Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\;4]$.

3. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;4]$.

4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

5. Soit $\mathscr{A}$ l' aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

- **a.** Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur la figure fournie en annexe.
- **b.** Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\mathscr{A}$.
- **c.** Calculer la valeur exacte en unités d'aire de $\mathscr{A}$. Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE

Exercice 4