

Une association caritative a constaté que, chaque année, 20 % des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que, chaque année, 300 nouveaux donateurs effectuaient un don.

On étudie l'évolution du nombre de donateurs au fil des années.

Lors de la première année de l'étude, l'association comptait 1 000 donateurs.

On note  $u_n$  le nombre de donateurs lors de la  $n$ -ième année; on a donc  $u_1 = 1\,000$ .

1. Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
2. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  non nul, on a :  $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 300$ .
3. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 100 (on prendra l'origine du repère en bas à gauche de la feuille), représenter les droites d'équation  $y = x$  et  $y = 0,8x + 300$ .  
À l'aide d'une construction graphique, émettre une conjecture sur le comportement de la suite  $(u_n)$  quand  $n$  tend vers l'infini.
4. Afin de démontrer cette conjecture, on introduit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel non nul  $n$ , par  $v_n = 1500 - u_n$ .
  - a. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
  - b. Calculer la limite de  $(v_n)$ ; en déduire la limite de  $(u_n)$ .  
Que peut-on en déduire pour l'évolution du nombre de donateurs de l'association?