

Dans le cadre de la restructuration de son entreprise, afin de garantir la stabilité du nombre d'emplois, le directeur souhaite qu'à long terme plus de 82 % de ses employés ne travaillent que le matin.

Pour cela, il décide que désormais :

- 20 % des employés travaillant le matin une semaine donnée travaillent l'après-midi la semaine suivante.
- 5 % des employés travaillant l'après-midi une semaine donnée travaillent aussi l'après-midi la semaine suivante.

On note :

A : « L'employé travaille le matin »

B : « L'employé travaille l'après-midi »

- a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
  - b. Écrire la matrice de transition  $M$  de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
2. La semaine notée 0, semaine de la décision, 60 % des employés travaillent le matin et les autres l'après-midi.
  - a. Donner la matrice ligne notée  $P_0$  décrivant l'état initial des employés dans cette entreprise.
  - b. Calculer la probabilité qu'un employé travaille le matin lors de la semaine 2, deuxième semaine après la prise de décision,
3. Soit  $P = (x \ y)$  l'état probabiliste stable.
  - a. Démontrer que  $x$  et  $y$  vérifient l'égalité  $x = 0,8x + 0,95y$ .
  - b. Déterminer  $x$  et  $y$ .
  - c. Le souhait du directeur de cette entreprise est-il réalisable? Justifier la réponse.
4. On admet qu'un an après cette décision la probabilité qu'un employé travaille le matin est égale à  $\frac{19}{23}$ . On choisit alors quatre employés au hasard. Le grand nombre d'employés de l'entreprise permet d'assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.  
Déterminer la probabilité qu'au moins un des quatre employés travaille l'après-midi et donner sa valeur décimale arrondie au millième.