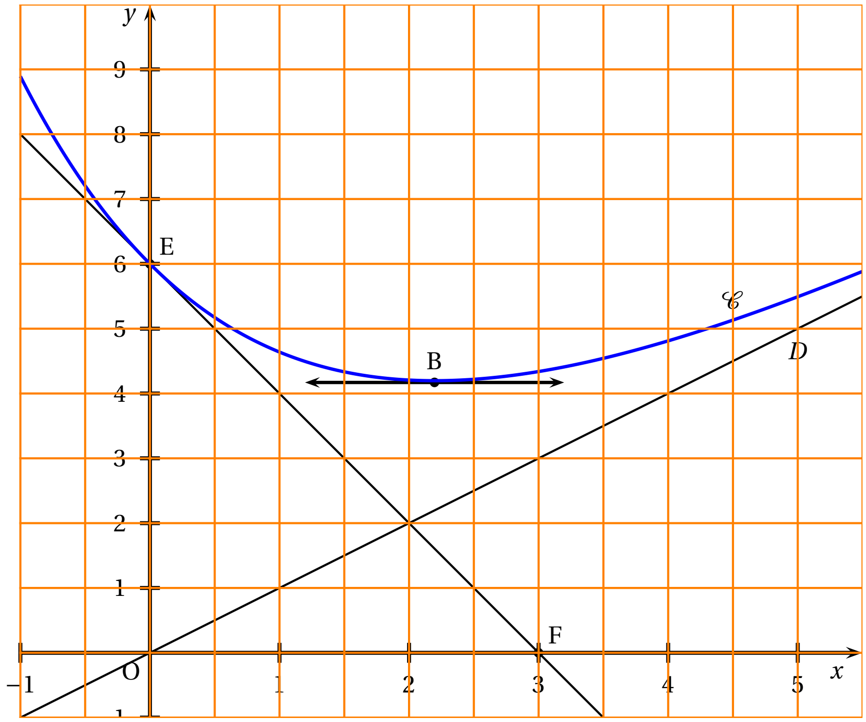
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x + k\mathrm{e}^{ax} \text{ où } k \text{ et } a \text{ sont des nombres fixés.}$$

Sur la figure donnée en annexe, la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction g et la droite D d'équation $y = x$ sont tracées dans un repère orthogonal (unités : 2 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées).
Le point E a pour coordonnées $(0\,;6)$ et le point F a pour coordonnées $(3\,;0)$. On précise que la droite (EF) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point E et la courbe $\mathscr{C}$ admet au point B une tangente horizontale.
On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

1. **a.** Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g(0)$.
   b. Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g'(0)$.
   c. Exprimer $g'(x)$ en fonction de a et k.
   d. En utilisant les résultats précédents, déterminer les valeurs de k et a. On justifiera les calculs.

   Dans la suite de l'exercice, on prendra $\boldsymbol{g(x) = x + 6\mathrm{e}^{-0,5x}}$.
2. Démontrer que la droite D est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
3. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est située au dessus de la droite D. Soit S le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 4$.
   a. Hachurer S sur le graphique.
   b. Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine S. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à $0,1$ cm^2 près.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse. sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer la valeur exacte de l'abscisse du point B.



y
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-1
O
1
2
3
4
5
x
E
B
F
$\mathscr{C}$
D