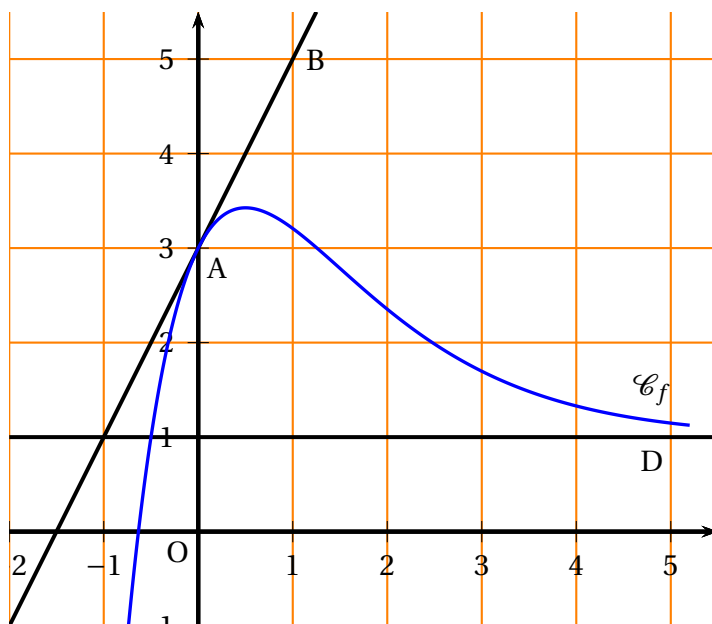


La courbe \mathcal{C}_f tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} . On note f' la fonction dérivée de f .

- La tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point $A(0; 3)$ passe par le point $B(1; 5)$.
- La droite D d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe \mathcal{C}_f au voisinage de $+\infty$.



- En utilisant les données et le graphique, préciser :
 - La valeur du réel $f(0)$ et la valeur du réel $f'(0)$.
 - La limite de la fonction f en $+\infty$.
- Déterminer une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point A .
- Préciser un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
- On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x , par une expression de la forme $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$, où a et b sont des nombres réels.
 - Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a , de b et de x .
 - À l'aide des résultats de la question 1. a., démontrer que l'on a, pour tout réel x :

$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{e^x}.$$

- Soit F la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par $F(x) = x + \frac{-4x-6}{e^x}$. On admet que F est une primitive de f sur \mathbb{R} .

Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

Ce résultat est-il cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. ?