

Un nouveau modèle de mini-ordinateur portable est mis sur le marché. Soit x la quantité d'appareils pouvant être vendus, exprimée en milliers.

La fonction d'offre de cet appareil est la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 35]$ par :

$$f(x) = 153e^{0,05x}.$$

Le nombre réel $f(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, proposé par les fournisseurs, en fonction de la quantité x , exprimée en milliers, d'appareils pouvant être vendus.

La fonction de demande de cet appareil est la fonction g définie sur l'intervalle $[0; 35]$ par :

$$g(x) = -116\ln(x + 1) + 504.$$

Le nombre réel $g(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, accepté par les consommateurs, en fonction de la quantité x , exprimée en milliers, d'appareils disponibles.

1.
 - a. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0; 35]$.
 - b. Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0; 35]$.
 - c. Les courbes représentatives respectives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g des fonctions f et g , tracées dans un repère orthogonal, sont fournies en annexe 1 **à rendre avec la copie**.
Lire avec la précision autorisée par le graphique une valeur approchée des coordonnées de leur point d'intersection E.
2. Afin de déterminer les coordonnées du point E de façon précise, on est amené à résoudre dans l'intervalle $[0; 35]$ l'équation $f(x) = g(x)$.
Pour cela, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0; 35]$ par $h(x) = f(x) - g(x)$.
 - a. Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $[0; 35]$.
On pourra utiliser la question 1.
 - b. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[0; 35]$.
 - c. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'arrondi de x_0 au millième.
 - d. On pose $y_0 = f(x_0)$. En utilisant la question précédente, calculer l'arrondi de y_0 au centième.
 - e. Sachant que y_0 représente le prix unitaire d'équilibre de cet appareil, préciser ce prix à un centime d'euro près. Quel est le nombre d'appareils disponibles à ce prix ?
3. On prendra dans cette question $x_0 = 8,871$ et $y_0 = 238,41$.
 - a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0; 35]$.
 - b. On appelle surplus des fournisseurs le nombre réel S défini par la formule :

$$S = x_0 \times y_0 - \int_0^{x_0} f(x) dx.$$

Hachurer, sur le graphique de la feuille annexe 1 **à rendre avec la copie**, le domaine du plan dont l'aire en unités d'aire est le nombre réel S .

Déterminer la valeur arrondie au millième du nombre réel S .

ANNEXE 1

