

Suite à une étude de marché :

- l'offre d'un produit est modélisée par une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 6]$  ;
- la demande de ce même produit est modélisée par une fonction  $g$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 6]$ .

Les courbes représentatives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  de ces fonctions sont dessinées sur l'annexe (à rendre avec la copie). On désigne par  $x$  la quantité du produit exprimée en milliers d'unités, avec  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 6]$ . Les nombres  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des prix unitaires exprimés en centaines d'euros. L'expression de la fonction  $f$  est donnée par

$$f(x) = 0,4e^{0,4x}.$$

1. On rappelle que le prix d'équilibre est le prix unitaire qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.
  - a. Lire sur le graphique le prix d'équilibre  $p_0$  (en centaines d'euros) et la quantité d'équilibre  $q_0$  (en milliers d'unités).
  - b. Estimer en euros le chiffre d'affaires réalisé par la vente de cette quantité  $q_0$  au prix d'équilibre  $p_0$ .
2. a. Mettre en évidence, sur le graphique joint en annexe, l'intégrale suivante :  $\int_0^5 f(x) dx$ .
  - b. Calculer cette intégrale.
  - c. Certains producteurs étaient disposés à proposer un prix inférieur au prix d'équilibre. Le gain supplémentaire réalisé par ces producteurs est appelé le surplus des producteurs. Le surplus des producteurs  $S_p$  est donné par la formule suivante :

$$S_p = q_0 \times p_0 = \int_0^5 f(x) dx.$$

Estimer ce surplus (en centaines de milliers d'euros).

3. a. Certains consommateurs étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. L'économie réalisée par ces consommateurs est appelée le surplus des consommateurs. Ce surplus est représenté par la partie hachurée du graphique. Par une lecture graphique, Paul estime à moins de 10 unités d'aire cette partie, alors que Jeanne l'estime à plus de 10. Qui a raison ?  
Argumenter.
- b. Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

Pour estimer plus précisément le surplus des consommateurs, Michel approche la courbe  $\mathcal{C}_g$  par une parabole  $P$  passant par les points de coordonnées  $(1; 7)$  et  $(5; 3)$ . Il a fait trois essais avec un logiciel de calcul formel, dont les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Équation de la parabole $P$	Estimation du surplus des consommateurs (en centaines de milliers d'euros)
Essai 1	$y = -\frac{40}{21}x^2 + \frac{292}{21}x - 5$	54,7
Essai 2	$y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{43}{6}$	14,11
Essai 3	$y = \frac{2}{21}x^2 - \frac{44}{21}x + 9$	8,0

Quel essai est le plus pertinent ? Expliquer la réponse.

Annexe

