Partie A : Étude d'une fonction

On considère les fonctions f, g et h définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $[4\ ;\ 6]$ par :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^{x} - 45\right),\ g(x) = 10^{6}\mathrm{e}^{-x} \text{ et } h(x) = g(x) - f(x).$$

On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.

Résolution de l'équation $\boldsymbol{h(x) = 0}$.

1. **a.** Démontrer que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   c. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[4\ ;\ 6]$.
2. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe (les résultats seront arrondis à la centaine la plus proche).
   b. Sur la figure fournie en annexe, tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   c. Placer α sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la valeur exacte du nombre réel α est égale à $3\ln 5$ *où* ln *désigne la fonction logarithme népérien.*

Partie B : Application économique

Les fonctions f et g définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit de prix unitaire x, compris entre 4 et 6 euros :

- $f(x)$ est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire x ;
- $g(x)$ la quantité, exprimée en kilogrammes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire x.

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de x pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé au centime d'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ? Justifier.
2. Quelle quantité de produit, exprimée en kilogrammes, correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

Tableau à compléter

x	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400					−3 600	−8 100			−25 500	−33 400

Graphique à compléter