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. Montrer que f s'annule exactement une fois sur $[-2\,;\,\ln 3]$ en un réel α. Donner, en justifiant, une valeur approchée au centième près de α.

c. Pour la suite, on admet que f s'annule exactement une fois sur $[\ln 3\,;\,3]$ en un réel β.
Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

4. **a.** Déterminer une primitive de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. On considère la surface $\mathscr{S}$ délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x = \ln 3$.
Hachurer $\mathscr{S}$ sur la figure en annexe.

c. Déterminer, en justifiant avec soin, l'aire de $\mathscr{S}$, en unités d'aire. On donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au centième.